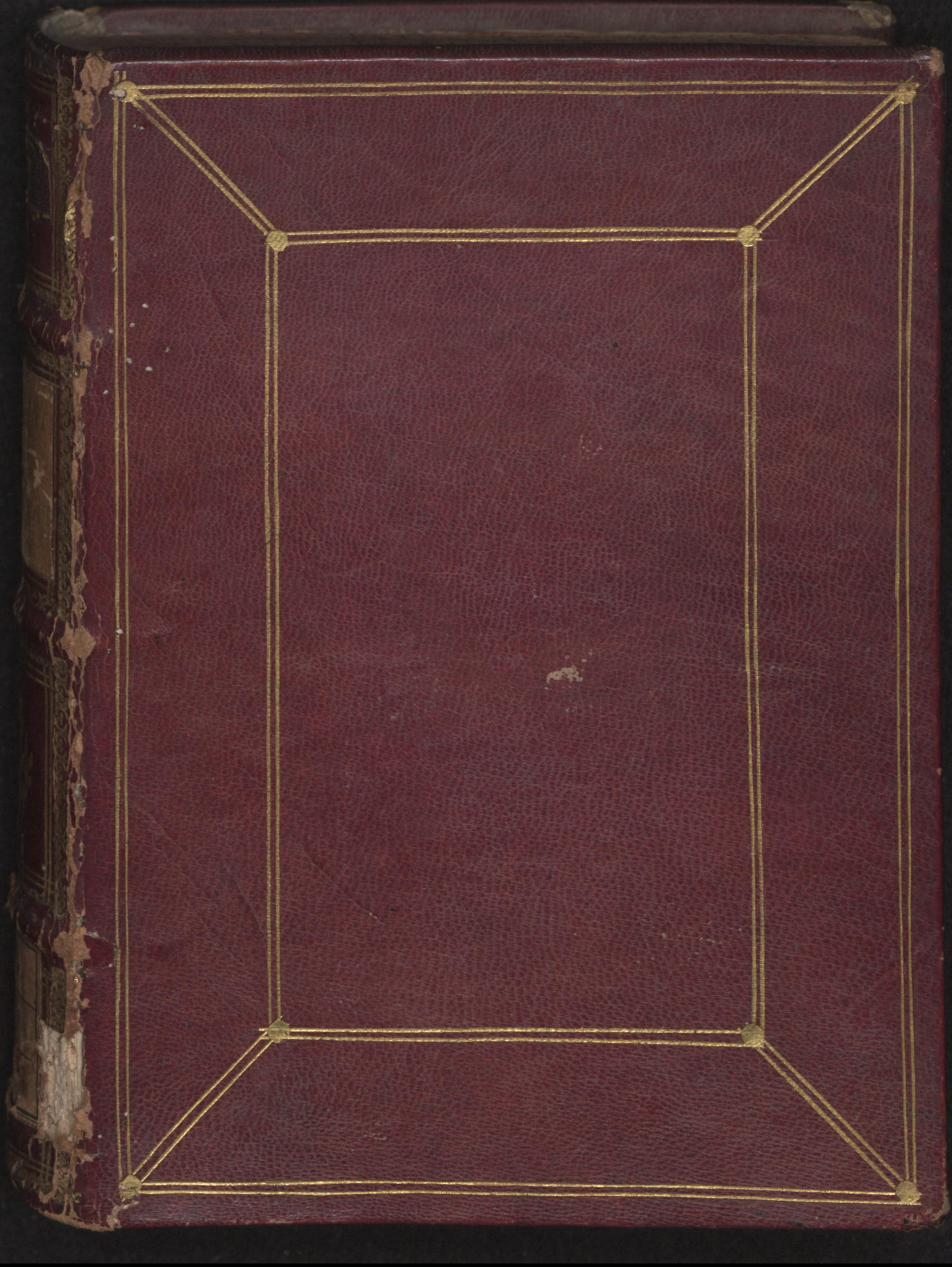
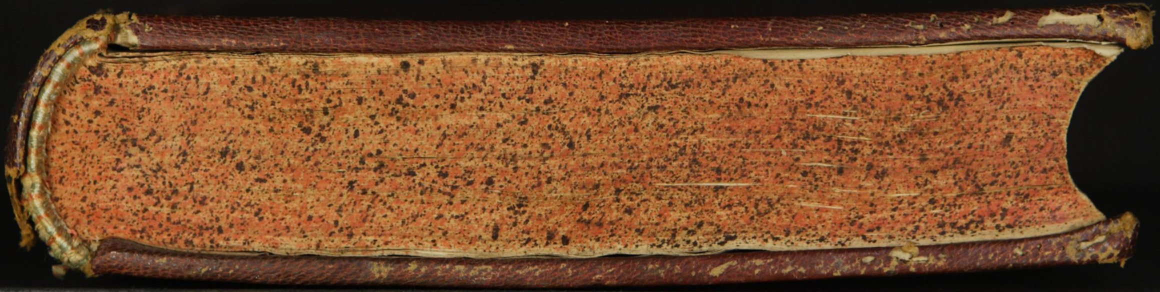


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

XI
MERS

4

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

1 E.6.205

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

VNIVERSÆ GEOMETRIÆ, MIXTÆQVE MATHEMATICÆ SYNOPSIS,

ET BINI REFRACTIONVM DEMONSTRATARVM TRACTATVS.

Studio & Operâ F. M. MERSENNI M.

PARISIIS,
Apud ANTONIVM BERTIER, viâ Iacobæâ, sub signo Fortunæ.

M. DC. XLIV.

CVM PRIVILEGIO REGIS.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ILLVSTRISSIMO PRINCIPI

LVDOVICO VALESIO ALENSI COMITI.

LEVIORIS EQVITATVS PER GALLIAS MAGISTRO, ET GALLO-PROVINCIÆ PROREGI.

F. M. MERSENNVS ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ.

ILLVSTRISSIME PRINCEPS,

Magnorum Virorum, quos sæcula vetera prodidere, opera nobilissima, quæ in omnium commodum in Synopsim contracta vnico studiosorum obtutui repræsentanda suscipio, pluribus de causis Tuo nomini nuncupata volui, præsertim verò quòd illis Te scientijs plurimùm delectari nouerim, quæ nihil fucatum, nil in vtramque partem mobile, nil præter veritatem proferant, & summopere mendacium oderint.

Censeas igitur, MAGNE PRINCEPS, hocce Volumine præclara Græciæ, Italiæ, & Galliæ ingenia mutuo consensu Te salutatum ire: præitéque ducem Archimedem Regis Syracusanorum sanguine nobilem, qui nunquam satis laudatum Opus de sphæra, cylindróque Tibi offerat, cæterósque Græcos Theodosium, Apollonium, Pappum & alios comites habeat. Commandinum, & Valerium Italos; Snellium, Ste-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

uinum Batauos; Vietam Gallum, & alios, huius operis decus & ornamentum, Prouinciam adire, eique congratulari quòd Ludouicum Valesium Litteratorum Mecenatem Proregem habeat.

Anglia velut ægrè ferens quòd illi Te veneraturi praierint, binis Operibus, firmissimis exquisitissimisque demonstrationibus euincit sibi locum vltimum inter Primates illos minime deberi; quapropter lucis candidissimæ radijs armata Refractiones suas ad pedes tuos procumbens deponit. Faxit Deus Opt. Max. vt quemadmodum hæc veritas solet à paralogismis Geometras eruere, ita nos ab omnibus erroribus tam practicis, quàm speculatiuis æterna liberet Veritas, quam impensè diligis, donec solutis ænigmatibus quæ nostræ mentis aciem perstringunt, illius plenâ luce perfundaris, illáque verba Regia, Beati qui habitant in domo tua Domine, in sæcula sæculorum laudabunt te, Memoriam abundantiæ suauitatis tuæ eructabunt; & iustitiâ tuâ exultabunt, *raptus in æternam gloriam perpetuò contempleris.*

PRÆFATIO VTILIS IN SYNOPSIM MATHEMATICAM.

ANTE sequentium Tractatuum lectionem primò notandum venit operæpretium esse, si quisquis vtiliter hosce tractatus secum ruri circumferre velit ad refricandam omnium Mathematicæ partium memoriam, & ad citandas, reperiendasque veterum & recentiorum propositiones, margini, vel chartæ quibuslibet foliis impressis interiectæ diagrammata, quæ iudicarit necessaria propositionibus intelligendis, adhibeat: quod typis fieri non potuit absque maximis impensis: sufficiet autem illas figuras addere propositionibus quas absque figura non intellexeris.

Secundò cruces Euclidis, Archimedis, Theodosij & Sphæricorum quibusdam propositionibus adhibitæ significant illas esse præcipuas, magisque addiscendas. Sed cùm cæterorum tractatuum fœcundiores propositiones debuissent etiam crucibus interdistingui, illas Typographi omisere: quas ex nostro codice quispiam in suum transferre poterit.

III. Geometricum studium seriò amplectentibus, ab Euclideis elementis, quæ via regia vocantur, incipiendum; quæ vel sola sufficiunt ad ea facilè capienda quæ de rebus Mathematicis Plato, Aristoteles, & alij Philosophi hucusque editi suis scriptis interseruêre; imò & ad alios Geometras intelligendos qui sequuntur. Constat autem ex omnibus artibus, & scientiis, quantus & quam vtilis, ac præclarus sit illorum vsus; de quo Blancanus, Bettinus, Proclus, & alij consulantur, si quæ diximus in Genesim, & de Harmonicis minimè sufficiant.

IV. Rami Geometriam Euclidi subiecimus ob summam illius breuitatem: quódque termini, & ordo quibus vtitur, nonnunquam

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Euclideis propoſitionibus lucem afferāt : ſed & ipſe in ſcholis Mathematicis habet de illarum vſu non contemnenda, quæque lectione digna ſunt.

V. Sequitur Archimedes, cui vix quiſpiam auſit ſe comparare ſi præſertim ea quæ tradit, vi ſolâ ingenij, abſque Analyticæ artis, vel Specioſæ auxilio repererit & demonſtrarit : quâ quidem arte freti Geometræ credunt ſe omnia, & alia plura inuenire poſſe, quæ prodidit Syracuſanus ille : quapropter Vietæ debent plurimum, vtpote Specioſæ inuentori, vel reſtauratori ; quem etiam Diophantus iuuit.

Florentij Riualti verſionem habes, quòd non omnia Archimedis opera Commandinus verterit: cuius tamen verſione in Euclideis elementis vſus ſum. Cùm autem primo notando monuerim de ſchematibus addendis, ea ſaltem adhibeantur propoſitionibus quæ à litteris Capitalibus pendent, quales ſunt ferè omnes de Quadratura parabolæ, & quæ ſecundum conicorum librum C. Mydorgij componunt. Vnico ſchemate Arenarium explicatum volui ; idem in aliis facturus tractatibus, ſi pauca ſchemata ſufficere potuiſſent : quod etiam factum eſt l. 4. Opticæ Prop. 59. in explicandis parallaxibus.

Archimedi verò ſuccedunt nonnulla ſupplementa quæ viris doctis Snellio, Keplero, Lucæque Valerio debentur : quibus addi poſſint acutiſſimæ propoſitiones clariſſimi Tauricelli; qualis eſt ea quæ nuper tantopere nobis placuit, qua demonſtratur ſolidum hyperbolicum infinitæ longitudinis æquale cylindro finito; quod etiam Geometra nuper reperit in ſpatio ex curua per ſummitates omnium rectarum proportionalium, & rectâ, cui ſunt illæ perpendiculares, compoſito : ſi tamen ſpatium dici poteſt, quod non vndequaq; clauditur niſi forſan in infinitum : debent autem illæ perpendiculares ſpatiis æqualibus diſtare : quas quidem propoſitiones breui publicas faciet. Omitto varia quæ noſtri Geometræ circa grauitatis centra nuper inuenêre, quæ præfatione in noſtra mechanica phænomena protuli, & alia quæ ad trochoidem attinent, cuius ſpatium triplum eſt circuli lineam rectam motu ſuo circumferentiæ ſuæ æqualem ſuper plano recto deſcribentis : ſolidum autem ex trochoidis circa ſuam diametrum, vel ſuum axem conuerſionibus genitum Geometra noſter reperit eſſe ad ſuum cylindrum vt 5. ad 8. quem vrgere & precibus flectere debeas ad opus admirabile quod paratū habet de trochoide tam æquali, quàm producta, vel contracta edendum: varios omitto modos quadrandi parabolam à priori: quibus fortè breui quadratura

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

hyperboles & circuli; & inuentio rectæ lineæ parabolæ æqualis accedet.

VI. Sequuntur sphærica, de quibus agunt Theodosius, Menelaüs & Maurolycus; quibus tamen Trigonometriam anteposuimus, quæ tam rectilinea, quàm sphærica & mixtilinea triangula metitur. Quibus iam addere possis aream ipasm triangulorum sphæricorum 3 maximis circulis constantium, quæ videlicet est ad maximum sphæræ circulum, vt differentia trium illius trianguli angulorum ad duos rectos angulos; verbi gratia, si differentia sit vnius recti, area trianguli erit subdupla maximi circuli, vt Geometra noster demonstrauit.

Maurolyci verò sphærica sequuntur Autolycus de sphæra mobili: Theodosius de habitationibus, Euclidis phænomena, & Cosmographia Astronomica, cum habitationum collatione, quæ sphæricis coronidem imponit: quibus theoriam planetarum addere poterimus, vbi Samius Aristarchus de mundi systemate ad manus nostras peruenerit, vt huic volumini portatili nil omnino desit.

VII. Sequitur Apollonius, cuius libris quattuor alij 4 eiusdem materiæ Clarissimi viri Claudij Mydorgij de sectionibus Conicis subijciuntur, qui Pergæanos vlteriùs promoueant; qui cum 4 posteriores, quos animo paratos habet, in lucem ediderit, non est quòd 4 non extantes Apollonij perquiras, aut quidpiam Opticæ, Catoptricæ, vel Dioptricæ perfectioni accessurum desideres, vix enim quidpiam de reflexionibus, refractionibus, & Dioptrarum vsu legitimo, cæterisque ad visionem pertinentibus dici potest, quod non possis ab eo expectare; vt iam monueram paginâ 193 Hydraulicorum.

VIII. Contractam Pappi Collectionem leges postea, qui libro 7 multos tractatus à veteribus editos enumerat, qui partim temporis tractu periere, partim etiam extant, vel nuper à viris eruditissimis restituti sunt. Sunt autem data Euclidis, quæ Alealmus hac ratione in compendium & tabellam redegit.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

SYNOPSIS LIBRI DATORVM EVCLIDIS.

- Datur
  - Magnitudine.
    - Magnitudo in genere. Area. Linea recta. Angulus.
      - Quibus æqualia possumus exhibere.
        - 2.3.4.7. Propos. 52. 92. 93.94. 95. 32. 55. 57. 58.59. 60. 84. 85. 86. 87.88.33.39.
    - Circulus, cuius quæ ex centro magnitudine datur.
    - Segmentum circuli, in quo angulus datus est & basis magnitudine.
  - Ratione, cui æqualē possumus exhibere.
    - Rectæ ad rectam 1.5.6.8.9.22.23. 24.34.53.54. 56.68.69.76.77.81.94.
    - Rectilinei ad Rectilineam.
      - Similis 50.
        - vtcumque 51.
        - Modo quodam particulari.
          - Trianguli ad Triangulũ 41. 71 72.
          - Quadrati ad Triangulũ 63.
          - Rectilinei ad Triangulũ 64. 65. 66.67.
          - Parallelogrāmi ad parallelogrāmũ 70.73
      - Dissimilis.
  - Specie rectilineũ cuius anguli dati sunt ad vnum & laterum rationes ad inuicem datæ sunt autem.
    - Triangula 34.40.41.42.43.44.45.46.47.80.
    - Parallelogramma
      - quæcumque 61.62.
      - Rectangula 78.
  - Positione dantur quæ eũdem semper locũ occupant.
    - Punctum 25.27. 90.96.
    - Linea 28.29.30.31.35.36.37.38.
    - Angulus.
  - positione & magnitudine.
    - Circulus cuius centrum positione datur, eaque quæ ex centro magnitudine.
    - Segmentum circuli in quo angulus datus est magnitudine, & basis positione & magnitudine.
    - Linea recta 26.91.

Magni-

Magnitudo magnitudine dato maior est quando ablato dato reliquum eidem æquum fuerit 12.

Magnitudo magnitudine dato maior est quam in ratione quando ablato dato reliquum ad idem rationem datam habuerit 10.11.13.14.15.16.17.18.19.20.21.

Quanquam propositiones 48, 49, 74, 75, 79, 82, 83 & 89, minimè cōplexus fuerit vt optimè vir eruditus, amicusq; charissimus animaduertit. Itaque data illa dedimus; déque Spatij Sectione; determinata Sectione, Tactionibus tam planis quàm sphæricis; locis planis, & inclinationibus protulimus ea quæ hactenus restituta sunt, ex quibus supersunt restituenda Euclidis Porismata. Quod enim ad locum ad tres, quatuórue lineas attinet, iam iam Geometra noster illum demonstrauit.

Cùm autem maxima pars propositionum Pappi schemata supponat, eas duntaxat attuli, quæ posse videntur absque figuris intelligi: quæ alia forsan editione dabuntur figuris ad libri marginem appositis.

Porrò qui Pappi textum Græcum videre voluerit, apud Dominum Lescuyer Senatorem eximium esse nouerit, cuius Bibliotheca nulli alteri cedit. Iuuabit autem hîc monere problema illud quod ad calcem Præfationis in Conica Cl. Mydorgij protuli, nunc vniuersaliùs à G. Desargues doctis soluendum ita proponi.

Dato itaque solido, de quo ibidem; plani secantis illud in figura dati generis, cuius figuræ axes sunt in ratione data, positionem inuenire; vel cuius maxima diametrorum coniugatarum inclinatio sit æqualis inclinationi datæ.

Quod vt soluat, mediantibus binis lineis per puncta quotlibet descriptis, plani positionem reperit solidum secantis in elliptica figura, à cuius centro recta ad solidi verticem ducta plano perpendicularis est. Hac enim elliptica mediante figurâ plani positio solidum in circulo secantis inuenietur: Hocque iuuante circulo, plani positio solidum secantis in figura dati generis suos axes habentis in ratione data reperietur; vel cuius axes coniugati maximæ inclinationis, datæ inclinationi æqualis est. Sed absque hisce mediis forsan eadem inuenientur ex data prima base prædicti solidi.

Sequitur verò illius generalissima propositio, quam soluat Geometra. Datis coni base & vertice, datâque intersectione plani baseos cum plano secante conum, & binorum istorum planorum inclinatione, inuenire, absque figuræ descriptione, plana conicas secantia diametros sub angulo dato generantia, tangentes, ordinatas,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

parametros, cæteraſque præcipuas figuræ lineas.

Superſunt aliquæ propoſitiones ad anguli ſolidi contemplationem attinentes, quas integro tractatu demonſtrandas habet, quaſque in anteceſſum accipe.

In angulo ſolido tribus rectis conterminato bina ſunt ternaria, tres ſcilicet anguli qui ſolidum illum angulum inter ſe conſtituunt, & tres inclinationes planorum ipſorum angulorum. Vnde videntur quatuor oriri problemata, nempe,

1. Datis tribus angulis tres inclinationes inuenire.

2. Datis duobus angulis & vna inclinatione, reliquum angulum cum duabus aliis inclinationibus inuenire.

3. Dato vno angulo cum duabus inclinationibus, duos alios angulos & vnam inclinationem inuenire.

4. Datis tribus inclinationibus tres angulos inuenire.

Ex hac autem ſolidi contemplatione duo tantùm exorientur problemata: hic autem modus eſt.

In quocunque angulo ſolido tribus rectis conterminato plana inclinationum illius ita ſumi poſſunt vt ad inuicem alium angulum ſolidum tribus itidem rectis conterminatum conſtituant; cuius vertex intra primum contineatur, & in alterutro ipſorum angulorum ſolidorum quilibet angulus ſit reciprocè ſupplementum vnius inclinationum alterius.

Quibus demonſtratis problema tertium ad ſecundum, quartumque quod difficilius videbatur, reducitur ad primum, eſtque facillimum.

IX. Sequuntur Mechanicorum Libri, quorum primo fuſiſſimè de centro ſolidorum, déque aliis agitur, partéque ſecunda & tertia quæ Commandinus & Lucas Valerius ea de re docuerunt, referuntur, Quibus iam addi poſſent multa præclara, præter ea quæ notando 3 & 4 præfationis in mechanica phænomena diximus, quæ nouiter à noſtris ſummis Geometris inuenta ſunt. Quarta pars libri 1 mechanic. agit de linea directionis, & cæteris ad grauitatis centrum attinentibus.

Liber ſecundus fuſè de quinque potentiis; cuius prima pars de iis quæ vectem atque libram, & centri grauitatis inueniendi modum ſpectant: Secunda de ponderibus obliquis, iterúmque de Vecte & Libra, reliquiſue machinis ad illud principium reuocandis: deque nauigatione, & aliis quæſtionibus Mechanicis ab Ariſtotele propoſitis. Tertia pars de circuli vtilitatibus, & mirabilibus in mechanicis. Quarta pars de Trochleis. Quinta de Scytalis, Ergatis, axe in

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

peritrochio, tollenone, pancratio, &c. Quæ omnia iuuabunt, iuuabunturque ex nostrorum Phænomenon Mechanicorum comparatione, vt iam præfationis puncto 2 in illa phænomena monui.

X. Iam superest Optica quæ 7 libris huic Synopsi colophonem imponit: quorum primus agit de luce, vmbra, coloribus, oculi fabrica, visione, communibus obiectis & aspectus fallaciis. Secundus de Catoptrica, vel speculis tam planis, quàm sphæricis, cylindricis, & conicis. Tertius de Dioptricis, & tubis Batauicis. Quartus de parallaxibus, seu diuersitatibus aspectus. Quintus de arte Perspectiuæ. Sextus & septimus refractionis naturam variis demonstrationibus explicant, quorum septimus ex hypothesibus Physicis præclara concludit.

Iuuabit autem legisse Sanctorij obseruationem, qui pag. 322 in artem medicinalem Galeni, ait nigrum colorem fieri dum lumen in superficiebus innumeris refrangitur, seu ex sphæris diaphanis plenis illuminatis, quòd hæ tenebras & vmbras generent ex quibus nigredo; quod ex lagena vitrea aqua plena lumen in cuspidem proijciatur, vmbra verò in partes reliquas.

Album ait se producere ex 40 plus minus sphærulis vitreis vacuis & perforatis, quæ sint nucleis cerasorum magnitudine æquales, in cyathum aquâ plenum missis, quæ simul vnitæ & vacuæ colorem album efficiunt: quæ cùm aquâ replentur, fit nigrum: ab aliis corporibus non sphæricis viridem, puniceum & purpureum deducit. Alios medios colores facit, pallidum inter album & flauum, quem dicere possis giluum, & κιῤῥὸν, qualis est albi vini antiquati: flauum ξανθὸν, qualis est in flaua bile: rufum, seu rutilum; qualis in arido croci flore: fuluum, qualis est in orichalco, dorsoque vulpis, quem paulo obscuriorem rauum, appellant: rubrum, phæniceum, vel puniceum, qualis in granis mali punici, & in superiore iride: qui similiter purpureus in labiis, sanguineus, chermesinus, ostrum, &c. Glaucum, vel cæsium in oculis, cæruleum in cœlis, lapide lazuli, saphyro, &c. Cætera penes autorem.

Quanto subtiliùs colorum naturam Vir illustris R. Cartesius octauo de Iride discursu explicarit, quisquis ibidem colorum ortum ex variis sphærularum motibus legerit, cum admiratione fatebitur. Ad quod breui speramus accessurum peculiarem de coloribus tractatum subtilissimi Philosophi Honorati Fabry, de quo iam alibi, qui tot rationibus & obseruationibus probat colores nil esse aliud præter lumen vario modo reflexum, aut refractum: album esse continuam radiorum seriem ab obiectis reflexorum, vel manantium, nigrum vel

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

omnimodam radiorum absentiam, si fuerit perfectè nigrum, vel illorum paucitatem, & interruptionem ferè continuam; rubeum inter album & nigrum medium, alternam radiorum interruptionem, &c. vt eum nequeas animo discendi perlegere, quin eas libenter in illius sententiam.

Porrò quam initio libri 7 Opticæ reperies hypothesim fusiùs, explicatam habes 24 Prop. Ballisticæ, quæ illi iuncta libro pauca superunt in ea materia quæ desideres: quanquam notandum illam solis tumescentiam non ita necessariam videri, quin aliquo corporis solaris motu trepidationis, cribrationis, &c. Phænomena lucida possint explicari: dummodo enim ita moueatur circumfusus aër, aut quoduis aliud corpus solem circumstans, vt lucem eodem modo percipere, sentiréque videamur, nec quidpiam contra mechanicæ leges afferatur, quid vlteriùs cupias? nisi fortè nunquam tibi satisfieri dixeris, donec clarè innotescat non solùm quot modis fieri possit illuminatio, sed etiam quomodo reuera fiat: quod vix peregrinus sperare, potiúsque in patria expectare debeas.

Est tamen quòd plurimi faciamus viros summos qui pro viribus nituntur ex hypothesibus siue Democriti & aliorum veterum, siue propriis, omnia naturæ phænomena explicare, quos inter eminet Vir illustris, cuius Physicam indies expectamus; & Decanus Diniensis, cuius Philosophia tam stili pulchritudine, quàm nouarum obseruationum multitudine, rationúmque subtilitate philomusos in tanti viri raptura sit admirationem, vix vt vnus supersit, qui deinceps atomos reijciat.

Quod attinet ad artem Perspectiuæ, non est quòd aliam desideres eâ perfectiorem quam ab A. Bosse expectamus, qui cælaturis, & incisionibus suis, quibus varios de sectione lapidum, de horologiis, &c. tractatus à G. Desargues compositos tam admirabiliter exornauit, vt ars cælaturæ manum vltimam inuenisse videatur.

Adde Curiosam R. P. Niceronis Perspectiuam, quam edidit de Speculis cylindricis figuras incognitas, ob varias proiectiones aperientibus; & de Diaphanis, ob diuersa plana triangularia, siue omphaloptra, ex certis distantiæ punctis obiecta dissita colligentibus (quæ collecta dissipant ex aliis punctis) déque aliis mirandis phænomenis, quibus propediem plura sit additurus.

XI. Quasdam verò huic Synopsi Mathematicæ partes deesse noui; verbi causâ Horologiographiam, vel Sciotericam, de qua fusè satis nuper prædictus A. Bosse: Theoriam Planetarum, de qua consulatur Epitome Kepleri, Blancani sphæra, & Aristarchus in syste-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

matê, quem fortè breui faciemus iuris publici. Quid opus illud ingens eximij Astronomi I. Boullialdi, quod iam prælum exercet, reticeam? quod facilè superabit quidquid hactenus Astronomicum editum est, quódque nihil aliunde supponet, vt qui volumen illud habuerit, omnia generis istius obtineat. Omitto etiam Analysim, seu Algebram, quam ex Vieta, nuperáque illustris V. Geometria, Diophanto adhibito repetas; nisi malis eam industriâ Geometræ D. Chauueau adornatam, & maiori claritate, facilitatéque donatam expectare.

Non commemoro quæcunque ad obsidiones, & defensiones attinent, hoc est Architecturam militarem, quam plurimi cum Itali, & Germani, tum etiam Galli, vt eques à Villa, &c. prope colophonem perduxisse videntur, quòd hæc pars ad Ingeniosos pertineat, è quibus maximè cupiam virum laudatissimum Dominum de Mets pulcherrimum & limatissimum opus suum de Munitione, seu fortificatione in lucem edere, cui deinceps quidquam aliud addi minimè necessarium; & cui etiam exteri gratias habere debeant de incredibili hac in re diligentia.

Sed neque Arithmeticam interserui, cuius fundamenta l. 5, 7, 8, & 9, Elementorum Euclidis habentur; vt Algebræ libro 10. quòd tantus extet Arithmeticarum numerus vt frustra multiplicetur: quum tamen si his in rebus vir incomparabilis D. Freniclus suis nouis repertis augere velit, omnium possit animos rapere in admirationem.

Non desunt autem egregij viri apprimè tam in Geometricis puris quàm mixtis versati, qui scientias istas maximè promoueant, quos inter Pellium Anglum, præter eos quos hoc Opere laudaui, ad ea quæ parauit in lucem edenda vrgere, iuuaréque oporteat.

XII. Non solùm verò Geometras admiror qui vel ipsum Archimedem breui fortè superaturi sint, verùm etiam alios, qui noua reperiunt, aut vetera multis accessionibus adornant; quos inter R. P. Petauius eminet, qui tribus Positiuæ Theologiæ voluminibus satis ostendit, post 4 aut quinque reliqua, quæ in dies expectamus, nullam deinceps aliam Theologiam desiderandam esse, siue rerum soliditatem, siue elegantiam, & expositionem quæsieris, vt iam rerum Theologicarum Osores barbariem non possint ampliùs obijcere, & exprobrare.

Sed & admirandi viri, veréque Theodidacti, & Theotimi Marandei Theologicã Paraphrasim in sancti Doctoris summã mirâ eruditione,

raráque pietate illustrantem commemorare lubet, quâ nostram Galliam adornat, & idioma nostrum ad summam dignitatem hoc opere incomparabili euectum, atque sanctificatum perducit; Hispanosque, Germanos, Belgas, Batauos, Polonos, & alios totius orbis, Christiani præsertim, incolas beatos duxero, si opus adeo pulchrum, & vtile in idiomata sua transferri curent, vt æmulatione sanctâ prouocati & incensi scientiâ beatorum perfruantur.

XIII. Verbi diuini præcones monitos velim, qui nouis exordiis suas conciones, aut alias partes inauditis, pulchris tamen & vtilibus tropologiis, & comparationibus, atque parallelis exornare voluerint, habere plurima tam hoc quàm præcedente volumine quæ possint ad mores traducere. Quid enim, verbi causâ, facilius quàm ex 29 lucis theorematibus, aut 30 vmbræ sequentibus, quæ leguntur Optices libro primo, multa cum ad fidem tum àd virtutes commendandas elicere?

Vixque propositionem vllam ex ingenti numero theorematum, quibus Opticorum libri septem constant, possis intelligere, quæ peculiarem de moribus cogitationem non ingeneret, & exornandæ concioni seruiat.

Idémque de propositionibus Mechanicis dicendum, illis præsertim quæ 1 & 4. parte l. 1. & toto l. 2 continentur. Sunt enim secunda, tertiaque libri pars magis arduæ. Tertius liber facillimè transferetur ad pietatem ab omnibus, modo voluerint; cuius rei sexcenta proferrem exempla, si contrariæ Synopsis leges permitterent.

Adde quod cuique magè sapiant quæ proprio studio reperit, quòd ab alio suggesta, & edita fiant omnibus communia, vel à pluribus negligantur: vel si quis vtatur, timet ne forsan alius eadem in vsus suos conuerterit, ex quo postmodum hausisse, vel cum quo concurrisse dicatur. Solent enim homines eâ gloriæ cupiditate titillari vt quæ primi dixerint, abs se inuenta credant auditores, apud quos propterea maiori valeant auctoritate, vtpote ingenio præstantiores, vel pietate præcipui; quod gloriæ, famæque desiderium sola valet extinguere, vel sedare Dei charitas: quam diuini verbi præco ita debet apud seipsum statuere & ordinare, nil, vt Dei gloriam & auditorum salutem æternam quærere debeat.

XIV. Huic Præfationi finem impono vbi monuerim viros illos eruditos qui peculiares ad nostræ fidei confirmationem rationes meditati sunt, & inuenerunt, magnam laudem consecuturos, maioremque carpturos vtilitatem, si tractatus suos rationibus adeo solidis fulciant, vt impij veritati cedere cogantur. Quapropter ob-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ſecrandi ſunt R.P. Dinetus, qui breui, ſed neruoſo tractatu Dei exiſtentiam, & animorum noſtrorum immortalitatem probat: Montarſius ſubtiliſſimus, qui ex primis naturæ, vel ſcientiarum principiis idem aggreſſus eſt, & R.P.I. Lacombeus noſter, qui Philoſophiam & Theologiam nouam adeo fœliciter condidiſſe mihi videtur, ex idearum diuinarum contemplatione, & variis participationis gradibus, quibus ad Deum creaturæ referuntur, vt qui ſyſtema illius Theologico-Philoſophicum perfectè hauſerint, nil illis ſuperſit quàm vt in profundiſſimam ecſtaſim rapti cum beatis æternum Deo canant, *Memoriam abundantiæ ſuauitatis tuæ eructabunt, & iuſtitiâ tuâ exultabunt*: Obſecrandi ſunt, inquam, illi viri præſtantiſſimi, vel ſi qui præterea, ne ſuos illos tractatus, ſi fieri commodè poteſt, diutiùs luci denegent, tantóſque theſauros diu nimis recondant.

ERRATA TYPORVM EMENDANDA.

Paginâ 58. l. 14. quintupartiente. p. 86. l. 27. homogenea. p. 87. l. 28. ſolidus, p. 313. l. 1. SERENI. p. 365. l. 9. COLLECTIO. p. 583 in figura ſiniſtra pro i ſcribe κ. & dele g. & h, & pro ɔ inuerſo ſcribe S. p. 588. in figura adde B in centro. p. 589. in figura pro D ſcribe B, & in angulis inferioris acumine addatur D.

Omitto reliquos errores quos Lector facilè poterit emendare, vt in ſuperioribus marginibus Collectionis Pappi, ſemper apponi debuit Pappi Collectiones.

Deinde aliquando in numeris paginarum aberratum, vt poſt 71 & 72, iterum repetitur 71 & 72.

Cæterùm Index qui folium iſtud ſequitur, inſtar erit Dictionarij Mathematici, quo ferè omnes termini vulgo non ita noti explicabuntur.

INDEX LIBRORVM HOC VOLVMINE COMPREHENSORVM.

I. Euclidis Elementorum Libri XV, cum 3 Candallæ, à prima pagina ad 64.

II. Rami Geometriæ Libri XXVII. à pag. 65. ad 91.

III. Archimedis opera, seu de sphæra & cylindro, Libri duo, à pag. 92. ad 109. De dimensione circuli à 109. ad 110. De Conoidibus, & Sphæroidibus, à pag. 110 ad 124. De Quadratura paraboles, à pag. 124. ad 130. De Spiralibus, à 130 ad 134. De Centrobaricis Libri duo, à pag 142. ad 148. De insidentibus humido, à 149 ad 114. Arenarius à 154 ad 165.

IV. Supplementum Archimedis, cuius Cyclometricus Snellij, à pag. 165 ad 169. Stereometria Kepleri, à 169 ad 177. Lucæ falsum simplex quadrans parabolam, à 177 ad 178.

V. Theodosij sphæricorum Libri tres, à pag. 119 ad 205. Menelai sphæricorum libri tres, à 205 ad 230. Maurolyci tres, à 205. ad 243. Antolycus de sphæra, à pag. 243 ad 246. Hinc Theodosius de Habitationibus ad 249: hincque Euclidis phænomena ad vsque 255. Cosmographia vsque ad 272.

Apollonij libri 4 de sectionibus Conicis, à 276 ad 312.

Sereni libri duo de sectione cylindri, à 313 ad 328.

C. Mydorgij libri 4 de sectionibus conicis, à 332 ad 365.

Pappi Collectionum octo libri abbreuiati, à 365 ad 393: Vbi habentur data Euclidis, Vietæ Sectiones angulares, & alij plurimi Tractatus restituti.

Mechanicorum libri duo, à 395 ad 472. vbi Commandinus & Lucas Valerius de centro grauitatis solidorum. De linea directionis, & de quinque Potentijs, seu viribus Mechanicis.

Opticorum libri septem, à 471 & deinceps; vbi Catoptrica, Dioptrica, Parallaxes. & refractiones explicantur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

DICTIONARIVM MATHEMATICVM.

Hoc est Syllabus omnium vocabulorum, & rerum præcipuarum quæ isto secundo volumine continentur.

A

ABen Nedin Arabs, 275
Actionis definitio, 567
Adſcriptio circuli, 80
Adſcriptio trianguli 80, & triangulati, 81
Adumbrandum & vmbra, 543
Æqualium & inæqualium comparationes, 3
Æquatoris officia, 261
Æquilibriorum & æquilibrantium leges, 439
Æquilibrium ſuper planis obliquis, 445
Æquinoctialis quid, 249, 259, 260, & 261
Æquinoctialis incolæ, 246, & 247
Æquinoctialis gradus 20 leucarum, 260
Æquiponderantium proprietates à 142 ad 148
Æquipondii proportio 453
Aër denſior æthere, 529
Agens & patiens, quid 567
Albus, niger, viridis, rubeus, cæruleus, 486
Almicantarath, vel circuli progreſſionum, 266
Altitudo figuræ, 18
Amphiſcii, & Amphiumbræ, 261, & 271
Anaclaſticæ elementa, 589
Analogia, 14
Analogia ordinata perturbata, 14
Analogiæ decem, 365
Analogiſmus viſionis refractæ, 549
Analyſis Vietea, 330
Analytici libri 31 numeri 372
Angularium ſectionum doctrina 389, vſque ad 392
Anguli homogenei, cruribus congrui, 66
Anguli in centro, & in peripheria, 79
Anguli menſura, 181
Anguli ſinus, 231. proportionales 232
Anguli ſolidi contemplatio problematica, præf. punct. VIII.
Anguli ſphærales comparati, 205
Angulorum valor, 142
Angulorum leges, 66
Angulorum in plano paſſiones, 68
Angulorum æqualitas in ſphæricis, 211
Angulorum diuiſiones & proprietates, 182
Angulus in portione, 8
Angulus ſolidus, 41
Angulus contactus, 78
Angulus in ſectione, 79
Angulus in ſemicirculo, 80
Angulus planus, 1, & 66
Angulus inclinationis, 190
Angulus obtuſus & acutus, 1, & 67
Angulus ſphæralis, quis, 204. triplex.
Angulus refractus, & refractionis 515, incidentiæ, 514
Angulus maior inclinationis habet maiorem angulum refractum, 585

✠✠✠

Angulus refractionis radii ingredientis est æqualis refractioni radii exeuntis, 580
Annulare corpus, 171
Annulus sectionis circularis, 172
Ansa est pendula diameter, 442
Antenna causa motus nauis, 451
Antitycho Scipionis, 519
Antichthones, vel Antipodes, 270
Antoeci, & illorum in sphæra oppositiones, ibid.
Apollonii liber 5, 6, & 7, apud Golium 274
Apollonius Gallus, 383
Apollonius Arabs, 274, eius propositiones.
Apotomæ sex definitæ, 38, & illarum passiones, 39
Apotomarum passiones, 37
Apotomen sequentes lineæ tredecim, 40
Apum industria, 368
Aquæ plus continetur in vase ad pedem, quam in vertice montis, 399
Aqueus humor & alii, 487
Archimedis dictum audax, 395
Architectura militaris, præfat. puncto xi.
Arcus minores semicirculo, 215
Arcus cum basi contermini, 217
Arcus circulorum sphæralium comparati 206, & deinceps.
Arcus motus veri, & visi, 531
Area triangulorum sphæricorum comparata maximo spæræ circulo, præfat. puncto vi.
Arenarum numerus in toto mundo in arenam conuerso, 164
Arenæ granum quantum, 159
Aries, primum signum, 263
Aristarchus Samius 154, eius systema cœleste, 154
Arithmetica medietas, 366
Artes Sculptoriæ, Architecturæ partes, 541
Ars Manganorum, 392
Ascensio recta vera, visa, 531
Aspectus fallaciæ. 495
Assymptoti 290, & 341
Assymptoton proprietates, 291, & deinceps.
Asteriscus Pancratii, 471
Astra quæ oriantur, quæ non 250, & deinceps.
Astronomia Boullialdi, præf. puncto xi.
Astronomicus locus, 370
Astronomicus dies, 265. horizon, ibid.
Astronomicus horizon, seu verus, 265
Attalus, 274. & 305
Auroræ colores, 529
Autolycus de sphæra mobili, 243. & deinceps.
Axes coniugati, 278
Axes optici, vbi, 491
Axiomata, vel communes notiones, 3
Axiomata 4 magnitudinum, 31
Axiomata sex pro solutione triangulorum rectilineorum, 186
Axiomata 4 pro triang. sphæric. solutione, 186
Axis coni & cylindri, 42
Axis solidi, 85
Axis extrema, poli, 189
Axis, & basis cylindri.
Axis sectionis coni, 333. vertex.
Axis prismatis, cylindri, pyramidis, 400
Axis in peritrochio leges, 468
Axis communis immutabilis, 491
Axis opticus qualis, 488

B

Baculus digito sustentatus, 455
Baldi opinio de antenna, 451
Basis trianguli potentia, 75
Basis, altitudo, vertex sectionum, 129
Bilancis, seu trutinæ vsus, 127
Binomium, seu bina nomina, 34
Bononiæ Garisenda, 436
Buccositas in doliis, 177

C

Calefieri quid, 567
Cathetus incidentiæ, & reflexionis, 501

Cancri & Capricorni tropicus, 266
Canouis triangulorum constructio, 186
Cauæ superficies, 93
Celonij, seu tollenonis descriptio, 469
Centra grauitatum, 143. & deinceps.
Centra grauitatis sphæroidis, 426. 2. parabolarum, 427
Centra diuersarum magnitudinum, 417
Centri grauitatis definitio, 393. & 396
Centrobarica solidorum, 444
Centrum, 1. & 67
Centrum semiparabolæ, 178
Centrum grauitatis, ibid.
Centrum grauitatis 2. pyramidum, 410. & 416
Centrum grauitatis cuiuslibet portionis parabolæ, 148
Centrum grauitatis frusti pyramidis, 411. coni 412. cylindri.
Centrum sectionis, quid, 282
Centrum sectionis coni, 335
Centrum terræ 2. modis reperitur, 399
Centrum omnis figuræ rectilineæ, ellipsis, prismatis, cylindri, 401
Centrum portionis sphæræ, & sphæroidis, 402
Centrum terræ leucis 1145 distans, 398
Centrum magnitudinis, 397
Centrum figuræ 397. vniuersi.
Centrum polyedri, 406
Centrum grauitatis trianguli, parallelogrammi, 409
Centrum grauitatis trapezii, 410. polygoni.
Centrum hemisphærli, 418. & 429
Centrum portionis sphæræ, vbi, 418. & deinceps.
Centrum sectionis, 314
Centrum grauitatis cuiuscunque corporis, quomodo reperiatur, 443
Centrum grauitatis nunquam ascendit, 436
Centrum portionis conoidis, 404
Cerebri in videndo reactio, 569
Charistii & Pancratij miranda vis, 471
Chordæ arcus, 223
Chordæ comparantur arcubus, 240
Chordæ tres pro velis, 451
Choroides & sclerodes, 408
Christallinum esse lentem, 522
Circuli diuisio in 360 partes, 259
Circuli maiores sphæræ, & illorum proprietates, 192
Circuli maioris motus densitati, minoris raritati comparatur, 460
Circuli passiones, 10, & 11
Circuli dimensio, 83
Circulus maioris sphæræ officia, 244. & deinceps.
Circuli, & peripheriæ variæ comparationes. 167
Circuli multæ proprietates, 134
Circuli diuisio in 360 gradus, 182
Circuli segmenta, 79
Circuli area ad diametri quadratum, vt 11. ad 14. 169
Circuli vtilitates in mechanicis, 456
Circuli centrum, 9
Circuli progressionum, 266
Circuli declinationum, 265
Circuli polus, 190
Circuli æquidistantes in sphæra, 202
Circuli adscriptio, 80
Circuli multæ figuræ inscriptæ, & earum mensura, 167
Circulorum in sphæra contactus, & occursus, 201
Circulorum maiorum contactus, & aliæ proprietates, 202, &c.
Circulorum inscriptiones, & circumscriptiones, 13
Circulorum in sphæra inclinationes, 201
Circulorum sectio in sphæra, 202
Circulorum comparatio, 46
Circulorum & sphærarum comparationes, & mensuræ, 125
Circulus minimus maximo ęqualis, 459. quare motum æqualem describat.
Circulus infinitis angulis constans, 457
Circulus sectio, 315
Circulus sphæræ quis maior, 191
Circulus comparatur triangulo, & qua-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

drato, 109
Circulus cui triangulo æqualis, 167
Circulus seu figura rotunda, 1.& 68.& 77
Circulus comparatus coni & cylindri superficiei, 97
Circumferentia ex sectione coni nata, 334
Circumferentia plusquam diametri tripla 157
Circumferentiæ similes, 9
Circumferentiæ diametris comparatæ, 469
Circumferentiæ circulorum vt diametri, 394
Circumferentiæ ratio ad diametrum, 110
Circumscriptio & inscriptio figurarum circulo, 13
Cissoidis ope ducans medias inuenire, 104
Citrii corpus quantum, 172
Climata tribus parallelis inclusa, 267
Climatum nomina, & loca, 267
Climatum latitudines, & poli eleuatio, ib.
Climatum numerus & magnitudo, 268
Cochlea vectis continuatus, 469
Cochlea infinita, quid, 470
Collopum maiorum effectus, 467
Color quid, 485
Color albus & niger quomodo fiant, præf. puncto X.
Color giluus, rauus, &c. & quinam, præf. puncto X.
Colores auroræ, 529
Colores prismatis & iridis vnde, 589
Colores ad 3 reuocati, 486
Colores idem ac lumen, & quot radiis quisque color fiat, præf. puncto X.
Columnarum centra grauitatis, 442 pondera, 443
Colurorum officia, 264
Commandini liber de centro solidorum à 400 ad 405
Commensurabiles magnitudines, 30
Communes notiones quatuor, 31
Comparatio triangulorum, 71
Complementum, 73
Compositio rationis, 14
Compositus numerus 21, & 25
Concauarum & conuexarum lentium vsus, 526
Concentricus orbis solis quid, 569
Conchois lineæ, 104
Conois hyperbolica, 118
Concionatorum tropologiæ, præf. puncto XIII.
Concursus, & lineæ concurrentes, 543
Coni scalieni sectio per axem, 322. & deinceps.
Coni rectanguli sectiones, 12, & deinceps.
Coni & cylindri axis, & bases, 42
Coni acutianguli sectio, 115
Coni recti, qui, 277. scaleni, & 333
Coni variæ sectiones, 172
Coni similes sectiones, 350, & 360
Coni eædem sectiones, 350
Coni similes, qui, 350. dissimiles.
Coni sectionis superpositio alteri coni sectioni, quid, 350
Coni & cylindri geodæsia, 117
Coni rectanguli portio, 110
Coni isoscelis superficies circulo comparata, 97
Coni interse comparati, 98
Coni per axem sectiones, 279, & 335
Coni generatio, 279
Coni definitio, vertex, basis, axis, 332
Conica linea, 333
Conica superficies, quæ, 277, vertex ipsius & axis.
Conicæ superficiei definitio 332. vertex axis.
Conicarum sectionum circumstantiæ, 173
Conicorum 8 libri Mydorgii, & eorum breuiarium, 329
Conicum, 84
Coniugationum trunci quanti, 176
Conoides parabolicum comparatum cylindro, 415
Conoidis segmentum, & portio, 121
Conoidis rectangulæ in aquam immersio, 151. & deinceps.

Conoidis parabolici centrum 421. item hyperbolici.
Conois amblygonia, 111
Conoides rectangulum 111. axis, vertex.
Conoideon, & sphæroideon sectiones, 122
Conon, 92, & 104, & 124, & 130. & 306
Conorum mensuræ & comparatio, 46
Conorum passiones. 321
Conorum æquealtorum proportio, 327
Contactus punctum quid, 78
Contactus parabolarum, & aliarum sectionum, 310
Continuum, 65
Conuersio rationis, 14
Conuexarum superficiarum mensuræ, 170
Conus sectus plano per verticem. 324, & deinceps.
Conus æqualis segmento sphæræ, 170
Conus æqualis sphærę, ibid.
Conus & eius proprietates, 90, & 42
Corneæ tunicæ diameter, 488
Corporum regularium eidem sphæræ inscriptorum comparatio, 53
Corpus oliuæ, pruni, citrii quantum, 172
Corpus quid, 84
Corollarium vtilissimum pro refractione, 587
Cratista, 365
Crepusculum cum sol 18 gradus sub horizonte, 262
Cubi comparatio cum aliis cubis, 414
Cubus an figura stabilissima, 458
Cubus, pyramis, octaedrum, &c. comparantur, 56, & 58
Cubus numerus 22, & 26, & 27
Cubus circumscriptus sphæræ ad sphæram vt 21 ad 11. 170
Cubus 87. eius propietates, 42
Cunei valida impressio, 468
Cunei naturam sequuntur enses, limæ. 467
Cuneorum duæ species, 469
Cuneus vectis multiplicatus, ibid.
Cuneus linearis, & superficialis. ibid.
Curuæ diameter & vertex. 314
Cyclometricus Villebrordi. 165
Cylinder collatus cum hemisphæroidibus 425, & deinceps.
Cylinder & trunci coniungati, 174
Cylinder subcontrarius, 175
Cylinder æqualis trunco. ibid.
Cylindraceum. 84
Cylindræ superficiei generatio. 314
Cylindri frusta. 114
Cylindri inter se comparati. 98
Cylindri recti & scaleni. 314
Cylindri sectio, ellipsis 318. & deinceps.
Cylindri sectio per axem quid generet. 316
cylindri superficies comparata circulo. 97
cylindri definitio, basis & circuli. 314
cylindricorum frustorum varie sectorum centra. 428
cylindricum speculum. 506
cylindrorum mensura & comparatio, 46
cylindrorum mensuræ & sectiones, 174
cylindrus sphæræ comparatus. 101
cylindrus & conus eadem ellipsi secti. 317
cylindrus sphæræ sesquialter quis, 369
cylindrus quis capacissimus, 174
cylindrus & eius dimensiones, 90. & 42
cyrus, 313. & 320

D

D'Apodogrammaphe quid, 545
Dari specie, petitione, positione, magnitudine, 373
Data Euclidis à 376 ad 381. vide punctum 8. præfationis.
Data Euclidis in tabellam contracta: præf. puncto VIII.
Data magnitudine, 373
Data Euclidis referuntur, ibid.
Datæ magnitudines multifariam expositæ à 374 ad 381
Datum hypothesis, ordinatum, porimon, poriston, effabile cognitum 373. quid sint.
Decangulum, 82

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Decem medietates explicatæ 366
Definitiones duæ secundæ 334
Definitiones tertiæ tredecim 336
Definitiones 4 commandini 400
Definitiones quinque 18
Definitiones quinque conicæ 35
Definitiones 6 speculares 504
Definitiones septem Archimedis 93
Definitiones septem Valerii 406
Definitiones 10 opticę 477
Definitiones septem 12
Definitiones 14 dioptricæ 514
Definitiones 14 catoptricæ 500
Definitiones 15 sereni 314
Definitiones perspectiuæ sexdecim 543
Definitiones 18 parallaxium 530
Definitiones 19 mydorgii 332.& 333
Definitiones 19 Apollonii 278. deinde 4 aliæ 282
Definitiones 23 Euclidis, 21
Definitiones trigintaquinque Euclidis 1
Demetrius 368
Dextra sinistra apparent 505
Diagonale 73
Diagonius cubi 87
Diagonius octaëdri 88
Diagonius icosaëdri 89
Diameter 1 & 67
Diameter secunda 335
Diameter principalis sectionis coni, ibid.
Diameter transuersa quid ibid.
Diameter visualis semper sibi constans 550
Diameter mundi collata cum diametro terræ 159
Diameter lineæ curuæ 314
Diameter coni sectionis 333
Diameter recta, quid 278
Diameter secunda 282
Diameter secunda 314
Diameter lateri incommensurabilis 40
Diameter grauitatis 397. plannm diametrale.
Diameter & semidiameter sphæræ comparatur lateribus corporum regularium 50
Diameter sectionis 291, 293, &c.
Diametri assumptæ sectionum coni 335
Diametri coniugatæ 314
Diametri coniugatæ 335
Diametri trium sectionum quæ, 288
Diametrorum similes portiones 360
Diaphana multiplicantia 519
Diaphanum, & opacum 477
Dieppæ longitudo 270
Dies 24 horarum, vbi 248
Dies maxima cuiuslibet climatis 269
Dineti tractatus egregius de Deo, præf. puncto XIV.
Dioptrica 472
Dioptricorum instrumentorum explicatio 518
Directionis lineæ definitio 433. motus.
Distantia perfectæ visionis quanta. 546
Distantia quomodo nota 493
Diuisio rationis 14
Dodecaedrum & eius diagonius 89, & 42
Doliorum mensurę 176
Dositheus, 92
Dositheus 92, & 104. & 124. & 130
Duæ proportionales medię 101
Duodecim Archimedis petitiones 142

E

Ecliptica syderum locus 263
Eclipticæ officia ibid.
Ellipses similes 314
Ellipsis & parabolæ area quanta 170
Ellipsis generatio 281. definitio 334
Elliptica specula 513
Eratosthenis mesolabium 365
Euclidis phænomena 249
Eudemus 274. & 276. Pergamus 305
Eudoxi inuenta 92
Eudoxus quid in Geometria repererit, ibid.
Eudoxus facit solem lunæ noncuplum 155
Eutocii ratio improbata 330
Exoctaëdron 59. vsque ad 63

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

F

Figura quid 1&67
Figura rectilinea 12
Figura prima, rationalis, isoperimetra 67
Figura explicans refractiones 539
Figura explicans systema Aristarchi 157
Figurarum leges 67
Figuratus parallelepipedi 87
Figuræ similes 18, reciprocæ
Figuræ solidæ inscriptiones 43
Figuræ reciprocæ 67
Figuræ altitudo quæ 67
Figuræ proprierates 67.& deinceps
Figuræ similes 67.& 68
Figuræ complentes locum 68
Figuræ in sphęra inscriptæ 99
Figuræ circa sphæram circumscriptæ 100
Figuræ solidæ sub conicis superficiebus 102
Figuræ solidæ in sphæræ portione 102
Figuræ conscriptæ circa spirales 139
Figuræ hyperbolarum & eilipsium, 335
Figuræ locum replentes 368
Finis contingentiæ 505
Firmamenti ambitus quantus 158
Firmamentum, speculum 509
Flumina varia referuntur 272
Foci speculorum lucem cylindricam proiicientes, 508
Focorum vires & proportiones 509
Forcipum helices habentium vis 470
Frusti conoidis parab. & hyperb. centrum 421
Frusti pyramidis mensuræ, 423
Frustum coni, eius mensura 424
Frustorum pyramidis & coni centra, 416
Frustum solidum, quid Archimedi 93
Frustum cylindri & coni cylindro & cono comparatum 121
Frustum pyramidis, coni conoidis 400
Fulcimentum duplex (?)ateræ 452
Fundamentum Trigonometriæ 183
Fusa hyperbolica reliquis corporibus comparata, 173

G

Gelon rex, 154.& 164.& 165
Gellibrandi trigonometria 255
Geodæsia rectarum 71 & 72
Geometria quid 65
Geometrica medietas 366
Germanica milliaria quot in ambitu terræ, 260
Gethaldi opus 388
Gibbum 83
Gnomo 73
Grauitantium super planis obliquis leges, 445 & deinceps.
Grauitas corporum maior vnde 399
Grauitates corporum simul comparatæ 438 & deinceps.
Gtauitatis descriptio 396
Grauitatis propietates 398
Grauitatis diameter 442
Grauitaris centra, 143

H

Habitationes terræ Theodosii 246
Harmonica medietas 306. Harmonicæ contraria
Hedræ pyramidis 85. prismatis 86
Helicis cochleæ 470
Helicis prima & secunda reuolutio 132
Helix 66
Hemisphęrii comparatio cum cono & cylindro, 414
Hemisphæroideon centra grauitatis, 429 & deinceps
Hemisphæroideon mensuræ. 424 & deinceps
Hercules Geometra 131
Hermodorus Pappi filius 392
Hexaedrum prisma 86
Hexagoni faui 368
Hominis caput pedibus quanto celerius moueatur 398
Homo quomodo stare possit. 435

Homologæ magnitudines 14
Horizon quid 249
Horizon astronomicus & sensibilis 265. quantus.
Horizontis officia 266
Horopter, vbi 492
Horopteris planum 490
Humeri difficultas in oneribus ferendis 455
Humidorum proprietates 144
Hyperbolarum & Elipsium vmbilici 335
Hyperbolæ cum aliis lineis comparatio 432
Hyperboles generatio 281. definitio 334
Hyperbolica fusa, & parabolica. 173
Hyperbolici conoidis cum aliis coporibus comparation 432 & 433
Hyperbolicum solidum infinitum finito cylindro æquale, præfationis puncto V.
Hypotheses Archimedis 93
Hypotheses physicæ luminis & visionis 567

I

Ichnographia, quid 543
Icosaedrum 88.& 43
Icosidodecaedron 59. eius cum cubo, & aliis corporibus comparatio 61
Ignis per lumen transfusus 510
Imaginis locus 501
Imaginis visio, locus 475
Imaginis locus in speculis, vbi 503
Imaginis per lentem conuexam erectæ proprietas 523
Imago refracta, & eius locus 515
Imago in medio ratiore & densiore 516
Incidentiæ diamèter, centrum, 550
Incidentiæ linea, punctum 500. cathetus, angulus 501
Inclinatio conoidis in humido natantis, quando 152
Inclinatio superficiei super superficiem, 190.
Inclinatio quid 190 & eius angulus
Inclinationes restitutæ 388
Index & transuersarium 71
infinita quattuor 457
Infinitum spatium planum æquale finito, præfationis puncto V.
Inscriptæ lineæ 77
Inscriptæ corporum regularium reciprocæ 53
Instrumentum ad solis magnitudinem capiendam, 156
Instrumentum idem catoptricum & dioptricum 518
Irrationales magnitudines 30
Irris felium 487
Isosceles 2
Isoperimetrarum quæ maxima 369

L

Lacombei Theologia qualis, præf. puucto XIV.
Laconica scytala 467
Latera pyramidis, cubi, & icosaëdri comparata 55
Latitudinum circuli, qui, 263
Latitudo cœlestis vnde sumpta, ibid.
Latitudo in meridiano 264.& 265
Lemma habens 18 modos 24
Lentes cauæ, & conuexæ, quomodo ad visionem concurrant, à 520 ad 524.
Lentis concauæ, & conuexæ effectus 527 & deinceps.
Lentium conuexarum in repræsentando proprietates 523
Leuca Gallica, 2500. sexpedarum. 259
Leuitatis descriptio 396
Leuitatis centrum 197
Librarum fraudes, 448
Librarum tria genera, quod nam melius, 449
Libræ brachia ponderibus proportionalia 439
Libræ maiores cur exactiores, 448
Libræ diuersæ, & earum leges 441
Libræ centrum quomodo inueniendum ibidem

Libri

Libri octo Pappi quid contineant à 365, ad 394
Librile eò celeriùs mouetur quo magis ab agina distat 448
Ligna gestata ad vectem reducta, 454
Linea extrema & media ratione secta, eiusque proprietates 47, & 48, & 50
Linea & lineatum 1, & 65, & 66
Linea recta ibid.
Linea caua quid 93
Linea iuxta quam 115
Linea circulum tangens 134
Linea spiralem tangens 136
Linea recta proximè æqualis circumferentiæ 168
Linea ex centro sectionis 282
Linea à tactu ad vmbilicum 342
Linea mirabilis Menelai 368
Linea directionis 397
Linea directionis ad standum necessaria 399
Linea directionis, 433. causa stationis 434
Linea directionis transit per centrum grauitatis, 435
Linea nutus, 458. & renixus.
Linea incidentiæ, & reflexionis, 500
Linea loci veri, visi 530
Linea terræ, horizontalis 542
Linea imaginaria 555
Linea interradiosa, 551, & 555
Linea lucis, quid 571
Linea Mathematica, quis radius 573
Lineæ 4 proportionales 19
Lineæ circuli 77
Lineæ in solido 84
Lineæ spiralis descriptio 132
Lineæ ellipticæ mensura 169
Lineæ rectæ transitus per sphæræ polos, 119, & deinceps.
Lineæ refractæ in perspiciliis, 473
Linearum rectarum & planorum comparationes à 43 ad 45
Linearum in plano proprietates 68
Linearum proportionalium proprietas, 125
Linearum multæ comparationes 135
Linearum sectarum, & tangentium variæ proportiones 422
Lineas proportionales inuenire 19
Loci plani, solidi, lineares, &c. 385
Loci ad medietates Eratosthenis 385
Locus resolutus 371
Locus imaginis triplex 507
Locus imaginis in speculis sphæricis, 505
Logarithmi, Neperi & Briggii 255
Londini longitudo, & latitudo 270
Longitudo cœlestis, vnde numeretur, 263
Longitudo Lutetiæ, & latitudo 264
Longitudo terræ vnde sumatur 260
Lucæ Valerii libri de centro grauitatis, à 405 ad 433
Lucidi diastole & systole, 568
Lucidi actio in oculum ibid.
Lucidum segmentum 481
Lucidum ab omnibus visum 567
Lucis & luminis proprietates 478, & deinceps.
Lumen est motus 569
Luminis figura 479
Luminis natura & generatio 568, & deinceps,
Luminosæ sphæræ passiones 480, & deinceps.
Lutetiæ polus fere 49 gradus altus 261
Lux prima, minima 477
Lux condensata, & rarefacta ibid.

M

MAgnitudo quid 65
Magnitudo speculorum sphæricorum, cylindricorum, &c. 505
Magnitudine quænam data 373, & positione, 374
Magnitudines incommensurabiles 30
Magnitudines quomodo maiores sint & minores 570
Magnitudines plurifariam comparatæ 15, & deinceps.
Magnitudines proportionales 13
Magnitudines congruæ, assymmetræ,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

adſcriptæ 65
Magnitudines apparentes, & veræ 493
Magnitudines 2, 3, & octo ſimul comparatæ, 413
Magnitudinum commenſ. & incommenſurabilium paſſiones & comparationes, à 31 ad 40
Mali partes 451
Marandei Theologia Gallica laudata, præf. puncto XII.
Mathematicæ propoſitiones mirabiles, 395
Mathematicæ partes totâ Præfatione explicatæ.
Mechanicæ Artis definitio 395
Mechanicæ potentia 471
Mechanicæ principium ex circulo, 457
Mechanicum problema difficile 448
Media, quid 33
Media maior 34
Media commenſurabilis 33
Media apotome prima 33
Medietas triplex 37
Medium rarius, quid 567. denſius. 365
Medium vniforme, quid 571
Menechmi methodus duarum mediarum, 105
Menelaus, ſeu Mileus Geometra, 204
Meridiani diuerſæ inuentiones 265
Meridiani eiuſdem incolæ 247
Meridianus quid, 249. eius officia 264
Meridianus primus, vbi incipiat ibid.
Milliare Helueticum & Germanicum, 260
Minimi numeri 24, & 25, & 29
Mirabilia 5 circuli explicata, impugnata 456
Mons non eſt valle, vel plano capacior 398
Montarſii ſubtilitas, præf. puncto XIV.
Monte regio, & Purbachius 205, & 230
Motuum vires quantæ 447
Motus duorum punctorum helicis parens 133
Motus ſextuplex rotundorum 460
Motus varij lumen explicantes, præf. puncto X.
Motus quomodo motum generet, 567
Motus quando vocandum ſit lumen, 569
Multangulum ordinatum 83
Multiplex quid 21
Munitio, ſeu fortificatio D. de Mets, præf. puncto XI.
Muſculi vectibus comparati, 449
Myrias myriadum 159

N

NAdir 204
Nauis temo ad vectem reductus, 450, eius vires.
Nicomedis Conchois 367
Nicoteles, 306
Niger color quomodo fiat, præf. puncto X.
Nix hexagona 369. vide Meteora D. Carteſii.
Notiones communes tredecim 22
Notiones communes, ſiue axiomata 3
Nouem Archimedis hypotheſes 94
Nomen minus & maius 35
Nouem viſibilia in duo reſtricta 486
Nouemdecim Apollonii definitiones 277
Nox inſtans eſt 248
Nucifrangibulum vecti obligatum 454
Numerandi modus in infinitum 159, & deinceps.
Numeri ab Archimede ordinati 159
Numerorum paſſiones à 22 ad 30
Numerus 21
Numerus par, impar, pariter par, impariter impar, primus compoſitus, quadratus, cubus, proportionalis, ſimilis planus & ſolidus, perfectus, 21, & 22

O

OBiectorum repræſentatio 542. delineatio.
Oblongum & eius paſſiones 75
Obſeruationes faciendæ 271
Obtuſangulum & obliquangulũ 2, & 72

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Octaëdrum 88. & 42
Octo librorum conicorum Apollonii synopsis 276
Octo libri Pappi, à 365. ad 394
Oculi 3 humores, 7 tunicæ 487
Oculi nerui septem & eorum officia, ibid.
Oculi acies 489
Oculus Perspectiuæ, quid 543
Oculus presbytro, & myopis quomodo videat 523
Oculus vbi non appareat 507
Oculus in centro speculi se solum videt ibidem.
Oculus quomodo profunditate circulum, rei locum, situm, continuum, motum, velocitatem, tarditatem, transparentiam, & alia obiecta cognoscat, 494, & deinceps. 20
Opterocathetus, & opterometros 543
Optica pyramis 490. eius axis.
Optici nerui, vbi. 491. illorum motus.
Ordinata 333
Ordinatim ad diametrum applicatæ proprietates 337
Ortographia 543

P

Pancratii ope terram tollere 471
Papaueris granum quantum Archimedi 159
Pappi collectiones 365
Pappi error in mechanicis 393
Pappi liber septimus quid contineat 392
Par & impar numerus 21
Parabola qua sectione generetur 280. definitio 334
Parabolæ quadratura, 124. & deinceps.
Parabolæ & triangulorum inscriptorum proportio 129
Parabolæ & circuli conuenientia, 169
Parabolæ & conoideon natatio 151
Parabolæ centrum grauitatis 147
Parabolæ proprietates 178
Parabolæ vmbilicus 335
Parabolæ generatio 336
Parabolæ, ellipsis & hyperbolæ proprietates, à 283 ad 312
Parabolici, & hyperb. conoidis centrum 431
Parabolicis comburentibus lentes comparantur 525
Parabolicorum speculorum proprietates 511. & deinceps.
Parabolicum spatium quadratum, 130
Parabolicus annulus vrens 513
Parallaxes rerum visarum repertæ, 532
Parallaxes deprimunt, refractiones eleuant 529
Parallaxium doctrina 530
Parallaxium verticalium, & latitudinis differentia 531
Parallaxi vna data reperire aliam 534
Parallaxis verticalis, declinationis, ascensionis, distantia motus 531
Parallelæ lineæ 2 & 66
Parallelepipedi mensuræ 409
Parallelepipedum 87 & 43
Paralleli circuli 267
Paralleli eiusdem incolæ 147
Parallelogrammorum proprietates 20
Parallelogrammorum passiones 5
Parallelogrammum & eius proprietates 72 & 74, & 6
Parallelogrammum qualis sectio 314
Parallelorum magnitudo 270. Lutetiæ.
Parameter contigua 335
Parameter coni sectionis 333
Parameter, seu rectum latus 330
Parium & imparium numerorum proprietates 29
Pars quid 13
Pars, & partes 21
Passio, quid 567
Pauimentum, quid 543
Pedem facere quid Aristoteli 451
Pendulorum leges 442

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Percussionis vires ex motus celeritate 447
Perfectus numerus 22
Periœci quinam 270
Peripheria 66
Peripheria sectionis 79
Periscii qui 262
Perpendicularis trianguli 72
Perpendiculum refractionis 574, & deinceps.
Perspectiuæ fundamentum 2 propositionibus conclusum 547
Perspectiuæ definitio 542
Perspicilia Batauica explicata 474
Perspicilia visionem iuuantia 423
Pes Regius Galliæ quantus 260
Petauii Theologia laudata, præf. puncto XII.
Petitio Theodosii 190
Petitiones 12 Archimedis 141, & 142
Phænomena Euclidis 249, & deinceps.
Phænomeni distantia vera, visa, 531, & deinceps.
Phalanx 455
Phantasma à lucido est lumen 569
Phidias 155
Philo Tyaceus 368
Pictura quomodo fiat, 546
Pisida iambographus 395
Plana tangentia conoideas & sphæroideas 120
Plana similia 70. rectilinea, ibid.
Plani problematis solutio legitima, 368
Plani numeri 22, & 24
Plani loci restituti, à 386 ad 388
Planorum proprietates 41
Planum sub acutianguli sectione 115
Planus quadrati 74
Platonicus numerus 257
Poli altitudo Lutetiana 261
Polorum incolæ 248
Polorum sphæræ proprietates 191
Polyedra mista ordinata 88
Polygona maiora, quæ 369
Polygonum circulo inscriptum 99
Pondera, longitudines, celeritates reciprocæ 439
Pondera humidorum cum duris composita 150
Pondera obliqua quæ, & quanta, 444
Ponderandi omnia modus in humidis 150 & deinceps.
Ponderis ad potentiam ratio explicata, 465
Ponderum proprietates 142, & deinceps.
Pondus super circulo motum variè ponderat 446
Porismata Euclidis, 385
Poristicon, quid 373
Portio circuli 8
Portiones similes, quid 9
Portionis angulus 8
Positio corporum quid 500
Postulata duo 400
Postulata quinque 2
Postulata 6. Lucæ 407
Postulata optica 477
Postulatum lucidum. 574
Potens bina media 35
Potentia rectæ quid 74
Potentia ponderi collata 439. motus vtriusque
Potentia & pondus in trochleis & comparatio spatiorum 463
Prima ex binis mediis 34
Primus numerus 21, & 25
Prisma 86, & 42
Prisma qualem visionem terminet 520
Prismatis centrum, vbi 411
Prismatis colores ex refractione, qui & cur 589
Prismatis centrum grauitatis 415
Prismatis axis 406
Prismatum mensuræ 403
Problema mirabile 379
Problema Diotricum 549
Problema pulchrum 275

Problematis definitio 395
Problematum tria genera 365
Proiectorum leges 446
Proportio sectionis 382
Proportio, vel ratio 13
Proportio tripla in recto cono, & triangulo per axem, 328
Proportio composita 18
Proportionales magnitudines 13
Proportionales numeri 22. & 26. & 29
Proportionalium proprietates 105
Protarchus 49
Ptolomæus sumpsit ex Menesio 204
Pugni vis quomodo inuenta 454
Puncta 3 lineæ horizontalis 542
Punctum lucis in orbem radians, 477
Punctum euersionis 523
Punctum 1. & 65
Punctum incidentiæ 500
Purpurariorum fraus 448
Pupillæ motus 487
Pyramidatum 86
Pyramidis latus comparatum cum illius perpendiculari 50
Pyramidis proprietates & mensuræ 408
Pyramidis centrum, vbi 411

Q

Quadratum ex binis nominibus 35
Quadratum rationalis 40
Quadratura parabolæ 124, & deinceps.
Quadratus numerus 21. & 27
Quattuor lineæ proportionales 19
Quatuor species conicarum sectionum, 173.
Quinquangulum 77
Quinque corpora ordinata 90
Quinque corpora sphæra includere 48 & 49
Quinque lineæ in oculo spectandæ 490
Quinque vires 392. & deinceps

R

Radii definitio 570
Radii diuergētes effecti paralleli 519
Radii refractio est vertigo 589
Radii optici & visorii 491
Radii paralleli incidentes in lentem chrystallinam 520
Radii diuersi tabularum, 187
Radii 2 & 4 puncta in eodem plano 502
Radii directi & refracti via 572
Radiorum passiones 478
Radiorum parallelorum post lentem concursus 521
Radiorum directorum causa physica 571
Radiositatis dilatatio 552 & 554
Radius 67
Radius triplex 479
Radius est spatium solidum 571
Radius directus & refractus quid 571
Radius, & radiosa linea, & pyramis 477
Radius à perpendiculo recedit in medio rariore, 575
Radius incidens in medium diuersum curuum quam habeat refractionem 588
Rarefractionis vires 472
Raritas tarditati comparata 460
Ratio 7 ad 12 in spiralium spatiis 140
Ratio permutata, conuersa, æqua 14
Rationale, & medium potens 34
Rationales magnitudines 65
Rationalis quadratum 40
Rationem dari, quid 373
Ratione adplicatum 33
Rationum octodecim compositiones 224.
Reactio cerebri in visione 569
Recta proportionaliter secta & eius proprietates 76
Rectangulorum proprietates 183
Rectangulum 74
Rectarum Geodæsia 71. & 72
Reflectio quomodo fiat 502
Reflectionis superficies 501. angulus
Refractio ad perpendicularem 515
Refractio crystalli quanta 519
Refractio eadem radii ingredientis & egredientis ibid.
Refractio; illius punctum, linea, superfi-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

cies, &c.
Refractionis causa 514
Refractionis planum oculare 5:2
Refractionis superficies 4 continet 551
Refractionis interradiosæ planum 515
Refractiones & emblæ 552
Refractionum proprietates 525
Refractus angulus, quando minor semirecto 517 & deinceps.
Refringentis superficiei proprietates 578
Remi partes & leges 516
Remigum triplex ordo, & nouem, 451
Repræsentandarum imaginum modi 450
545.
Repræsentatio confusa, vnde, 523
Retinæ officium 488
Resolutio & compositio 371
Retentionis puncta, 442
Reuolutiones spiralis 132
Reuolutionum spiralis mensuræ 137
Rhetici radius
Rhombus solidus, quid 93
Rhombus ex isoscelibus compositus 98
Rhombus, & rhomboides 2. & 76

S

Sacoma 448
Sanctorii demonstratio de coloribus, præfat. puncto x
Scalenum 2
Scapi & ponderum proportio 452
Sciagraphiæ discriptio, 543
Scintillatio, systole & diastole 568
Scytalarum, & Ergatarum rationes & leges, 467
Secans & tangens definitæ, 187
Sectio quid 79
Sectio subcontraria 315
Sectio, triangulum, 278
Sectio spatii 382 determinata
Sectio coni quot in punctis sectionem aliam contingere queat, 310
Sectiones oppositæ, quæ 281. & 334
Sectiones conoideon & spheroideon, 122 & 123
Sectionum nomina, vnde 330
Sectionum conicarum proprietates 280 deinceps.
Sectionum trium multifariæ per puncta descriptiones à 343. ad 349
Sector sphæræ 91
Sector & eius proprietas 79
Securiculæ grauitatis centrum 444
Segmenta Citrii, oliuæ, &c. 174
Segmenta sphæræ, & sphæroidis quanta 171
Segmenta sphæræ, & illorum mensuræ 131.
Segmentum maius & minus 76
Segmentum circuli 79
Semicirculus 2. & 79
Septentrionales incolæ, 246
Sereni sectio cylindri 313
Sexangula tria complent locum 82
Sex definitiones secundæ 35
Sex definitiones tertiæ 38
Sex definitiones Maurolyci, 231
Sex species motus in rotundis, 460
Signorum cœlestium diuisiones 263
Signorum præcedentia, & consequentia 263
Similes numeri 22. & 27
Similitudo triangulorum 19
Similitudo conoideon & sphæroideon 123
Sinuum proprietates à 231. ad 237
Sinus recti, & secundarii 188
Sinus arcuum 223
Sinus rectus, & versus, & illorum proprietates 187
Sinus rectus: quadrantis; secundus; versus 231
Sinus anguli inclinationis ad sinum anguli refracti in qua ratione 585
Sol vniuersi centrum 398
Sol quanto maior terra 267
Sol cur ellipticus apparet 517
Solis magnitudo quomodo inuenta, 156
Solis radii vbi comburant vt foci speculorum 509
Solis & lunæ diametri 371

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Solis eleuatio super horizontem inuenta, 265
Solida, seu dura humidis, quoad pondus, comparata 149
Solidæ figuræ multifariam spectatæ 103
Solidi numeri 22 & 27
Solidi axis 85
Solidum, quid 41
Solidum varium 90
Solidus angulus 41
Species intentionales vbi visibiles, & inuisibiles 486
Specula columnaria 506
Specula irregularia 513
Speculum sphæricum est sphæræ segmentum 471
Speculum maius quodnam 471
Sphæræ contactus à plana superficie 191
Sphærę centrum diameter, axis definiuntur 189
Sphæræ centrum & diameter 42
Sphærois oblonga 119
Sphæropoeiæ liber Archimedis 393
Sphæricum 83
Spiralis descriptio 132
Spori modus duarum mediarum 104
Stadium quantum 260
Stateræ partes 452
Stateræ, seu trutinæ ad libram reductæ leges 452
Statio animalium, auium, arborum ob lineam directionis 435
Stellæ loca 263
Stellarum æquinoctialium velocitas quanta 258
Stellarum à terra distantiæ 267
Stereometria Kepleri 169
Subcontraria positio, & coni sectio quid 334
Succularum vsus 468
Superficies gibba 83
Superficies in solido 84
Supecficies plana 1, curua 66 & 68
Superficies corporum regularium comparantur 51
Synopsi nostra quæ compræhendantur præf. punctis primis 10 habes: & quæ illi desint, puncto XI.
Synopsis datorum Euclidis, præf. puncto VIII.
Systole & diastole lucidi 568

T.

Tabula, vitrum, sectio 492
Tactiones sphæricæ 384
Tactiones 383. seu Apollonius Gallus.
Tactus sphæroidearum figurarum 120
Tangens & secans quid 187
Tangens quid 78
Tangentes sectionum 284, & deinceps.
Tangentes spiralem cuiuslibet reuolutionis 137, & deinceps.
Tangentium proprietates, & cum aliis lineis proportiones 285, & deinceps.
Terminus 65 & 1
Terra quomodo mobilis 399
Terra circa solem mota 154
Terræ ambitus quantus 155
Terræ ambitus diameter, superficies, soliditas 259
Terræ & siderum proportiones 267
Terræ centrum quomodo inuentum 399
Terræ, & mundi diametri mensura 159
Terræ, aquæ, & aëris proportio 267
Tetraëdrum 86, eiusque proprietates, & 42
Thalamites, Thranites, Zygites 450
Theodosius de habitationibus 247
Theologiæ Positiuæ præstantia, præf. puncto XII.
Theoremata pulchra Archimedis 91
Transuersarium 71
Trapeziorum centra grauitatis 144, & 145
Trapezium 2, & 76
Tredecim axiomata 22
Tres petitiones ibid.
Tres definitiones 129
Tres Archimedis hypotheses 149
Tres magni viri laudantur, præf. puncto XIV.
Tres anguli trianguli sphærici semper minores sex rectis, & maiores duobus 209

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Triangulati adſcriptio 81
Triangulatum & eius paſſiones 72
Trianguli adſcriptio 80. 81
Triangulum 2. & 70
Triangulum rectangulum 2, & 72
Triangulum ſphærale 204
Triangulum ſubſeſquitertium parabolę 129
Triangulum qualis ſectio 334
Triangulus habens tres angulos rectos 200
Trigonometria Gillebrandi optima 255
Trigonometriæ definitiones & leges 119, & deinceps.
Triplex viſionis genus modos pingendi refert 546
Trium ſectionum generatio 511
Trochleæ deſcriptio 461. ad quem vectem reducitur.
Trochleæ duæ 461, tres & quatuor 362
Trochleæ minores an celeriùs & faciliùs moueantur 466
Trochleæ ſuperiores & inferiores conſiderandæ 464
orbiculi trochlearum, & illorum in trahendo proportiones 462
Trochoidis ſolidum ad ſuum cylindrum vt 8 ad 5. puncto V.
Trochus motus 449
Tropici, & illorum officia 266
Tropologiæ vnde ſumendæ, pręfat. puncto XIII.
Trunci coniugationum quanti 176
Trutina dans quadraturam parabolæ 125
Tubi optici deſcriptio 525
Tubus opticus explicatus 475
Tympana dentata 393

V

VArium 84, & 90
Vectes conſiderati in rebus ſciſſis, & fiſſis 469
Vectis diuerſæ ſpecies 449
Vectis definitio & partes ibid.
Vectis datus potentia data mouet pondus, 440
Vectis, & potentiæ leges ibid.
Vela & malus ad vectem reducuntur 451
Velorum genera 451
Ventorum vſus in mari ibid.
Vertex, axis, baſis, coni 277
Verticales circuli, Azimuth 265
Verticalis parallaxis 535
Vertigo quò maior eò maior refractio 589
Viginti corporum regularium inſcriptiones 54
Viginti & vna definitiones 21
Viginti viſibilia Vitellionis 486
Virga doliorum, *iauge* 177
Viri docti huius ſæculi laudantur, præf. puncto X, & XI.
Viſio quid 567
Viſio quomodo fiat 488
Viſio refracta 564
Viſio ſingularis 556
Viſio ſingularis, & coniugata 549
Viſio directa, & obliqua 515
Viſio diſtincta, clara, obſcura 522
Viſio coniugata 551. recta, obliqua 552
Viſionis coniugatæ tam rectæ quàm obliquæ paſſiones 556, & deinceps.
Viſualis diameter, viſuale centrum 550
Viſus & eius proprietates & proportiones in dimetiendo 71
Viſus obiectum 485, ſecundarium noncuplex 486
Viſus quando maximè decipiatur 495, vſque ad 499
Vitri & aëris comparatio 578
Vitri ſectio prima, & ſecunda 543
Vitri conuexi figura & diſtantiæ in perſpiciliis 472
Vitrum & eius baſis 543
Vmbra quomodo fiat 477
Vmbra lunę ſolari longior 485
Vmbra triplex 483
Vmbra recta & verſa 483
Vmbra proiecta in circulum, parabolam, hyperbolam & ellipſim ab horologii ſtilo 485
Vmbra cuiuſlibet rei quî exprimatur 544, & deinceps.
Vmbræ contra ſolem proiectæ 520
Vmbræ paſſiones 482, & deinceps.
Vmbræ ope metiri altitudines 484
Vndecim definitiones magnitudinum 30
Vnitas quid 21

Z

ZEnith & nadir 264
Zeuxippus 154, & 159
Zodiaci officia 262, & deinceps.
Zona mali, quid 172
Zona citrii truncati 172
Zona ſphæræ & ſphæroidis quanta 171
Zonæ frigidæ initium 263

FINIS.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER PRIMVS.

DEFINITIONES.

1. PVNCTVM est, cuius nulla est pars, vel quod magnitudinem non habet.

2. Linea verò est longitudo latitudinis expers.

3. Lineæ fines sunt puncta.

4. Recta linea est quæ ex æquali suis interijcitur punctis.

5. Superficies est id, quod longitudinem & latitudinem tantùm habet.

6. Superficiei fines sunt lineæ.

7. Plana superficies est, quæ ex æquali suis interijcitur lineis.

8. Planus angulus est duabus lineis in plano sese contingentibus, & non in directum iacentibus, alterius ad alteram inclinatio.

9. Quando autem quæ angulum continent rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus appellatur.

10. Cùm verò recta linea super rectam lineam insistens eos, qui deinceps sunt, angulos æquales inter se fecerit, rectus est vterque æqualium angulorum: & quæ insistit recta linea, perpendicularis vocatur ad eam, cui insistit.

11. Obtusus angulus est, qui maior est recto.

12. Acutus autem, qui recto est minor.

13. Terminus est, qui alicuius est finis.

14. Figura est, quæ aliquo, vel aliquibus terminis continetur.

15. Circulus est figura plana vnâ lineâ contenta, quæ circumferentia appellatur: ad quam ab vno puncto intra figuram existente omnes rectæ lineæ pertinentes sunt æquales.

16. Hoc autem punctum cèntrum circuli nuncupatur.

17. Diameter circuli est recta quædam linea per centrum ducta,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

& ex vtraque parte à circumferentia circuli terminata, quæ quidem & circulum bifariam ſecat.

18. Semicirculus eſt figura, quæ continetur diametro, & ea quæ ex ipſa circuli circumferentia intercipitur.

19. Portio circuli eſt figura, quæ recta linea, & circuli circumferentia continetur.

20. Rectilineæ figuræ ſunt, quæ rectis continentur lineis.

21. Trilateræ quidem, quæ tribus.

22. Quadrilateræ, quæ quatuor.

23. Multilateræ verò, quæ pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur.

24. Trilaterarum figurarum æquilaterum eſt triangulum, quod tria latera habet æqualia.

25. Iſoſceles, ſiue æquicrure, quod duo tantùm æqualia latera habet.

26. Scalenum verò, quod tria inæqualia habet latera.

27. Ad hæc, trilaterarum figurarum, rectangulum quidem eſt triangulum, quod rectum angulum habet.

28. Obtuſi angulum eſt, quod obtuſum habet angulum.

29. Acutiangulum verò, quod tres acutos angulos habet.

30. Quadrilaterarum figurarum quadratum eſt quod & æquilaterum eſt, & rectangulum.

31. Altera parte longior figura eſt, quæ rectangula quidem, æquilatera verò non eſt.

32. Rhombus, quæ æquilatera quidem, ſed rectangula non eſt.

33. Rhomboides, quæ & oppoſita latera, & oppoſitos angulos inter ſe æquales habet, neque æquilatera eſt, neque rectangula.

34. Præter has autem reliquæ quadrilateræ figuræ trapezia vocentur.

35. Parallelæ, ſeu æquidiſtantes rectæ lineæ ſunt, quæ cum in eodem ſint plano, & ex vtraque parte in infinitum producantur, in neutram partem inter ſe conuenient.

Poſtulata quinque.

1. Poſtuletur à quouis puncto ad quoduis punctum rectam lineam ducere.

2. Rectam lineam terminatam in continuum, & directum producere.

3. Quouis centro, & interuallo circulum deſcribere.

4. Omnes angulos rectos inter se æquales esse.

5. Et si in duas rectas lineas recta linea incidens interiores, & ex eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas illas in infinitum productas, inter se conuenire ex ea parte, in qua sunt anguli acuti duobus rectis minores.

Axiomata, seu communes notiones decem.

✠ 1. Quæ eidem æqualia, & inter se sint æqualia.

2. Et si æqualibus æqualia adiiciantur, tota sunt æqualia.

3. Et si ab æqualibus æqualia auferantur, reliqua sunt æqualia.

4. Et si inæqualibus æqualia adiiciantur, tota sunt inæqualia.

5. Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua sunt inæqualia.

6. Et quæ eiusdem dupla, inter se sunt æqualia.

7. Et quæ eiusdem dimidia, inter se sunt æqualia.

8. Et quæ sibiipsis congruunt, inter se sunt inæqualia.

9. Totum est sua parte maius.

10. Duæ rectæ lineæ spatium non comprehendunt.

PROPOSITIONES XLVIII.

1. IN data recta linea terminata, triangulum æquilaterum constituere.

2. Ad datum punctum datæ rectæ lineæ æqualem rectam lineam ponere.

3. Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori, minori æqualem abscindere.

✠ 4. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri: habeant autem & angulum angulo æqualē, qui æqualibus rectis lineis continetur: & basim basi æqualē habebunt: & triangulum triangulo æquale erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales, alter alteri: quibus æqualia latera subtenduntur.

✠ 5. Æquicrurium triangulorum qui ad basim anguli inter se sunt æquales: & productis æqualibus rectis lineis anguli qui sunt sub basi inter se æquales erunt.

✠ 6. Si trianguli duo anguli inter se sint æquales, & æquales angulos subtendentia latera inter se æqualia erunt.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

7. In eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales, altera alteri non constituentur ad aliud, atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem, quos primæ lineæ terminos habentes.

✠ 8. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri: habeant autem & basim basi æqualem: angulum quoque, qui æqualibus lateribus continetur, angulo æqualem habebunt.

✠ 9. Datum angulum rectilineum bifariam secare.

✠ 10. Datam rectam lineam terminatam bifariam secare.

11. Datæ rectæ lineæ à puncto in ipsa dato ad rectos angulos rectam lineam ducere.

12. Super datam rectam lineam infinitam dato puncto, quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam ducere.

✠ 13. Cùm recta linea super rectam consistens lineam angulos fecerit; vel duos rectos, vel duobus rectis æquales efficiet.

✠ 14. Si ad aliquam rectam lineam, atque ad punctum in ea duæ rectæ lineæ non ad easdem partes positæ, angulos qui deinceps sunt duobus rectis æquales fecerint: ipsæ rectæ lineæ in directum sibi inuicem erunt.

✠ 15. Si duæ rectæ lineæ se inuicem secuerint, angulos qui ad verticem sunt, inter se æquales efficient.

✠ 16. Omnis trianguli vno latere producto exterior angulus vtroque interiore, & opposito est maior.

✠ 17. Omnis trianguli acuti duo anguli duobus rectis minores sunt, quomodocumque sumpti.

✠ 18. Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit.

✠ 19. Omnis trianguli maiorem angulum maius latus subtendit.

✠ 20. Omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt, quomodocumque sumpta.

✠ 21. Si à terminis vnius lateris trianguli duæ rectæ lineæ intra constituantur, hæ reliquis duobus trianguli lateribus minores quidem erunt, maiorem verò angulum continebunt.

✠ 22. Ex tribus rectis lineis, quæ tribus rectis lineis datis æquales sint, triangulum constituere. Oportet autem duas reliquâ maiores esse, quomodocumque sumptas: quoniam omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt, quomodocumque sumpta.

23. Ad datam rectam lineam, & ad datum in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.

✠ 24. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia ha-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

beant, alterum alteri, angulum autem angulo maiorem, qui æqualibus rectis lineis continetur: & basim basi maiorem habebunt.

25. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, basim verò basi maiorem: & angulum angulo, qui æqualibus lateribus continetur, maiorem habebunt.

26. Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habeant, alterum alteri, vnumque latus vni lateri æquale, vel quod æqualibus adiacet angulis, vel quod vni æqualium angulorum subtenditur: & reliqua latera reliquis lateribus æqualia, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

✠ 27. Si in duas rectas lineas recta linea incidens alternos angulos inter se æquales fecerit, parallelæ erunt rectæ lineæ.

28. Si in duas rectas lineas recta linea incidens exteriorem angulum interiori, & opposito, & ad easdem partes æqualem fecerit, vel interiores, & ad easdem partes duobus rectis æquales: parallelæ erunt inter se rectæ lineæ.

✠ 29. In parallelas rectas lineas recta linea incidens, & alternos angulos inter se æquales, & exteriorem interiori & opposito, & ad easdem partes æqualem, & interiores, & ad easdem partes duobus rectis æquales efficiet.

✠ 30. Quæ eidem rectæ lineæ sunt parallelæ, & inter se parallelæ erunt.

31. Per datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere.

32. Omnis trianguli vno latere producto exterior angulus duobus interioribus, & oppositis est æqualis: & trianguli tres interiores anguli duobus rectis æquales sunt.

✠ 33. Quæ æquales, & parallelas ad easdem partes coniungunt rectæ lineæ, & ipsæ æquales, & parallelæ sunt.

34. Parallelogrammorum spatiorum latera, quæ ex opposito, & anguli, inter se æqualia sunt: & diameter ea bifariam secat.

✠ 35. Parallelogramma in eadem basi, & in eisdem parallelis constituta, inter se æqualia sunt.

✠ 36. Parallelogramma in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis constituta inter se sunt æqualia.

✠ 37. Triangula in eadem basi, & in eisdem parallelis constituta inter se æqualia sunt.

✠ 38. Triangula in basibus æqualibus, & in eisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

✠ 39. Triangula æqualia in eadem basi, & ad easdem partes

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

conſtituta, in eiſdem quoque ſunt parallelis.

40. Triangula æqualia in baſibus æqualibus, & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem quoque ſunt parallelis.

✠ 41. Si parallelogrammum & triangulum eandem baſim habeant, in eiſdémque ſint parallelis: parallelogrammum ipſius trianguli duplum erit.

42. Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

✠ 43. Omnis parallelogrammi ſpatij eorum, quæ circa diametrum ſunt, parallelogrammorum ſupplementa inter ſe ſunt æqualia.

44. Ad datam rectam lineam dato triangulo æquale parallelogrammum applicare in dato angulo rectilineo.

45. Rectilineo dato æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

46. A data recta linea quadratum deſcribere.

✠ 47. In rectangulis triangulis, quod à latere rectum angulum ſubtendente deſcribitur quadratum æquale eſt quadratis, quæ à lateribus rectum angulum continentibus deſcribuntur.

✠ 48. Si quadratum, quod deſcribitur ab vno laterum trianguli æquale ſit quadratis, quæ à reliquis trianguli lateribus deſcribuntur: angulus reliquis duobus trianguli lateribus contentus rectus erit.

LIBER SECVNDVS.

Definitiones duæ.

1. OMne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur duabus rectis lineis, quæ rectum angulum conſtituunt.

2. Omnis parallelogrammi ſpatij vnumquódque eorum, quæ circa diametrum ipſius ſunt, parallelogrammorum, cum duobus ſupplementis *gnomon* vocetur. *Vide Scholion.*

Theoremata & Propoſitiones quatuordecim.

✠ 1. Si ſint duæ rectæ lineæ, altera autem ipſarum ſecta fuerit in quotcúmque partes: rectangulum duabus rectis lineis contentum æquale eſt eis rectangulis, quæ recta linea inſecta, & ſingulis partibus continentur. *Videantur duo theoremata Commandini.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

✠ 2. Si recta linea secta fuerit vtcúmque: rectangula quæ tota, & singulis partibus continentur, æqualia sunt ei, quod à tota fit, quadrato.

✠ 3. Si recta linea vtcúmque secta fuerit: rectangulum sub tota, & vna eius parte contentum æquale est & rectangulo, quod partibus continetur, & ei quod à prædicta parte fit quadrato.

✠ 4. Si recta linea secta fuerit vtcúmque, quadratum quod fit à tota æquale erit, & quadratis, quæ à partibus fiunt, & ei, quod bis partibus continetur rectangulo. *Vide Corollarium.*

✠ 5. Si recta linea secta fuerit in partes æquales, & in partes inæquales, rectangulum inæqualibus totius partibus contentum vnà cum quadrato lineæ, quæ inter sectiones interijcitur, æquale est ei, quod à dimidia fit quadrato.

✠ 6. Si recta linea bifariam secetur, atque ipsi in rectum adijciatur quædam recta linea: rectangulum sub tota cum adiecta, & adiectâ contentum, vnà cum quadrato dimidiæ, æquale est quadrato, quod ab ea, quæ ex dimidia, & adiecta constat, tanquam ab vna linea describitur. *Vide Scholium.*

✠ 7. Si recta linea vtcumque secta fuerit, quæ à tota, & vna parte fiunt vtraque quadrata æqualia sunt, & rectangulo, quod bis tota, ac dicta parte continetur, & ei, quod à reliqua parte fit quadrato.

✠ 8. Si recta linea vtcumque secta fuerit; & quod quater tota, & vna parte continetur rectangulum vnà cum quadrato reliquæ partis æquale est quadrato, quod ex tota, & dicta parte tanquam ex vna linea describitur.

✠ 9. Si recta linea in partes æquales, & in partes inæquales, secta fuerit, quadrata, quæ ab inæqualibus totius partibus describuntur, dupla sunt & quadrati dimidiæ, & quadrati lineæ eius, quæ inter sectiones interiicitur.

✠ 10. Si recta linea secetur bifariam, & ipsi in rectum quædam recta linea adiiciatur: quæ à tota cum adiecta, & adiecta fiunt vtraque quadrata dupla sunt, & quadrati dimidiæ, & quadrati, quod ab ea quæ ex dimidia, & adiecta constat, tanquam ab vna linea describitur.

11. Datam rectam lineam secare, ita vt quod sub tota, & altera parte continetur rectangulum æquale sit ei, quod à reliqua parte fit, quadrato *Vide Scholium.*

✠ 12. In obtusi angulis triangulis, quod à latere obtusum angulum subtendente fit quadratum maius fit quàm quadrata, quæ fiunt à lateribus obtusum angulum continentibus, rectangulo contento bis vno laterum, quæ sunt circa obtusum angulum, in quod scilicet pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

tractum perpendicularis cadit, & linea assumpta exteriùs à perpendiculari ad angulum obtusum.

✠ 13. In acutiangulis triangulis, quod à latere acutum angulum subtendente fit quadratum, minus est quàm quadrata quæ fiunt à lateribus acutum angulum continentibus, rectangulo contento bis vno laterum, quæ sunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & lineâ perpendiculari intus assumptâ ad angulum acutum. *Vide Scholium.*

14. Dato rectilineo æquale quadratum constituere. *Vide prop. 25. lib. 6.*

LIBER TERTIVS

Definitiones duodecim.

1. ÆQuales circuli sunt, quorum diametri sunt æquales, vel quorum quæ ex centris sunt æquales.

2. Recta linea circulum contingere dicitur, quæ contingens circulum, & producta non secat.

3. Circuli contingere se se dicuntur, qui contingentes seipsos non secant.

4. In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur, quando à centro ad ipsas perpendiculares ductæ sunt æquales.

5. Magis autem distare à centro dicuntur ea, ad quam maior perpendicularis cadit.

6. Portio circuli est figura, quæ recta lineâ, & circuli circumferentia continetur.

7. Portionis autem angulus est, qui recta linea, & circuli circumferentiâ comprehenditur.

8. In portione angulus est, quando in circumferentia portionis sumptum fuerit aliquod punctum, atque ab ipso ad terminos lineæ eius, quæ basis est portionis, rectæ lineæ ductæ fuerint, angulus verò dictis lineis sit contentus.

9. Quando autem continentes angulum rectæ lineæ assumunt circumferentiam, in illa consistere angulus dicitur.

10. Sector circuli est, quando angulus ad centrum constiterit, figura contenta rectis lineis angulum comprehendentibus, & circumferentiâ ab ipsis assumptâ.

11. Similes

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

11. Similes circulorum portiones sunt, quæ angulos suscipiunt æquales, vel in quibus anguli æquales consistunt: quibus additur à Commandino.

12. Similes circumferentiæ circulorum sunt, in quibus anguli consistunt.

PROPOSITIONES XXXVII.

1. Dati circuli centrum inuenire. *Videatur Corollarium & Scholium.*

2. Si in circumferentia circuli duo quæuis puncta sumantur, quæ ipsa coniungit recta linea intra circulum cadet.

✠ 3. Si in circulo recta linea per centrum ducta rectam lineam quandam non ductam per centrum bifariam secet, & ad angulos rectos ipsam secabit: quod si ad angulos rectos ipsam secet, & bifariam secabit.

✠ 4. Si in circulo duæ rectæ lineæ se inuicem secent non ductæ per centrum, sese bifariam non secabunt. *Vide Scholium.*

5. Si duo circuli se inuicem secent, non erit ipsorum idem centrum.

6. Si duo circuli sese intra contingant, ipsorum idem centrum non erit.

✠ 7. Si in circuli diametro aliquod punctum sumatur, quod non sit centrum circuli: & ab eo in circulum cadant quædam rectæ lineæ: maxima quidem erit, in qua centrum, minima verò reliqua: aliarum autem propinquior ei, quæ per centrum transit, semper remotiore maior est: at duæ tantùm æquales ab eodem puncto in circulum cadent ad vtrasque partes minimæ. *Vide Scholium.*

✠ 8. Si extra circulum aliquod punctum sumatur, atque ab eo ad circulum ducantur quædam rectæ lineæ, quarum vna per centrum transeat, aliæ verò vtcumque: earum quidem, quæ in concauam circumferentiam cadunt, maxima est, quæ per centrum transit: aliarum autem propinquior ei, quæ per centrum, semper remotiore maior est: at earum, quæ in curuam circumferentiam cadunt, minima est, quæ inter punctum, & diametrum interijcitur: aliarum verò quæ propinquior minimæ semper remotiore est minor: duæ autem tantùm æquales à puncto in circulum cadunt ad vtrasque partes minimæ.

✠ 9. Si intra circulum sumatur aliquod punctum, atque ab eo in circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: punctum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

quod sumitur, circuli centrum erit.

10. Circulus circulum in pluribus quàm duobus punctis non secat.

11. Si duo circuli sese intus contingant, & sumantur centra ipsorum; recta linea ipsorum centrum coniungens, & producta in circulorum contactum cadet.

✠ 12. Si duo circuli sese extra contingant, recta linea ipsorum centra coniungens per contactum transibit.

13. Circulus circulum non contingit in pluribus punctis quàm vno, siue intus, siue extra contingat.

14. In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro distant; & quæ æqualiter à centro distant, inter se sunt æquales.

15. In circulo maxima quidem est diameter: aliarum verò semper propinquior ei, quæ per centrum transit, remotiore maior est.

✠ 16. Quæ diametro circuli ad rectos angulos ab extremitate ducitur, cadit extra circulum: & in locum qui inter rectam lineam, & circumferentiam interijcitur altera recta linea non cadet: & semicirculi angulus omni angulo acuto rectilineo maior est: reliquus autem minor. *Vide Corollarium.*

17. A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum contingat.

✠ 18. Si circulum contingat quædam recta linea, à centro autem in contactum recta linea ducatur, ea ad contingentem perpendicularis erit.

✠ 19. Si circulum contingat quædam recta linea, à contactu autem ad rectos angulos contingenti recta linea ducatur, in ea circuli centrum erit. *Vide Scholium.*

✠ 20. In circulo angulus, qui ad centrum, duplus est eius qui ad circumferentiam, quando circumferentiam eandem pro basi habent. *Vide Commentarium.*

✠ 21. In circulo qui in eadem portione sunt anguli, inter se æquales sunt.

22. Quadrilaterorum, quæ in circulis describuntur, anguli oppositi duobus rectis æquales sunt.

23. In eadem recta linea duæ circulorum portiones similes & inæquales ex eadem parte non constituentur.

24. In æqualibus rectis lineis similes circulorum portiones inter se æquales sunt.

25. Circuli portione data describere circulum, cuius ea portio est.

✠ 26. In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus insistunt

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

circumferentiis, siue ad centra, siue ad circumferentias insistant.

✠ 27. In æqualibus circulis anguli, qui æqualibus insistunt circumferentijs, inter se æquales sunt; siue ad centra, siue ad circumferentias insistant.

✠ 28. In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ circumferentias æquales auferunt, maiorem quidem maiori, minorem verò minori.

✠ 29. In æqualibus circulis, æquales circumferentias æquales rectæ lineæ subtendunt. *Videantur quatuor aliæ propositiones.*

30. Datam circumferentiam bifariam secare.

✠ 31. In circulo angulus, qui in semicirculo, rectus est; qui verò in maiori portione, minor est recto; & qui in minori maior recto: & insuper maioris quidem portionis angulus recto maior est, minoris verò portionis angulus recto minor. *Vide Corollar. & Scholium.*

✠ 32. Si circulum contingat quædam recta linea, à contactu autem in circulum ducatur recta linea ipsum secans; anguli quos ad contingentem facit, æquales erunt ijs, qui in alternis circuli portionibus consistunt.

33. In data recta linea describere portionem circuli, quæ suscipiat angulum dato angulo rectilineo æqualem.

34. A dato circulo portionem abscindere, quæ suscipiat angulum dato angulo rectilineo æqualem.

✠ 35. Si in circulo duæ rectæ lineæ sese mutuò secent, rectangulum portionibus vnius contentum æquale est ei, quod alterius portionibus continetur.

✠ 36. Si extra circulum aliquod punctum sumatur, & ab eo in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem circulum secet, altera verò contingat: rectangulum, quod totâ secante, & exteriùs assumptâ inter punctum, & curuam circumferentiam continetur, æquale erit ei, quod à contingente fit quadrato. *Vide 2. Corollar. Campani.*

37. Si extra circulum sumatur aliquod punctum, atque ab eo in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem circulum secet, altera verò incidat: sit autem quod totâ secante, & exteriùs assumptâ inter punctum, & curuam circumferentiam continetur, æquale ei, quod ab incidente fit quadrato; incidens linea circulum continget.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

LIBER QVARTVS.

Definitiones septem.

1. FIgura rectilinea in figura rectilinea describi dicitur, quando vnusquisque figuræ descriptæ angulus vnumquodque latus eius, in qua describitur, contingit.

2. Figura similiter circa figuram describi dicitur, quando vnumquodque latus descriptæ vnumquemque angulum eius, circa quam describitur, contingit.

3. Figura rectilinea in circulo describi dicitur, quando vnusquisque descriptæ figuræ angulus circuli circumferentiam contingit.

4. Figura rectilinea circa circulum describi dicitur, quando vnumquodque latus descriptæ circuli circumferentiam contingit.

5. Circulus similiter in figura rectilinea describi dicitur, quando circuli circumferentia vnumquodque latus eius, in qua describitur, contingit.

6. Circulus circa figuram rectilineam describi dicitur, quando circumferentia vnumquemque angulum eius, circa quam describitur, contingit.

7. Recta linea in circulo aptari dicitur, quando eius extrema ad circuli circumferentiam se applicant.

Propositiones & Problemata sexdecim.

1. IN dato circulo datæ rectæ lineæ, quæ diametro eius maior non sit, æqualem rectam lineam aptare. *Vide Scholium.*

2. In circulo dato, dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

3. Circa datum circulum triangulo dato æquiangulum triangulum describere.

4. In dato triangulo circulum describere.

5. Circa datum triangulum circulum describere. *Vide Corollarium.*

6. In dato circulo quadratum describere.

7. Circa datum circulum quadratum describere.

8. In dato quadrato circulum describere.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

9. Circa datum quadratum circulum describere.

10. Æquicrure triangulum constituere, habens vtrumque angulorum, qui sunt ad basim, duplum reliqui.

11. In dato circulo pentagonum æquilaterum, æquiangulum describere.

12. Circa datum circulum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

13. In dato pentagono, quod æquilaterum, & æquiangulum sit, circulum describere.

14. Circa datum pentagonum, quod æquilaterum, & æquiangulum sit, circulum describere.

15. In dato circulo hexagonum æquilaterum, & æquiangulum describere. *Vide Corollarium.*

16. In dato circulo quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

LIBER QVINTVS.

Definitiones viginti.

1. PArs est magnitudo magnitudinis, minor maioris, quando minor maiorem metitur. *Vide Scholium.*

2. Multiplex est maior minoris, quando maiorem minor metitur.

3. Proportio est duarum magnitudinum eiusdem generis, quatenus ad quantitatem pertinet, mutua quædam habitudo. *Vide Scholium.*

4. Proportionem inter se habere magnitudines dicuntur, quæ multiplicatæ se inuicem superare possunt.

5. In eadem proportione magnitudines esse dicuntur prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando primæ, & tertiæ æquemultiplices, secundæ & quartæ æquemultiplices iuxta quamuis multiplicationem vtraque vtramque vel vnà superant, vel vnà æquales sunt, vel vnà deficiunt inter se comparatæ.

6. Magnitudines, quæ eandem proportionem habent, proportionales vocentur.

7. Quando autem æquemultiplicium multiplex quidem primæ superauerit multiplicem secundæ, multiplex verò tertiæ non superauerit multiplicem quartæ: tunc prima ad secundam maiorem proportionem habere dicitur, quàm tertia ad quartam.

8. Analogia est proportionum similitudo.

9. Analogia verò in tribus minimùm terminis consistit.

✠ 10. Quando tres magnitudines proportionales sunt, prima ad tertiam duplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. *Vide Scholium.*

✠ 11. Quando autem quatuor magnitudines sunt proportionales, prima ad quartam triplam habere proportionem dicetur eius, quam habet ad secundam: & semper deinceps vnâ plus, quoad analogia processerit.

12. Homologæ, vel similis rationis magnitudines dicuntur antecedentes quidem antecedentibus, consequentes verò consequentibus.

✠ 13. Permutata ratio est sumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad consequentem.

✠ 14. Conuersa ratio est sumptio consequentis, vt antecedentis ad antecedentem, velut ad ipsum consequentem.

✠ 15. Compositio rationis est sumptio antecedentis vnâ cum consequente tanquam vnius ad ipsam consequentem. *Vide Scholium.*

✠ 16. Diuisio rationis est sumptio excessus, quo antecedens superat consequentem, ad ipsam consequentem.

✠ 17. Conuersio rationis est sumptio antecedentis ad excessum, quo antecedens ipsam consequentem superat.

18. Æqua ratio, siue ex æquali est, cum plures magnitudines extiterint, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ sumantur, & in eadem proportione, fueritque vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, ita in secundis magnitudinibus prima ad vltimam: *vel aliter*, Est sumptio extremarum per subtractionem mediarum.

19. Ordinata analogia est quando fuerit vt antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem: vt autem consequens ad aliam quampiam, ita consequens ad aliam quampiam.

20. Perturbata verò analogia est, quando tribus existentibus magnitudinibus, & alijs ipsis numero æqualibus fuerit: vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem, ita in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem. Vt autem in primis magnitudinibus consequens ad aliam quampiam, ita in secundis alia quæpiam ad antecedentem. *Vide duas communes notiones.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Propositiones triginta tres.

1. SI fuerint quotcumque magnitudines quotcumque magnitudinum æqualium numero singulæ singularum æquemultiplices: quotuplex est vna magnitudo vnius, totuplices erunt & omnes omnium.

2. Si prima secundæ æquemultiplex fuerit, ac tertia quartæ: fuerit autem & quinta secundæ æquemultiplex, ac sexta quartæ: erit etiam composita prima, & quinta secundæ æquemultiplex, ac tertia, & sexta quartæ.

3. Si prima secundæ æquemultiplex fuerit, ac tertia quartæ: sumantur autem æquemultiplices primæ, & tertiæ: erit & ex æquali sumptarum vtraque vtriusque æquemultiplex, altera quidem secundæ, altera verò quartæ.

4. Si prima ad secundam eandem habeat proportionem, quam tertia ad quartam, & æquemultiplices primæ, & tertiæ ad æquemultiplices secundæ, & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem, eandem proportionem habebunt, inter se comparatæ. *Vide Corollarium & Scholium.*

5. Si magnitudo magnitudinis æquemultiplex sit, atque ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æquemultiplex erit, atque tota totius.

6. Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquemultiplices sint, & ablatæ sint quædam earumdem multiplices: erunt & reliquæ vel eisdem æquales, vel ipsarum æquemultiplices. *Vide Scholium.*

✠ 7. Æquales ad eandem, eandem habent proportionem, & eadem ad æquales.

✠ 8. Inæqualium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet proportionem, quàm minor: & eadem ad minorem maiorem proportionem habet, quàm ad maiorem.

✠ 9. Quæ ad eandem eandem proportionem habent, inter se æquales sunt: & ad quas eadem eandem habet proportionem, ipsæ inter se sunt æquales.

✠ 10. Ad eandem proportionem habentium quæ maiorem proportionem habet, illa maior est: ad quam verò eadem maiorem habet proportionem, illa minor est.

✠ 11. Quæ eidem eædem sunt proportiones, & inter se eædem sunt.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

✠ 12. Si quotcumque magnitudines proportionales fuerint, vt vna antecedentium ad vnam consequentium, ita erunt antecedentes omnes ad omnes consequentes.

✠ 13. Si prima ad secundam eandem habeat proportionem, quam tertia ad quartam: tertia autem ad quartam maiorem proportionem habeat, quàm quinta ad sextam: & prima ad secundam maiorem habebit proportionem, quàm quinta ad sextam. *Videantur Corollaria.*

✠ 14. Si prima ad secundam eandem habeat proportionem, quam tertia ad quartam: prima autem maior sit, quàm tertia: & secunda quàm quarta maior erit: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. *Vide Scholium.*

✠ 15. Partes eodem modo multiplicium inter se comparatæ eandem habent proportionem.

✠ 16. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatæ proportionales erunt. *Vide Corollarium.*

✠ 17. Si compositæ magnitudines sint proportionales, & diuisæ proportionales erunt.

✠ 18. Si diuisæ magnitudines sint proportionales, & compositæ proportionales erunt.

19. Si fuerit vt tota ad totam, ita ablata ad ablatam: & reliqua ad reliquam erit, vt tota ad totam. *Vide Corollarium.*

✠ 20. Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ sumantur, & in eadem proportione: ex æquali autem prima maior sit quàm tertia: & quarta quàm sexta maior erit: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

21. Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ sumantur, & in eadem proportione: sit autem perturbata earum analogia, & ex æquali prima maior sit quàm tertia: & quarta quàm sexta maior erit: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

✠ 22. Si sint quotcúmque magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ sumantur in eadem proportione: & ex æquali in eadem proportione erunt. *Vide Scholium.*

✠ 23. Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ sumantur in eadem proportione, sit autem perturbata earum analogia: & ex æquali in eadem proportione erunt.

24. Si prima ad secundam eandem habeat proportionem, quam tertia ad quartam: habeat autem & quinta ad secundam proportionem eandem, quam sexta ad quartam: & composita prima & quinta ad secundam eandem proportionem habebit, quam tertia, & sexta ad quartam.

✠ 25. Si

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

✠ 25. Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, maxima ipsarum, & minima duabus reliquis maiores erunt. *Sequentes prop. addidit Commandinus ex Pappo.*

✠ 26. Si prima ad secundam maiorem habeat proportionem, quàm tertia ad quartam, & conuertendo secunda ad primam minorem proportionem habebit, quàm quarta ad tertiam. *Vide Coroll.*

✠ 27. Si prima ad secundã maiorem proportionem habeat, quàm tertia ad quartam: & permutando prima ad tertiam maiorem habebit proportionem, quàm secunda ad quartam.

✠ 28. Si prima ad secundam maiorem proportionem habeat, quàm tertia ad quartam: etiam componendo prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habebit, quàm tertia & quarta ad quartam.

✠ 29. Si prima & secunda ad secundam maiorem habeat proportionem, quàm tertia, & quarta ad quartam: & diuidendo prima ad secundam maiorem proportionem habebit, quàm tertia ad quartam.

✠ 30. Si prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habeat, quàm tertia, & quarta ad quartam: per conuersionem rationis prima & secunda ad primam minorem habebit proportionem, quàm tertia & quarta ad tertiam.

✠ 31. Si prima ad tertiam maiorem proportionem habeat, quàm secunda ad quartam, etiam prima ad tertiam habebit maiorem proportionem, quàm prima & secunda ad tertiam & quartam.

✠ 32. Si tota ad totam maiorem habeat proportionem, quàm ablata ad ablatam, & reliqua ad reliquam maiorem proportionem habebit, quàm tota ad totam.

33. Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, habeatque prima priorum ad secundam maiorem proportionem, quàm prima posteriorum ad secundam: secunda verò priorum ad tertiam maiorem proportionem habeat, quàm secunda posteriorum ad tertiam: etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem habebit proportionem, quàm prima posteriorum ad tertiam.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

LIBER SEXTVS.

Definitiones quinque.

1. SImiles figuræ rectilineæ sunt, quæ & singulos angulos æquales habent, & circa angulos æquales latera proportionalia.

2. Reciprocæ figuræ sunt, quando in vtraque figura antecedentes, & consequentes rationes fuerint.

3. Extrema ac media ratione secari recta linea dicitur, cùm vt tota ad maiorem portionem, ita maior portio ad minorem se habuerit.

4. Altitudo cuiuscumque figuræ est linea perpendicularis, quæ à vertice ad basim ducitur.

5. Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter se multiplicatæ aliquam efficiunt proportionem. *Vide Scholium.*

Propositiones triginta tres.

✠ 1. TRiangula & parallelogramma, quæ eandem habent altitudinem, inter se sunt vt bases.

✠ II. Si vni laterum trianguli parallela quædam recta linea ducta fuerit, proportionaliter secabit ipsius trianguli latera: & si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, quæ sectiones coniungit recta linea reliquo trianguli lateri parallela erit.

✠ 3. Si trianguli angulus bifariam secetur, secans autem angulum recta linea, secet etiam basim: basis partes eandem proportionem habebunt, quam reliqua trianguli latera: quæ à vertice ad sectionem ducitur recta linea, trianguli angulum bifariam secabit.

✠ 4. Æquiangulorum triangulorum latera, quæ circum æquales angulos proportionalia sunt: & homologa siue eiusdem rationis sunt latera, quæ æqualibus angulis subtenduntur.

✠ 5. Si duo triangula, latera proportionalia habeant, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, quibus homologa latera subtenduntur.

✠ 6. Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem habeant, circa æquales autem angulos latera proportionalia: æquian-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

gula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, quibus homologa latera subtenduntur.

✠ 7. Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem habeant, circa alios autem angulos latera proportionalia, & reliquorum vtrumque simul, vel minorem, vel non minorem recto: æquiangula erunt triangula: & æquales habebunt angulos, circa quos latera sunt proportionalia.

✠ 8. Si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur: quæ ad perpendicularem sunt triangula & tota & inter se similia sunt.

9. A data recta linea partem imperatam abscindere.

10. Datam rectam lineam insectam, datæ rectæ lineæ sectæ similiter secare. *Videantur Corollaria.*

11. Duabus datis rectis lineis tertiam proportionalem inuenire.

12. Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

13. Duabus datis rectis lineis mediam proportionalem inuenire.

✠ 15. Æqualium & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum latera, quæ circum æquales angulos, ex contraria parte sibiipsis respondent; siue reciprocè proportionalia sunt: & quorum triangulorum vnum vni æqualem habentium angulum latera, quæ circum æquales angulos, ex contraria parte sibiipsis respondent: ea inter se sunt æqualia.

✠16. Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, rectangulum extremis contentum æquale est ei rectangulo, quod mediis continetur: & si rectangulum extremis contentum æquale fuerit ei, quod mediis continetur, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

✠ 17. Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, rectangulum extremis contentum æquale est ei, quod à media fit, quadrato: & si rectangulum extremis contentum æquale fuerit ei, quod à media fit, quadrato: tres rectæ lineæ proportionales erunt.

18. A data recta linea dato rectilineo simile, & similiter positum rectilineum describere.

✠ 19. Similia triangula inter se sunt in dupla proportione laterum homologorum. *Vide Corollarium.*

✠ 20. Similia polygona in similia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & homologa totis: & polygonum ad polygonum duplam proportionem habet eius, quam latus homologum habet ad homologum latus. *Vide duo Corollaria.*

21. Quæ eidem rectilineo sunt similia, & inter se similia sunt.

✠ 22. Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & rectilinea,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

quæ ab ipsis fiunt, similia & similiter descripta proportionalia erunt. Et si rectilinea, quæ ab ipsis fiunt, similia & similiter descripta proportionalia fuerint, & ipsæ rectæ lineæ proportionales erunt. *Vide Lemma.*

✠ 23. Æquiangula parallelogramma inter se proportionem habent ex lateribus compositam. *Vide Corollarium, & duo theoremata.*

✠ 24. Omnis parallelogrammi, quæ circa diametrum sunt parallelogramma, & toti & inter se similia sunt.

25. Dato rectilineo simile, & alteri dato æquale idem constituere.

26. Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur simile toti, & similiter positum, communem ipsi angulum habens, circa diametrum est toti.

✠ 27. Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, & similiter positis ei quæ à dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est applicatum, simile existens defectui.

28. Ad datam rectam lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, deficiens figurâ parallelogrammâ, quæ similis sit alteri datæ. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum est, non maius esse eo, quod ad dimidiam applicatur, similibus existentibus defectibus, & eo quod à dimidiâ, & eo, cui oportet simile deficere. *Videatur Problema.*

29. Ad datam rectam lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figurâ parallelogrammâ, quæ similis sit alteri datæ.

30. Datam rectam lineam terminatam extremâ ac mediâ ratione secare.

✠ 31. In rectangulis triangulis figura, quæ fit à latere rectum angulum subtendente, æqualis est eis, quæ à lateribus rectum angulum continentibus fiunt, similibus, & similiter descriptis. *Videatur theorema Pappi.*

✠ 32. Si duo triangula componantur ad vnum angulum, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habeant, ita vt homologa latera ipsorum etiam sint parallela, reliqua triangulorum latera in directum sibi constituta erunt.

✠ 33. In circulis æqualibus anguli eandem habent proportionem, quam circumferentiæ, quibus insistunt, siue ad centra, siue ad circumferentias insistant. Adhuc autem & sectores, quippe qui ad centra sunt constituti. *Hinc vt sector ad sectorem, ita angulus ad angulum.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

LIBER SEPTIMVS.

Definitiones viginti tres.

1. VNitas est, quâ vnumquodque eorum, quæ sunt, vnum dicitur.

2. Numerus autem ex vnitatibus constans multitudo.

3. Pars est numerus numeri, minor maioris, quando maiorem metitur.

4. Partes autem, quando non metitur.

5. Multiplex est maior minoris, quando minor eum metitur.

6. Par numerus est, qui bifariam diuiditur.

7. Impar verò, qui bifariam non diuiditur: vel qui à pari numero vnitate differt.

8. Pariter par numerus est, quem par numerus per parem numerum metitur. *Vide Scholium.*

9. Pariter verò impar est, quem par numerus per numerum imparem metitur. *Vide Commentarium.*

10. Impariter verò impar numerus est, quem impar numerus per numerum imparem metitur.

11. Primus numerus est, quem vnitas sola metitur.

12. Primi inter se numeri sunt, quos sola vnitas communis mensura metitur.

13. Compositus numerus est, quem numerus aliquis metitur.

14. Compositi inter se numeri sunt, quos numerus aliquis communis mensura metitur.

15. Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot vnitates sunt in ipso, toties componitur multiplicatus, & aliquis gignitur.

16. Quando duo numeri sese multiplicantes aliquem fecerint, qui factus est planus appellatur: latera verò ipsius se se multiplicantes numeri.

17. Quando autem tres numeri se se multiplicantes aliquem fecerint, factus solidus appellatur: latera verò ipsius se se multiplicantes numeri.

18. Quadratus numerus est, qui æqualiter est æqualis, vel qui duobus æqualibus numeris continetur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

19. Cubus verò, qui æqualiter est æqualis æqualiter, vel qui tribus æqualibus numeris continetur.

20. Numeri proportionales sunt, quando primus secundi, & tertius quarti æquemultiplex fuerit, vel eædem partes.

21. Similes plani, & solidi numeri sunt, qui latera habent proportionalia.

22. Perfectus numerus est, qui suis ipsius partibus est æqualis.

23. Cùm fuerint quotcumque numeri deinceps proportionales, primus ad tertium duplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundum: & primus ad quartum triplam, & eodem modo in alijs.

Petitiones tres.

1. CVilibet numero quotlibet sumi posse, æquales, vel multiplices.

2. Quolibet numero sumi posse maiorem.

3. Numerus infinitè augetur, sed non infinitè minuitur.

Communes Notiones tredecim.

1. QVicumque eiusdem, vel æqualium æquemultiplices fuerint, & ipsi inter se sunt æquales.

2. Quorum idem numerus æquemultiplex fuerit, vel quorum æquemultiplices fuerint æquales, & ipsi inter se æquales sunt.

3. Quicumque eiusdem numeri, vel æqualium eadem pars, vel eædem partes fuerint, & ipsi inter se sunt æquales.

4. Quorum idem, vel æquales numeri eadem pars, vel eædem partes fuerint, & ipsi inter se sunt æquales.

5. Omnis numeri pars est vnitas ab eo denominata, binarij enim numeri vnitas pars est ab ipso binario denominata, quæ dimidia dicitur, ternarij verò vnitas est pars, quæ à ternario denominata tertia dicitur: quaternarij quarta, & ita in alijs.

6. Vnitas omnem numerum metitur per vnitates quæ in ipso sunt.

7. Omnis numerus seipsum metitur.

8. Si numerus metiatur numerum, & ille, per quem metitur, eundem metietur per eas, quæ sunt in metiente, vnitates.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

9. Quicumque numerus alium metitur, multiplicans eum, vel multiplicatus ab eo, per quem metitur, illum ipsum producit.

10. Si numerus numerum alium multiplicans, aliquem produxerit, multiplicans quidem productum metitur per vnitates quæ sunt in multiplicato: multiplicatus verò metitur eumdem per vnitates quæ sunt in multiplicante.

11. Quicumque numerus metitur duos, vel plures, metietur quoque eum, qui ex illis componitur.

12. Quicumque numerus metitur aliquem, metietur quoque eum, quem ille ipse metitur.

13. Quicumque numerus metitur totum & ablatum, etiam reliquum metietur.

Propositiones 41.

✠ 1. SI duobus numeris inæqualibus expositis, detracto semper minore de maiore, reliquus minimè metiatur præcedentem, quoad assumpta fuerit vnitas: numeri à principio positi primi inter se erunt.

2. Duobus numeris datis non primis inter se, maximam eorum communem mensuram inuenire. *Vide Corollarium.*

3. Tribus numeris datis non primis inter se, maximam ipsorum communem mensuram inuenire. *Vide Corollarium.*

4. Omnis numerus omnis numeri minor maioris, vel pars est, vel partes.

✠ 5. Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars: & vterque vtriusque eadem pars erit, quæ vnus vnius.

6. Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes: & vterque vtriusque eædem partes erit, quæ vnus vnius.

✠ 7. Si numerus numeri pars fuerit, quæ ablatus ablati: & reliquus reliqui eadem pars erit, quæ totus totius.

8. Si numerus numeri partes fuerit, quæ ablatus ablati: & reliquus reliqui eædem partes erit, quæ totus totius.

✠ 9. Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars: & permutando quæ pars est, vel partes primus tertij, eadem erit pars, vel eædem partes, & secundus quarti.

✠ 10. Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes: & permutando quæ partes est primus tertij, vel pars, eædem partes erit, & secundus quarti, vel eadem pars.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

✠ 11. Si fuerit vt totus ad totum, ita ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit, vt totus ad totum.

✠ 12. Si quotcumque numeri proportionales fuerint, vt vnus antecedentium ad vnum consequentium, ita erunt omnes antecedentes ad omnes consequentes. *Vide Scholium.*

✠ 13. Si quatuor numeri proportionales fuerint, & permutando proportionales erunt.

✠ 14. Si fuerint quotcumque numeri, & alij ipsis multitudine æquales, qui bini sumantur, & in eâdem proportione: etiam ex æquali in eâdem proportione erunt. *Videantur quinque propositiones Commandini.*

✠ 15. Si vnitas numerum aliquem metiatur, alter autem numerus æqualiter metiatur alium aliquem: & permutando vnitas tertium numerum æqualiter metietur, atque secundus quartum.

✠ 16. Si duo numeri se se multiplicantes fecerint aliquos, facti ex ipsis inter se æquales erunt.

17. Si numerus duos numeros multiplicans fecerit aliquos, facti ex ipsis eandem proportionem habebunt, quam multiplicati.

18. Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes fecerint aliquos, facti ex ipsis eamdem proportionem habebunt, quam multiplicantes.

19. ✠ Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo, & quarto fit numerus, æqualis erit ei, qui fit ex secundo, & tertio: & si numerus, qui fit ex primo, & quarto, æqualis fuerit ei, qui ex secundo, & tertio, quatuor numeri proportionales erunt.

✠ 20. Si tres numeri proportionales fuerint, qui ab extremis fit numerus, æqualis erit ei, qui fit à medio. Si autem qui ab extremis fit, æqualis fuerit ei, qui à medio: tres numeri proportionales erunt.

✠ 21. Minimi numeri eamdem, quam ipsi proportionem habentium, eos, qui eamdem habent proportionem, æqualiter metiuntur, maior maiorem, & minor minorem.

✠ 22. Si sint tres numeri, & alij ipsis multitudine æquales, qui bini sumantur, & in eâdem proportione: sit autem perturbata eorum analogia: etiam ex æquali in eâdem proportione erunt.

23. Primi inter se numeri minimi sunt eorum, qui eamdem, quam ipsi proportionem habent.

✠ 24. Minimi numeri eorum, qui eamdem, quam ipsi proportionem habent, primi inter se sunt.

25. Si duo numeri primi inter se fuerint, qui vnum ipsorum metitur numerus ad reliquum primus erit.

✠ 26. Si

✠ 26. Si duo numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & qui fit ex ipsis ad eum primus erit.

✠ 27. Si duo numeri primi inter se fuerint, qui fit ab vno ipsorum ad reliquum primus erit.

✠ 28. Si duo numeri ad duos numeros vterque ad vtrumque primi fuerint, & qui fiunt ex ipsis inter se primi erunt.

✠ 29. Si duo numeri primi inter se fuerint, & vterque seipsum multiplicans faciat aliquos: facti ex ipsis primi erunt inter se, & si numeri à principio positi eos, qui facti sunt, multiplicantes aliquos faciant, & ipsi inter se primi erunt: & semper circa extremos hoc continget.

✠ 30. Si duo numeri primi inter se fuerint, & vterque simul ad vtrumque ipsorum primus erit. Quod si vterque simul ad vnum aliquem ipsorum sit primus, & numeri à principio positi inter se primi erunt.

✠ 31. Omnis primus numerus ad omnem numerum, quem non metitur, primus est.

✠ 32. Si duo numeri se se multiplicantes aliquem faciant, eum verò qui ex ipsis fit, metiatur aliquis numerus primus: & vnum ipsorum, qui à principio positi sunt, metietur.

33. Omnem numerum compositum primus aliquis numerus metitur.

✠ 34. Omnis numerus vel primus est, vel eum primus aliquis numerus metitur.

35. Numeris quotcumque datis inuenire minimos eorum, qui eandem, quam ipsi, proportionem habeant. *Videatur Problema Commandini.*

36. Duobus numeris datis, inuenire quem minimum numerum metiantur. *Vide Scholium.*

✠ 37. Si duo numeri metiantur numerum aliquem, & minimus, quem illi metiuntur, eumdem metietur.

✠ 38. Tribus numeris datis inuenire quem minimum numerum metiantur.

39. Si numerum numerus aliquis metiatur, mensus partem habebit à metiente denominatam.

40. Si numerus partem quamcumque habeat, eum numerus à parte denominatus metietur.

41. Numerum inuenire, qui minimus existens datas partes habeat.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

LIBER OCTAVVS

Propositiones vigintiseptem.

1. SI sint quotcumque numeri deinceps proportionales, quorum extremi sunt inter se primi: minimi erunt omnium qui eandem, quam ipsi proportionem habent.

2. Numeros inuenire deinceps proportionales minimos, quotcumque quis imperauerit in data proportione. *Vide Corollarium.*

3. Si sint quotcumque numeri deinceps proportionales, minimi omnium, qui eamdem quam ipsi, proportionem habent, eorum extremi primi inter se erunt.

4. Proportionibus datis quotcumque in minimis numeris, numeros inuenire deinceps minimos in datis proportionibus.

✠ 5. Plani numeri inter se proportionem habent ex lateribus compositam.

6. Si fuerint quotcumque numeri deinceps proportionales, primus autem secundũ non metiatur: neque alius aliquis vllum metietur.

7. Si fuerint quotcumque numeri deinceps proportionales, primus autem metiatur extremum; & secundum metietur.

8. Si inter duos numeros numeri deinceps proportionales ceciderint, quot inter eos cadunt, numeri deinceps proportionales, totidem & inter alios eamdem, quam ipsi, proportionem habentes cadent.

9. Si duo numeri inter se primi fuerint, & inter ipsos numeri deinceps proportionales ceciderint, quot inter ipsos cadunt numeri deinceps proportionales, totidem & inter vtrumque ipsorum, & vnitatem deinceps proportionales cadent.

10. Si inter duos numeros, & vnitatem deinceps proportionales numeri ceciderint, quot inter vtrumque ipsorum, & vnitatem cadunt numeri deinceps proportionales: totidem & inter ipsos numeri deinceps proportionales cadent.

✠ 11. Inter duos numeros quadratos vnus medius proportionalis cadit: & quadratus ad quadratum duplam proportionem habet eius, quam latus habet ad latus.

✠ 12. Inter duos numeros cubos duo medij proportionales cadunt, & cubus ad cubum triplam habet proportionem eius, quam latus habet ad latus.

13. Si sint quotcumque numeri deinceps proportionales, & vnusquisque se ipsum multiplicans faciat aliquos: facti ex ipsis proportionales erunt: & positi à principio numeri factos multiplicantes alios faciant, & ipsi proportionales erunt, & semper circa extremos hoc continget.

✠ 14. Si numerus quadratus metiatur quadratum numerum, & latus latus metietur: & si latus metiatur latus, & quadratus quadratum metietur.

✠ 15. Si numerus cubus metiatur cubum numerum, & latus latus metietur: & si latus metiatur latus, & cubus cubum metietur.

✠ 16. Si numerus quadratus non metiatur quadratum numerum, neque latus latus metietur: & si latus non metiatur latus, neque quadratus quadratum metietur.

✠ 17. Si numerus cubus non metiatur cubum numerum, neque latus latus metietur: & si latus non metiatur latus, neque cubus cubum metietur.

✠ 18. Inter duos similes planos numeros vnus medius proportionalis cadit: & planus ad planum duplam proportionem habet eius, quam latus homologum habet ad homologum latus.

✠ 19. Inter duos similes solidos numeros duo medij proportionales cadunt; & solidus ad solidum triplam proportionem habet eius, quam latus homologum habet ad homologum latus.

✠ 20. Si inter duos numeros vnus medius proportionalis cadat, numeri similes plani erunt.

✠ 21. Si inter duos numeros duo medij proportionales cadant, numeri similes solidi erunt.

✠ 22. Si tres numeri deinceps proportionales fuerint, primus autem sit quadratus, & tertius quadratus erit.

✠ 23. Si quatuor numeri deinceps proportionales fuerint, primus autem sit cubus, & quartus cubus erit.

✠ 24. Si duo numeri inter se proportionem habeant, quam numerus quadratus ad quadratum numerum, primus autem sit quadratus; & secundus quadratus erit.

✠ 25. Si duo numeri inter se proportionem habeant, quam numerus cubus ad cubum numerum, primus autem sit cubus; & secundus cubus erit.

26. Similes plani numeri inter se proportionem habent, quam numerus quadratus ad quadratum numerum.

27. Similes solidi numeri inter se proportionem habent, quam numerus cubus ad cubum numerum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

LIBER NONVS.

Propositiones triginta sex.

✠ 1. SI duo similes plani numeri se se multiplicantes aliquem fecerint, factus quadratus erit.

✠ 2. Si duo numeri se multiplicantes quadratum numerum efficiant, similes plani erunt.

✠ 3. Si cubus numerus seipsum multiplicans faciat aliquem, factus cubus erit.

✠ 4. Si numerus cubus cubum numerum multiplicans faciat aliquem, factus cubus erit.

5. Si numerus cubus numerum aliquem multiplicans faciat cubum, multiplicatus cubus erit.

✠ 6. Si numerus seipsum multiplicans cubum faciat, & ipse cubus erit.

7. Si compositus numerus numerum aliquem multiplicans, quempiam faciat, factus solidus erit.

✠ 8. Si ab vnitate quotcumque numeri deinceps proportionales fuerint, tertius quidem ab vnitate quadratus est, & vnum intermittentes omnes: quartus autem est cubus, & duos intermittentes omnes: septimus verò cubus simul, & quadratus, & quinque intermittentes omnes.

9. Si ab vnitate quotcumque numeri deinceps proportionales fuerint, qui verò post vnitatem sit quadratus; & reliqui omnes quadrati erunt: at si qui post vnitatem sit cubus, & reliqui omnes cubi erunt.

10. Si ab vnitate quotcumque numeri deinceps proportionales fuerint, qui verò post vnitatem non sit quadratus; neque alius vllus quadratus erit, præter tertium ab vnitate, & vnum intermittentes omnes: at si qui post vnitatem non sit cubus; neque alius vllus cubus erit, præter quartum ab vnitate, & duos intermittentes omnes.

11. Si ab vnitate quotcumque numeri deinceps proportionales fuerint, minor maiorem metitur per aliquem eorum, qui sunt in numeris proportionalibus.

12. Si ab vnitate quotlibet numeri deinceps proportionales fuerint, quicumque primorum numerorum metiuntur vltimum ijdem

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

& eum, qui vnitati proximus est, metientur.

13. Si ab vnitate quotcumque numeri deinceps proportionales fuerint; qui verò post vnitatem primus sit: maximum nullus alius metietur præter eos, qui sunt in numeris proportionalibus.

14. Si minimum numerum primi numeri metiantur, nullus alius numerus metietur ipsum præter eos, qui à principio metiebantur.

15. Si tres numeri deinceps proportionales fuerint, minimi eorum qui eandem, quam ipsi proportionem habeant; duo quilibet compositi ad reliquum primi erunt. *Videantur* 10. *theoremata.*

16. Si duo numeri primi inter se fuerint, non erit vt primus ad secundum, ita secundus ad alium vllum.

17. Si fuerint quotcumque numeri deinceps proportionales, extremi autem ipsorum primi inter se sint, non erit vt primus ad secundum, ita vltimus ad alium vllum.

18. Duobus numeris datis considerare an tertius ipsis proportionalis inueniri possit.

19. Tribus numeris datis considerare an quartus ipsis proportionalis inueniri possit.

20. Primi numeri plures sunt, omni proposita multitudine primorum numerorum. *vide Scholium.*

21. Si pares numeri quotcumque componantur, totus par erit.

22. Si impares numeri quotcumque, componantur, multitudo autem ipsorum sit par, totus par erit.

23. Si impares numeri quotcumque componantur, & multitudo ipsorum sit impar, & totus impar erit.

24. Si à pari numero par auferatur, & reliquus par erit.

25. Si à pari numero impar auferatur, & reliquus impar erit.

26. Si ab impari numero impar auferatur, & reliquus par erit.

27. Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit.

28. Si impar numerus parem multiplicans faciat aliquem, factus par erit.

29. Si impar numerus imparem numerum multiplicans faciat aliquem, factus impar erit.

30. Si impar numerus parem numerum metiatur, & dimidium eius metietur.

31. Si impar numerus ad aliquem numerum sit primus, & ad ipsius duplum primus erit.

32. Numerorum à binario duplatorum vnusquisque pariter par est tantùm.

34. Si par numerus neque sit à binario duplatus, neque dimidium

imparem habeat: pariter par est, & pariter impar.

✠ 35. Si sint quotcumque numeri deinceps proportionales: auferantur autem à secundo, & vltimo æquales primo: erit vt secundi excessus ad primum, ita vltimi excessus ad omnes ipsum antecedentes.

✠ 36. Si ab vnitate quotcumque numeri deinceps proportionales exponantur in dupla analogia, quoad totus compositus primus fiat, & totus in vltimum multiplicatus faciat aliquem: factus perfectus erit. *Videatur Scholium decimi libri, qui sequitur.*

LIBER DECIMVS.

Definitiones vndecim.

1. Commensurabiles magnitudines dicuntur, quas eadem mensura metitur.

2. Incommensurabiles autem, quarum nullam esse communem mensuram contingit.

3. Rectæ lineæ potentia commensurabiles sunt, cùm ea, quæ ab ipsis fiunt, quadrata idem spatium metitur.

4. Incommensurabiles autem, cùm quadratis, quæ ab ipsis fiunt, nullum commune spatium esse contingit.

5. His positis ostenditur, cuicumque rectæ lineæ propositæ rectas lineas multitudine infinitas, & commensurabiles esse, & incommensurabiles: alias quidem longitudine & potentia: alias verò potentia solùm. Vocetur autem proposita recta linea, rationalis.

6. Et huic mensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia solùm, rationales.

7 Incommensurabiles verò irrationales vocentur.

8. Et quadratum, quod è recta linea proposita, dicatur rationale.

9 Et huic commensurabilia quidem rationalia.

10. Incommensurabilia verò, irrationalia dicantur.

11. Et rectæ lineæ, quæ incommensurabilia possunt, vocentur irrationales: si quidem ea quadrata sint, ipsorum latera: si verò alia quæpiam rectilinea, quæ ipsis æqualia quadrata describunt.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Communes Notiones quatuor.

1. QVælibet magnitudo multiplicata poteſt omnem propoſitam magnitudinem eiuſdem generis ſuperare.

2. Quæcumque magnitudo metitur aliquam, metitur quoque eam quam illa ipſa metitur.

3. Quæcumque magnitudo metitur totam, & ablatam: etiam reliquam metietur.

4. Quæcumque magnitudo metitur duas, vel plures magnitudines, metitur quoque eam, quæ ex ipſis componitur.

Propoſitiones 117.

I. DVabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſi à maiori auferatur maius, quam dimidium: & ab eo, quod reliquum eſt, rurſus auferatur maius quam dimidium, & hoc ſemper fiat: relinquetur tandem quædam magnitudo, quæ minori magnitudine expoſitâ minor erit.

II. Si duabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis detracta ſemper minore de maiore, reliqua minimè præcedentem metiatur: magnitudines incommenſurabiles erunt. *Vide duo Scholia.*

III. Duabus magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximam earum communem menſuram inuenire. *Vide Coroll. & Schol.*

IV. Tribus magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximam ipſarum communem menſuram inuenire. *Vide Coroll. & duo Scholia.*

✠ V. Commenſurabiles magnitudines inter ſe proportionem habent, quam numerus ad numerum. *Vide Scholium.*

✠ VI. Si duæ magnitudines inter ſe proportionem habeant, quam numerus ad numerum, commenſurabiles magnitudines erunt. *Vide Coroll. & Scholium.*

✠ VII. Incommenſurabiles magnitudines inter ſe proportionem non habent, quam numerus ad numerum.

✠ VIII. Si duæ magnitudines inter ſe proportionem non habeant, quam numerus ad numerum, incommenſurabiles erunt.

✠ IX. Quæ à rectis lineis longitudine commenſurabilibus fiũt quadrata inter ſe proportionem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: & quadrata inter ſe proportionem habentia,

quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & latera habebunt longitudine commensurabilia: quadrata verò, quæ à longitudine incommensurabilibus rectis lineis fiunt, inter se proportionem non habent, quam quadratus numerus ad quadratum nemerum, neque latera habebunt longitudine commensurabilia. *Vide Corollarium, & Scholium.*

✠ 10. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima verò secundæ fuerit commensurabilis, & tertia commensurabilis erit: & si prima secundæ fuerit incommensurabilis, & tertia quartæ incommensurabilis erit. *Vide tria Lemmata.*

11. Propositæ rectæ lineæ inuenire duas rectas lineas incommensurabiles, alteram quidem longitudine tantùm, alteram verò etiam potentia.

✠ 12. Quæ eidem magnitudini sunt commensurabiles, & inter se commensurabiles sunt. *Vide Scholium.*

✠ 13. Si sint duæ magnitudines, & altera quidem eidem sit commensurabilis: magnitudines inter se incommensurabiles erunt.

✠ 14. Si duæ magnitudines commensurabiles sint, altera autem ipsarum alicui magnitudini sit incommensurabilis, & reliqua eidem incommensurabilis erit. *Vide Lemma.*

✠ 15. Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: prima verò tanto plus possit quàm secunda, quantum est quadratum rectæ lineæ sibi commensurabilis longitudine: & tertia tanto plus poterit, quàm quarta, quantum est quadratum rectæ lineæ sibi longitudine commensurabilis. Quòd si prima tanto plus possit, quàm secunda, quantum est quadratum rectæ lineæ sibi incommensurabilis longitudine: & tertia, quàm quarta tanto plus poterit, quantum est quadratum rectæ lineæ sibi longitudine incommensurabilis.

✠ 16. Si duæ magnitudines commensurabiles componantur, & tota magnitudo vtrique ipsarum commensurabilis erit: quod si tota magnitudo vni ipsarum sit commensurabilis, & quæ à principio magnitudines commensurabiles erunt.

✠ 17. Si duæ magnitudines incommensurabiles componantur, & tota magnitudo vtrique ipsarum incommensurabilis erit: quod si tota magnitudo vni ipsarum sit incommensurabilis, & quæ à principio magnitudines incommensurabiles erunt. *Vide tria Lemmata.*

✠ 18. Si duæ rectæ lineæ inæquales sint, quartæ autem parti quadrati, quod fit à minori æquale parallelogrammum ad maiorem applicetur, deficiens figurâ quadratâ, & in partes longitudine commensurabiles ipsam diuidat: maior tanto plus poterit quàm minor, quantum

quantum eſt quadratum rectæ lineæ ſibi longitudine commenſurabi-bilis. Quod ſi maior tanto plus poſſit, quàm minor, quantum eſt quadratum rectæ lineæ ſibi longitudine commenſurabilis, quartæ autem parti quadrati, quod fit à minori æquale parallelogrammum ad maiorem applicetur, deficiens figurâ quadratâ: in partes longitudine commenſurabiles ipſam diuidet.

✠ 19. Si duæ rectæ lineæ inæquales ſint, quartæ autem parti quadrati, quod fit à minori æquale parallelogrammum ad maiorem applicetur, deficiens & figura quadrata, & in partes incommenſurabiles longitudine ipſam diuidat: maior tanto plus poterit, quàm minor, quantum eſt quadratum rectæ lineæ ſibi longitudine incommenſurabilis. Quod ſi maior tanto plus poſſit, quàm minor, quantum eſt quadratum rectæ lineæ ſibi longitudine incommenſurabilis, quartæ autem parti quadrati, quod fit à minori æquale parallelogrammum ad maiorem applicetur, deficiens quadrata figura: in partes longitudine incommenſurabiles ipſam diuidet. *Vide Schol. & tria Lemmata.*

✠ 20. Quod rationalibus longitudine commenſurabilibus rectis lineis ſecundùm aliquem prædictorum modorum continetur rectangulum rationale eſt. *Videantur quatuor theoremata.*

✠ 21. Si rationale ad rationalem applicetur, latitudinem efficit rationalem, & ei, ad quam applicatum eſt, longitudine commenſurabilem. *Vide duo Lemmata.*

✠ 22. Quod rationalibus potentiâ ſolùm commenſurabilibus rectis lineis continetur rectangulum irrationale eſt: & recta linea ipſum potens eſt irrationalis. Vocetur autem media. *Vide duo Scho. & Lemma.*

23. Quod fit à media ad rationalem applicatum, latitudinem efficit rationalem, & ei ad quam applicatum eſt, longitudine incommenſurabilem.

24. Mediæ commenſurabilis, media eſt. *Vide Coroll. & Schol.*

25. Quod mediis longitudine commenſurabilibus rectis lineis continetur rectangulum medium eſt. *Vide quatuor theoremata.*

26. Quod ſub mediis potentiâ ſolùm commenſurabilibus rectis lineis continetur rectangulum, vel rationale eſt, vel medium. *Vide Scholium.*

27. Medium non ſuperat medium rationali.

28. Medias inuenire potentiâ ſolùm commenſurabiles, quæ ... nale contineant.

29. Medias inuenire potentiâ ſolùm commenſurabiles, quæ ... dium contineant. *Vide duo Lemmata, & Caroll.*

30. Inuenire duas rationales potentiâ solùm commensurabiles, ita vt maior plus possit, quàm minor quadrato rectæ linæ sibi longitudine commensurabilis. *Vide Schol.*

31. Inuenire duas rationales potentiâ solùm commensurabiles, ita vt maior plus possit, quàm minor quadrato rectæ lineæ sibi longitudine incommensurabilis. *Vide Lemma.*

32. Inuenire duas medias potentiâ solùm commensurabiles, quæ rationale contineant, ita vt maior plus possit, quàm minor quadrato rectæ lineæ sibi longitudine commensurabilis. *Vide Lemma.*

33. Inuenire duas medias potentiâ solùm commensurabiles, quæ medium contineant, ita vt maior plus possit, quàm minor, quadrato rectæ lineæ sibi longitudine cõmensurabilis. *Vide tria Lemmata.*

34. Inuenire duas rectas lineas potentiâ incommensurabiles, quæ faciant compositum quidem ex ipsarum quadratis rationale: rectangulum verò, quod ipsis continetur, medium. *Vide Schol. & quinque theoremata.*

35. Inuenire duas rectas lineas potentiâ incommensurabiles, quæ faciant compositum quidem ex ipsarum quadratis medium, rectangulum verò quod ipsis continetur rationale.

36. Inuenire duas rectas lineas potentiâ incommensurabiles, quæ faciant & compositum ex ipsarum quadratis medium, & rectangulum, quod ipsis continetur, medium, incommensurabiléque composito ex ipsarum quadratis.

✠ 37. Si duæ rationales potentiâ solùm commensurabiles componantur, tota irrationalis erit. Vocetur autem ex binis nominibus. *Vide Scholium.*

✠ 38. Si duæ mediæ potentiâ solùm commensurabiles componantur, quæ rationale contineant, tota irrationalis erit. Vocetur autem ex binis mediis prima.

✠ 39. Si duæ mediæ potentiâ solùm commensurabiles componantur, quæ medium contineant, tota irrationalis erit. Vocetur autem ex binis mediis secunda. *Vide Scholium.*

40. Si duæ rectæ lineæ potentiâ incommensurabiles componantur, quæ faciant compositum quidem ex ipsarum quadratis rationale: quod autem ipsis continetur medium, tota recta linea irrationalis erit. Vocetur autem maior. *Vide Scholium.*

41. Si duæ rectæ lineæ potentiâ incommensurabiles componantur, quæ faciant compositum quidem ex ipsaaum quadratis medium, quod autem ipsis continetur, rationale: tota recta linea irrationalis erit. Vocetur autem rationale, ac medium potens. *Vide Scholium.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

42. Si duæ rectæ lineæ potentiâ incommensurabiles componantur, quæ faciant compositum ex ipsarum quadratis medium, & quod ipsis continetur medium, incommensurabiléque composito ex quadratis ipsarum, tota recta linea irrationalis erit. Vocetur autem bina media potens. *Vide Scholia duo, & Lemma.*

43. Quæ ex binis nominibus ad vnum dumtaxat punctum diuiditur in nomina.

44. Quæ ex binis mediis prima ad vnum dumtaxat punctum diuiditur in nomina.

45. Quæ ex binis mediis secunda ad vnum dumtaxat punctum diuiditur in nomina.

46. Maior ad idem dumtaxat punctum diuiditur in nomina.

47. Rationale, ac medium potens ad vnum dumtaxat punctum diuiditur in nomina.

48. Bina media potens ad vnum dumtaxat punctum diuiditur in nomina.

Definitiones secundæ sex.

1. EXposita rationali, & quæ ex binis nominibus diuisa in nomina, cuius maius nomen plus possit, quàm minus, quadrato rectæ lineæ sibi longitudine commensurabilis, siquidem maius nomen expositæ rationali commensurabile sit longitudine, tota dicatur ex binis nominibus prima.

2. Si verò minus nomen expositæ rationali longitudine sit commensurabile, dicatur ex binis nominibus secunda.

3. Quod si neutrum ipsorum nominum sit longitudine commensurabile expositæ rationali, vocetur ex binis nominibus tertia.

4. Rursus si maius nomen plus possit, quàm minus, quadrato rectæ lineæ sibi longitudine incommensurabilis, si quidem maius nomen expositæ rationali sit commensurabile longitudine, dicatur ex binis nominibus quarta.

5. Si verò minus dicatur quinta.

6. Quod si neutrum, dicatur sexta. *Vide Scholium.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Propositiones.

49. 50. 51. 52. 53. & 54. Inuenire ex binis nominibus primam, secundam, tertiam, quartam, quintam, & sextam. *Vide Lemma.*

55. Si ſpatium contineatur rationali, & ex binis nominibus prima, recta linea ſpatium potens irrationalis eſt, quæ ex binis nominibus appellatur.

56. Si ſpatium contineatur rationali, & ex binis nominibus ſecunda, recta linea ſpatium potens irrationalis eſt, quæ ex binis mediis prima appellatur.

57. Si ſpatium contineatur rationali, & ex binis nominibus tertia, recta linea ſpatium potens irrationalis eſt, quæ appellatur ex binis mediis ſecunda.

58. Si ſpatium contineatur rationali, & ex binis nominibus quarta, recta linea ſpatium potens irrationalis eſt, quæ vocatur maior.

59. Si ſpatium contineatur rationali, & ex binis nominibus quinta, quæ ſpatium poteſt recta linea irrationalis eſt, vocaturque rationale, & medium potens.

60. Si ſpatium contineatur rationali, & ex binis nominibus ſexta, quæ ſpatium poteſt recta linea irrationalis eſt: vocaturque bina media potens. *Vide Lemma.*

61. Quadratum eius, quæ eſt ex binis nominibus ad rationalem applicatum latitudinem facit ex binis nominibus primam.

62. Quadratum eius, quæ eſt ex binis mediis prima, ad rationalem applicatum latitudinem facit ex binis nominibus ſecundam.

63. Quadratum eius, quæ eſt ex binis mediis ſecunda, ad rationalem applicatum latitudinem facit ex binis nominibus tertiam.

64. Quadratum maioris ad rationalem applicatum latitudinem facit ex binis nominibus quartam.

65. Quadratum eius, quæ rationale, ac medium poteſt ad rationalem applicatum latitudinem facit ex binis nominibus quintam.

66. Quadratum eius, quæ bina media poteſt, ad rationalem applicatum latitudinem facit ex binis nominibus ſextam.

67. Ei, quæ eſt ex binis nominibus longitudine commenſurabilis, & ipſa ex binis nominibus eſt, atque ordine eadem.

68. Ei, quæ eſt ex binis mediis longitudine commenſurabilis, & ipſa ex binis mediis eſt, atque ordine eadem.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

69. Maiori commensurabilis, & ipsa maior est.

70. Rationale, ac medium potenti commensurabilis, & ipsa rationale, ac medium potens est.

71. Bina media potenti commensurabilis, & ipsa bina media potens est.

72. Si rationale, & medium componantur, quatuor irrationales sunt, vel ea, quæ ex binis nominibus, vel quæ ex binis mediis prima, vel maior, vel rationale ac medium potens.

73. Si duo media inter se incommensurabilia componantur, duæ reliquæ irrationales fiunt, vel ex binis mediis secunda, vel bina media potens. *Vide Scholium.*

74. Si à rationali rationalis auferatur potentia solùm commensurabilis existens toti, reliqua irrationalis est. Vocetur autem apotome.

75. Si à media auferatur potentia solùm commensurabilis existens toti, quæ cum tota rationale contineat: reliqua irrationalis est. Vocetur autem mediæ apotome prima.

76. Si à media media auferatur, potentia solùm commensurabilis existens toti, quæ cum tota medium contineat: & reliqua irrationalis est. Vocetur autem mediæ apotome secunda.

77. Si à recta linea recta linea auferatur, potentia incommensurabilis existens toti, quæ cum tota faciat compositum quidem ex ipsarum quadratis rationale, quod autem ipsis continetur medium: reliqua irrationalis est. Vocetur autem minor.

78. Si à recta linea recta linea auferatur potentia incommensurabilis existens toti, & cum tota faciens compositum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod autem ipsis bis continetur rationale: reliqua irrationalis est: vocetúrque cum rationali medium totum efficiens.

79. Si à recta linea recta linea auferatur potentia incommensurabilis existens toti: & cum tota faciens compositum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod autem ipsis bis continetur medium, incommensurabiléque composito ex quadratis ipsarum: reliqua irrationalis est. Vocetur autem cum medio medium totum efficiens.

80. Apotomæ vna tantùm congruit recta linea potentia solùm commensurabilis existens toti.

81. Mediæ apotomæ primæ vna tantùm congruit recta linea media, potentia solùm commensurabilis existens toti, & cum tota rationale continens.

82. Mediæ apotomæ secundæ vna tantùm congruit recta linea

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

potentia solùm commensurabilis existens toti, & cum tota medium continens.

LXXXIII. Minori vna tantùm congruit recta linea, potentia incommensurabilis existens toti, & cum tota faciens compositum quidem ex ipsarum quadratis rationale: quod autem bis ipsis continetur, medium.

LXXXIV. Ei, quæ cum rationali medium totum facit, vna tantùm congruit recta linea, potentia incommensurabilis existens toti, & cum tota efficiens compositum quidem ex ipsarum quadratis medium: quod autem bis ipsis continetur, rationale.

LXXXV. Ei, quæ cum medio medium totum facit, vna tantùm congruit recta linea, potentia incommensurabilis existens toti, & cum tota faciens compositum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod autem bis ipsis continetur, medium, & adhuc incommensurabile composito ex quadratis ipsarum.

Definitiones tertiæ quinque.

1. EXposita rationali & apotoma, si quidem tota plus possit, quàm congruens quadrato rectæ lineæ sibi commensurabilis longitudine: sitque tota expositę rationali longitudine commensurabilis: vocetur apotome prima.

2. Si verò congruens sit longitudine commensurabilis expositæ rationali, & tota plus possit, quam congruens quadrato rectæ lineæ sibi commensurabilis longitudine: vocetur apotome secunda.

3. Quod si neutra sit longitudine commensurabilis expositæ rationali, & tota plus possit, quàm congruens quadrato rectæ lineæ sibi commensurabilis longitudine: dicatur apotome tertia.

4. Rursus si tota plus possit, quàm congruens quadrato rectæ lineæ sibi commensurabilis longitudine, si quidem sit tota longitudine commensurabilis expositæ rationali, vocetur apotome quarta.

5. Si verò congruens expositæ rationali sit longitudine commensurabilis, vocetur apotome quinta.

6. Quod si neutra, dicatur apotome sexta.

Propositiones sequuntur.

LXXXVI. 87. 88. 89. 90. & 91. Inuenire primam, secundam,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

tertiam, quartam, quintam, & sextam apotomem.

XCII. Si ſpatium contineatur rationali, & apotoma prima, recta linea ſpatium potens apotome eſt.

XCIII. Si ſpatium contineatur rationali, & apotoma ſecunda, recta linea ſpatium potens mediæ eſt apotome prima.

XCIV. Si ſpatium contineatur rationali, & apotome tertia, recta linea ſpatium potens mediæ eſt apotome ſecunda.

XCV. Si ſpatium contineatur rationali, & apotoma quarta, recta linea ſpatium potens minor eſt.

XCVI. Si ſpatium contineatur rationali, & apotoma quinta, recta linea ſpatium potens eſt, quæ cum rationali medium totum efficit.

XCVII. Si ſpatium contineatur rationali, & apotoma ſexta, recta linea ſpatium potens eſt, quæ cum medio medium totum efficit.

XCVIII. Quadratum apotomæ ad rationalem applicatum latitudinem facit apotomen primam.

XCIX. Quadratum mediæ apotomæ primæ ad rationalem applicatum latitudinem facit apotomen ſecundam.

C. Quadratum mediæ ſecundæ apotomæ ad rationalem applicatum latitudinem facit apotomen tertiam.

CI. Quadratum minoris ad rationalem applicatum latudinem facit apotomen quartam.

CII. Quadratum eius, quæ cum rationali medium totum efficit ad rationalem applicatum latitudinem facit apotomen quintam.

CIII. Quadratum eius, quæ cum medio medium totum efficit ad rationalem applicatum latitudinem facit apotomen ſextam.

CIV. Recta linea apotomæ longitudine commenſurabilis, & ipſa apotome eſt, atque ordine eadem.

CV. Recta linea mediæ apotomæ commenſurabilis, & ipſa mediæ apotomæ eſt, atque ordine eadem.

CVI. Recta linea minori commenſurabilis, & ipſa minor eſt.

CVII. Recta linea commenſurabilis ei, quæ cum rationali medium efficit, & ipſa cum rationali medium totum efficiens eſt.

CVIII. Recta linea commenſurabilis ei, quæ cum medio medium totum efficit, & ipſa cum medio totum efficiens eſt.

CIX. Medio de rationali detracto, recta linea, quæ reliquum ſpatium poteſt, vna ex duabus irrationalibus fit, vel apotome, vel minor.

CX. Rationali de medio detracto aliæ duæ irrationales fiunt, vel

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

mediæ apotome prima, vel cum rationali medium totum efficiens.

111. Medio de medio detracto, quod sit incommensurabile toti, reliquæ duæ irrationales fiunt, vel mediæ apotomæ secunda, vel cum medio medium totum efficiens.

112. Apotome non est eadem quæ ex binis nominibus. *Rectæ vero lineæ quæ sequuntur apotomen, & eam quæ ex binis nominibus sunt numero tredecim, videlicet* 1. media. 2. quæ ex binis nominibus. 3. quæ ex binis mediis prima. 4. quæ ex binis mediis secunda. 5. maior. 6. rationale ac medium potens. 7. bina media potens. 8. apotome. 9. mediæ apotomæ prima. 10. mediæ apotomæ secunda. 11. minor. 12. cum rationali medium totum efficiens. 13. cum medio medium totum efficiens.

113. Quadratum rationalis ad eam, quæ ex binis nominibus applicatum latitudinem facit apotomen, cuius nomina commensurabilia sunt nominibus eius, quæ est ex binis nominibus, & in eadem proportione: & adhuc apotome, quæ fit, eumdem habet ordinem, quem ea, quæ est ex binis nominibus.

114. Quadratum rationalis ad apotomen applicatum latitudinem facit eam, quæ ex binis nominibus, cuius nomina commensurabilia sunt apotomæ nominibus, & in eadem proportione, & adhuc quæ ex binis nominibus fit, eumdem habet ordinem, quæ ipsa apotome.

115. Si spatium continetur apotoma, & ea, quæ ex binis nominibus, cuius nomina commensurabilia sint nominibus apotomæ, & in eadem proportione: recta linea spatium potens est rationalis. *Vide Coroll. & monitum Candallæ.*

116. A media infinitæ irrationales fiunt, & nulla alicui intercedentium est eadem.

✠ 117. Propositum sit nobis ostendere in quadratis figuris diametrum lateri incommensurabilem esse longitudine.

LIBER

LIBER VNDECIMVS ELEMENTORVM,

Solidorum verò primus.

DEFINITIONES 19.

1. Solidum est, quod longitudinem, latitudinem, & crassitudinem habet.

2. Solidi terminus est superficies.

3. Recta linea ad planum recta est, quando ad omnes rectas lineas, quæ ipsam contingunt, & in subiecto sunt plano, rectos angulos efficit. *Vide Scholium.*

4. Planum ad planum rectum est, quando communi planorum sectioni ad rectos angulos ductæ rectæ lineæ in vno plano, alteri plano ad rectos angulos fuerint.

5. Rectæ lineæ ad planum inclinatio est, quando à sublimi termino lineæ ad planum perpendiculari acta, à puncto facto ad terminum lineæ, qui est in plano, recta linea ducta fuerit, angulus acutus, qui ducta linea & stante continetur.

6. Plani ad planum inclinatio est angulus acutus rectis lineis contentus, quæ ad rectos angulos communi planorum sectioni ad vnum ipsius punctum in vtroque planorum ducuntur.

7. Planum ad planum similiter inclinari dicitur, & alterum ad alterum, quando dicti inclinationum anguli inter se fuerint æquales.

8. Plana parallela sunt, quæ inter se non conueniunt.

9. & 10. Similes *& æquales* solidæ figuræ sunt, quæ similibus planis multitudine *& magnitudine* æqualibus continentur.

11. Solidus angulus est plurium, quàm duarum linearum, quæ se se contingant, & non in eadem sint superficie, ad omnes lineas inclinatio; *vel*, Solidus angulus est, qui pluribus, quàm duobus planis angulis comprehenditur, non existentibus in eodem plano, & ad vnum punctum constitutis. *Vide Scholium.*

12. Pyramis est figura solida planis comprehensa, quæ ab vno plano ad vnum punctum constituitur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

13. Prisma est figura solida planis comprehensa, quorum duo, quæ opponuntur æqualia, & similia & parallela sunt: reliqua verò parallelogramma.

14. Sphæra est figura comprehensa, quando circa manentem diametrum semicirculus conuersus restituitur rursus in eumdem locum, à quo moueri cœpit.

15. Axis sphæræ est recta linea manens, circa quam semicirculus conuertitur.

16. Centrum sphæræ est idem, quod & semicirculi centrum.

17. Diameter sphæræ est recta linea quædam per centrum ducta, & ex vtraque parte à superficie sphæræ terminata.

18. Conus est comprehensa figura, quando orthogonij trianguli manente vno latere eorum, quæ circa rectum angulum sunt, triangulum conuertitur, quoad rursus in eumdem restituatur locum, à quo moueri cœpit. Et si quidem manens recta linæa æqualis fuerit reliquo lateri, quod circa rectum angulum conuertitur, conus orthogonius erit: si verò minor, amblygonius: & si maior, oxygonius.

19. Axis coni est recta linea manens, circa quam triangulum conuertitur.

20. Basis verò, circulus à conuersa recta linea descriptus. *Vide Scholium, & alias definitiones conorum in Apollonio, & Seremo nostro.*

21. Cylindrus est comprehensa figura, quando orthogonij parallelogrammi manente vno latere eorum, quæ circa rectum angulum sunt, parallelogrammum conuertitur, quousque rursus restituatur in eumdemque locum, à quo moueri cœpit.

22. Axis cylindri est manens recta linea, circa quam parallegrammum conuertitur.

23. Bases autem, circuli, qui à duobus è regione lateribus conuersi describuntur. *Vide Serenum.*

24. Similes coni, & cylindri sunt, quorum & axes, & basium diametri eamdem inter se proportionem habent.

25. Cubus est figura solida, sex æqualibus quadratis contenta.

26. Tetraëdrum est figura solida quatuor triangulis æqualibus & æquilateris comprehensa.

27. Octaëdrum est figura solida octo triangulis æqualibus, & æquilateris comprehensa.

28. Dodecaëdrum est figura solida, quæ duodecim pentagonis æqualibus, & æquilateris, & æquiangulis continetur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

29. Icosaëdrum est figura solida, quæ viginti triangulis æqualibus, & æquilateris comprehenditur.

His autem tres sequentes definitiones Candalla subiungit.

30. Solidum parallelepipedum est figura solida sub quadrangulis planis, quorum quæ ex opposito sunt parallela comprehensa.

31. Figura solida in figura solida inscribi dicitur, quando inscriptæ figuræ anguli simul angulos, aut simul superficies, vel simul latera circumscriptæ tangunt.

32. Figura solida figuræ solidæ circumscribi dicitur, quando circumscriptæ figuræ anguli simul, latera simul, aut superficies simul angulos inscriptæ tangunt. *Vide monitum Candallæ.*

Propositiones quadraginta.

1. Rectæ lineæ pars quædam non est in subiecto plano, quædam verò in sublimi. *Vide Scholium.*

✠ 2. Si duæ rectæ lineæ se inuicem secent, in vno sunt plano, & omne triangulum in vno plano consistit. *Vide Scholium.*

✠ 3. Si duo plana se inuicem secent, communis ipsorum sectio recta linea erit.

✠ 4. Si recta linea duabus rectis lineis se inuicem secantibus in communi sectione ad rectos angulos insistat, etiam ducto per ipsas plano ad rectos angulos erit.

✠ 5. Si recta linea tribus rectis lineis sese tangentibus in communi sectione ad rectos angulos insistat, tres illæ rectę lineæ in vno plano erunt.

✠ 6. Si duæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos angulos fuerint, illæ inter se parallelæ erunt.

✠ 7. Si duæ rectæ lineæ parallelæ sint, sumantur autẽ in vtraque ipsarum quælibet puncta: quæ dicta puncta coniungit recta linea in eodem erit plano in quo & parallelæ.

✠ 8. Si duæ rectæ lineæ parallelæ sint, altera autem ipsarum plano alicui sit ad rectos angulos: & reliqua eidem plano ad rectos angulos erit.

✠ 9. Quæ eidem rectæ lineæ sunt parallelæ, non existentes in eodem, in quo ipsa plano, etiam inter se parallelæ erunt.

✠ 10. Si duæ rectæ lineæ sese contingentes duabus rectis lineis sese contingentibus sint parallelæ, non autem in eodem plano: æquales angulos continebunt. *Vide Scholium.*

11. A dato puncto ſublimi ad ſubiectum planum perpendicularem rectam lineam ducere.

12. Dato plano à puncto, quod in ipſo datum eſt, ad rectos angulos rectam lineam conſtituere.

13. Dato plano à puncto, quod in ipſo eſt, duæ rectæ lineæ ad rectos angulos non conſtituentur ex eadem parte.

14. Ad quæ plana eadem recta linea eſt perpendicularis, ea parallela ſunt. *Vide Scholium.*

15. Si duæ rectæ lineæ ſeſe tangentes duabus rectis lineis ſeſe tangentibus ſint parallelæ, non autem in eodem plano: & quæ per ipſas tranſeunt plana parallela erunt.

16. Si duo plana parallela ab aliquo plano ſecentur, communes ipſorum ſectiones parallelæ erunt.

✠ 17. Si duæ rectæ lineæ à parallelis ſecentur planis, in eaſdem proportiones ſecabuntur.

18. Si recta linea plano alicui ſit ad rectos angulos, & omnia quæ per ipſam tranſeunt plana eidem plano ad rectos angulos erunt.

19. Si duo plana ſe inuicem ſecantia plano alicui ſunt ad rectos angulos, & communis ipſorum ſectio eidem plano ad rectos angulos erit.

✠ 20. Si ſolidus angulus tribus angulis planis contineatur, duo quilibet reliquo maiores ſunt, quomodocumque ſumpti.

✠ 21. Omnis ſolidus angulus minoribus quàm quatuor rectis angulis planis continetur.

22. Si ſint tres anguli plani, quorum duo reliquo ſint maiores, quomodocumque ſumpti, contineant autem ipſos rectæ lineæ æquales, fieri poteſt, vt ex iis quæ rectas æquales coniungunt triangulum conſtituatur.

23. Ex tribus angulis planis, quorum duo reliquo ſint maiores, quomodocumque ſumpti, ſolidum angulum conſtituere. Oportet autem tres angulos quatuor rectis eſſe minores. *Vide Lemmata, & tres propoſitiones Scholij.*

✠ 24. Si ſolidum parallelis planis contineatur, oppoſita ipſius plana & æqualia & parallelogramma erunt. *Vide quatuor Corol. Candallæ.*

✠ 25. Si ſolidum parallelepipedum plano ſecetur oppoſitis planis parallelo, erit vt baſis ad baſim, ita ſolidum ad ſolidum.

26. Ad datam rectam lineam, & ad datum in ipſa punctum dato angulo ſolido æqualem angulum ſolidum conſtituere.

27. A data recta linea dato ſolido parallelepipedo ſimile & ſimiliter poſitum ſolidum parallelepipedum deſcribere.

✠ 28. Si ſolidum parallelepipedum plano ſecetur per diagonales op-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

positorum planorum, ab ipso plano bifariam secabitur.

✠ 29. & 30. Solida parallelepipeda, quæ in eadem sunt basi, & eadem altitudine, siue eorum stantes sint in eisdem rectis lineis *siue non*, inter se sunt æqualia.

✠ 31. Solida parallepipeda, quæ in æqualibus sunt basibus, & eadem altitudine, inter se sunt æqualia. *Vide Coroll. Candallæ.*

✠ 32. Solida parallelepipeda, quæ eamdem habent altitudinem, inter se sunt vt bases.

✠ 33. Similia solida parallelepipeda inter se sunt in tripla proportione homologorum laterum, *Vide Coroll. Command. & Candal.*

✠ 34. Æqualium solidorum parallelepipedorum bases ex contraria parte altitudinibus respondetur; & quorum solidorum parallelepipedorum bases ex contraria parte altitudinibus respondent, ea inter se sunt æqualia. *Vide Coroll.*

✠ 35. Si sint duo anguli plani æquales, & in verticibus ipsorũ sublimes rectæ lineæ constituantur, quæ cum rectis lineis à principio positis angulos contineant æquales, alterum alteri: in sublimibus autem sumantur quæuis puncta, atque ab ipsis ad plana inquibus sunt anguli primi perpendiculares ducantur: & à punctis, quæ à perpendicularibus fiunt in planis ad primos angulos iungantur rectæ lineæ: cum sublimibus æquales angulos continebunt. *Vide Coroll. Command. & Candal.*

✠ 36. Si tres rectæ lineæ proportionales sint, solidum parallelepipedum quod à tribus fit. æquale est solido parallelepipedo, quod fit à media, æquilatero quidem, æquiangulo autem antedicto.

✠ 37. Si quatuor rectæ lineæ proportionales sint, & quæ ab ipsis fiunt solida parallelepipeda similia, & similiter descripta proportionalia erunt. Et si quæ ab ipsis fiunt solida parallelpipeda similia & similiter descripta proportionalia sint: & ipsæ rectæ lineæ proportionales erunt.

✠ 38. Si planum ad planum rectum sit, & ab aliquo puncto eorum, quæ sunt in vno plano ad alterum planum perpendicularis ducatur, ea in communem planorum sectionem cadet.

✠ 39. Si in solido parallelepipedo oppositorum planorum latera secentur bifariam, per sectiones verò plana ducantur, communis planorum sectio, & solidi parallelepipedi diameter sese bifariam secabunt. *Vide Coroll. Cand.*

✠ 40. Si sint duo prismata æquealta, quorum vnum quidem basim habeat parallelogrammum; alterum verò triangulum, & parallelogrammũ duplum sit trianguli: ea inter se æqualia erunt. *Vide Cor. Cand.*

LIBER DVODECIMVS,

ET SOLIDORVM SECVNDVS.

PROPOSITIONES.

✠ 1. SIMILIA polygona, quæ in circulis describuntur: inter se sunt vt diametrorum quadrata.

2. Circuli inter se sunt vt diametrorum quadrata. *Vide Lemma & Scholium Comm. & duo coroll. Candal.*

3. Omnis pyramis triangularem habens basim diuiditur in duas pyramides æquales, & similes inter se, quæ triangulares bases habent similésque toti: & duo prismata æqualia, quæ quidem prismata dimidio totius pyramidis sunt maiora.

✠ 4. Si sint duæ pyramides æquealtæ, quæ triangulares bases habeant, diuidatur autem vtraque ipsarum, & in duas pyramides æquales inter se, similésque toti, & in duo prismata æqualia, & factarum pyramidum vtraque eodem modo diuidatur, atque hoc semper fiat: erit vt vnius pyramidis basis ad basim alterius, ita & in vna pyramide prismata omnia ad prismata omnia in altera pyramide, altitudine æqualia *Vide Lemma.*

✠ 6. & 7. Pyramides quæ in eadem altitudine, & triangulares, *vel multiangulas* bases habent, inter se sunt vt bases.

✠ 7. Omne prisma triangularem habent basim diuiditur in tres pyramides ęquales inter se, quę triangulares bases habent. *Vide 5. coroll. Candal.*

✠ 8. Similes pyramides, quę triangulares, *vel multiangulas* bases habent, in tripla sunt proportione homologorum laterum. *Vide duo corol. & Theoremata.*

✠ 9. Æqualium pyramidum, & triangulares bases habentium bases ex contraria parte altitudinibus respondent: & quarum pyramidum triangulares bases habentium bases ex contraria parte altitudinibus respondeat, illę sunt ęquales. *Vide Coroll. Cand.*

✠ 10. Omnis conus tertia pars est cylindri, qui eamdem basim habet & altitudinem ęqualem. *Vide Corollarium.*

✠ 11. Coni & cylindri, qui eamdem habent altitudinem, inter se sunt vt bases.

✠ 12. Similes coni & cylindri inter se sunt in tripla proportione diametrorum, quæ sunt in basibus.

✠ 13. Si cylindrus plano secetur oppositis planis parallelo, erit vt cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.

✠ 14. In æqualibus basibus existentes coni, & cylindri inter se sunt vt altitudines.

✠ 15. Æqualium conorum, & cylindrorum bases ex contraria parte altitudinibus respondent, & quorum conorum & cylindrorum bases ex contraria parte altitudinibus respondent, illi inter se sunt æquales. *Vide Coroll. Candal.*

✠ 16. Duobus circulis circa idem centrum existentibus in maiori polygonum æqualium, & numero parium laterum describere, quod minotem circulum non tangat. *Vide Lemma, & quatuor Corol. Candal.*

17. Duabus sphæris circa idem centrum existentibus in maiori solidum polyhedrum describere, quod minoris sphæræ superficiem non tangat. *Vide Coroll.*

✠ 18. Sphæræ sunt inter se in tripla proportione suarum diametrorum. *Vide Coroll. Candallæ qui sequentem* 19. *propositionem addit. Si sphæra planum tangat, à centro in contactum demissa, peprendicularis erit plano.*

LIBER DECIMVS-TERTIVS

SOLIDORVM TERTIVS, & corporum regularium primus.

Propositiones octodecim.

1. SI recta linea extrema, ac media ratione secta fuerit, maior portio assumens dimidiam totius, quintuplum potest eius, quod à dimidia fit, quadrati. *Vida Shcolium vtilißimũ, & duas propositiones, & Corol. Candal. quo ait maius segmentum cum dimidia poss: sesquiquartum totius.*

2. Si recta linea partis ipsius quintuplum possit, dupla dictæ partis extrema, ac media ratione secta, maior portio reliqua pars est eius, quæ à principio rectæ lineæ. *Vide Scholium.*

3. Si recta linea extrema, ac media ratione secta fuerit, portio mi-

nor assumens dimidiam maioris portionis, quintuplum potest eius, quod à dimidia maioris portionis fit, quadrati. *Vide Scholium.*

4. Si recta linea extrema, ac media ratione secta fuerit, totius & minoris portionis vtraque quadrata tripla sunt quadrati eius, quod à maiori fit portione. *Vide Scholium.*

5. Si recta linea extrema, ac media ratione secetur, adiiciaturque ipsi æqualis maiori portioni: erit tota linea extrema, ac media ratione secta, & maior portio erit ea, quæ à principio posita est recta linea. *Vide Scholium & theorema; huic duas sequentes Maurolycus subiunxit.*

Si recta linea extrema, & media ratione secetur, apponaturque ei æqualis minori segmento: tota quintuplum poterit eius, quod à maiori segmeuto, quadrati. *Deinde.* Si duæ rectæ lineæ extremâ, singulæ & media ratione secentur, totæ ad maiora segmenta eandem habebunt rationem: item totæ ad minora eandem. Item segmenta segmentis proportionalia erunt.

6. Si recta linea rationalis extrema, ac media ratione secta fuerit, vtraque portio irrationalis est, quæ apotome appellatur. *Vide duas propositiones Command. & duo coroll. Candal.*

✠ 7. Si pentagoni æquilateri tres anguli siue continuati, siue non continuati fuerint æquales, æquiangulum erit pentagonum.

✠ 8. Si pentagoni æquilateri, & æquianguli duos continuatos angulos subtendant rectæ lineæ, extrema, ac media ratione se mutuò secant, & maiores ipsarum portiones pentagoni lateri sunt æquales.

✠ 9. Si hexagoni, & decagoni latera in circulo descripta componantur, erit tota recta linea extrema, ac media ratione secta, & maior ipsius portio erit hexagoni latus. *Vide tres propositiones.*

✠ 10. Si in circulo pentagonum æquilaterum describatur, latus pentagoni potest, & hexagoni & decagoni latus in eodem circulo descriptorum. *Vide Coroll. Candal.*

✠ 11. Si in circulo rationalem diametrum habente pentagonum æquilaterum describatur, pentagoni latus est linea irrationalis, quæ minor appellatur.

12. Si in circulo triangulum æquilaterum describatur, trianguli latus potentia triplum est eius, quæ ex circuli centro. *Vide quatuor vtilia corollaria Candallæ.*

13. Pyramidem constituere, & sphæra data comprehendere, ac demonstrare sphęrę diametrum potentia sesquialteram esse lateris ipsius pyramidis. *Vide tria corol. Candellæ.*

14. Octaëdrum constituere, & sphæra comprehendere, qua & pyramidem, demonstraréque sphęrę diametrum potentia duplam esse la-

teris

teris octaëdri. *Vide tria coroll. Candallæ.*

15. Cubum constituere, & sphæra comprehendere, qua & priores: demonstraréque sphæræ diametrum lateris cubi potentia triplam esse. *Vide duo coroll. Candallæ.*

16. Icosaëdrum constituere, & sphæra comprehendere, qua & prædictas figuras: demonstraréque icosaëdri latus irrationalem esse lineam, quæ minor appellatur. *Vide Coroll.*

17. Dodecaëdrum constituere, & sphæra comprehendere, qua & prædictas figuras: demonstrareque dodecaëdri latus esse irrationalem lineam, quæ apotome appellatur. *Vide corollar. Command. & quatuor Coroll. Cand.*

18. Latera quinque figurarum exponere, & inter se comparare. *Videatur Maurolycus, qui tabulis quibusdam explicat quot partium sint latera figurarum æquilaterarum circulo inscriptarum, cuius diameter sit.* 12. *partium. Vide duo Coroll. Candal. & monitum.*

LIBER DECIMVS-QVARTVS,

ET SOLIDORVM QVARTVS, & corporum regularium secundus.

LIBER hic primus de quinque corporibus regularibus Hypsicli Alexandrino tribuitur, qui eum Protarcho familiari suo dedicat. Meminit etiam Apollonij, à quo librum de Dodecaëdri, & isocaëdri in eadem sphæra descriptorum comparatione scriptum esse docet, quo tamen caremus, quamuis tunc in omnium manibus versaretur.

Propositiones septem.

1. QVæ à centro circuli alicuius ad pentagoni latus in eodem circulo descripti, perpendicularis ducitur, dimidia est vtriusque & hexagoni lateris, & decagoni, quæ in eodem circulo descri-

buntur. *Vide Coroll. Candal.*

2. Idem circulus comprehendit dodecaëdri pentagonum, & icosaëdri triangulum in eadem sphæra descriptorum. *Videantur Coroll.*

3. Si fuerit pentagonum æquilaterum, & æquiangulum, & circa ipsum circulus: à centro autem ad vnum latus perpendicularis ducta fuerit: quod tricies vno latere, & perpendiculari continetur, superficiei dodecaëdri est æquale. *Vide Coroll.*

4. Hoc probato demonstrandum erit, vt dodecaëdri superficies ad superficiem icosaëdri, ita esse latus cubi ad icosaëdri latus.

5. Ostendendum est, & qualibet recta linea extrema, ac media ratione secta, quam proportionem habet potens quadratum totius & quadratum maioris portionis ad eam, quæ potest quadratum totius & minoris portionis, eamdem habere cubi latus ad latus icosaëdri.

6. Ostendendum nunc est vt latus cubi icosaëdri latus, ita esse dodecaëdri solidum ad solidum icosaëdri.

7. At verò duas rectas lineas, si extrema, ac media ratione sectæ fuerint, in subiecta esse analogia demonstratur. *Vide Corol. Quibus nouas Maurolyci propositiones subiungo.*

8. Trianguli æquilateri latus ad perpendicularem, quæ ab angulo ad basim, potentia sesquitertium est.

9. Si trianguli æquilateri latus fuerit rationale, superficies eius est medialis.

10. Tota superficies pyramidis, vel octaëdri intra sphæram, cuius diameter rationalis est, descripti medialis est.

11. Pyramidis latus ad perpendicularem, quæ à vertice ad basim delabitur, potentia sesquialterum est. *Eadem est cum* 13. *prop. l.* 13.

12. A sphæræ centro ad basim circumscriptæ pyramidis recta perpendicularis est sexta pars spæricæ diametri.

13. Sphęræ semidiameter ad perpendicularem à centro ad basim octaëdri circumscripti, potentia triplum est. Vnde latus ipsius solidi ad eandem perpendicularem potentia sextuplum erit.

14. Semidiameter sphęrę ad latus octaëdri potentia est vt *3.* ad *6:* latus autem octaëdri ad semediametrum circuli qui basim octaëdri circumscribet, vt *6.* ad 2. in potentia, igitur, per ęquam proportionem, semidiameter sphęræ ad semidiametrum dicti circuli est vt 3. ad 2: sed quadratum semidiametri dicti circuli cum quadrato perpendicularis ęquum est quadrato semidiametri sphæræ, igitur quadratum semidiametri sphæræ ad quadratum perpendicularis triplum: quare latus octaëdri sexcuplum potentialiter ad eamdem. *Eadem est cum* 14.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

propositione lib. 13.

15. Perpendicularis à centro sphæræ ad basim octaëdri potentialiter tripla est ad perpendicularem ab eodem centro ad basim pyramidis in eadem sphæra locatæ.

16. Perpendicularis à centro speræ ad basim cubi ab ipsa sphera comprehensi est dimidium lateris cubi.

17. Duę perpendiculares, vna à centro sphæræ ad basim octaëdri, altera ab eodem centro ab basim cubi in eadem sphæra comprehensorum sunt æquales.

18. Basis pyramidis ad basim octaëdri in eadem sphæra comprehensi est sesquitertia.

19. Tota pyramidis superficies ad totam octaëdri superficiem est subsesquialtera.

20. Ratio sexcupla superpartiens tres quartas dupla est ad rationem, quam habet octaëdri solidum ad pyramidis solidum in eadem sphęra existentium.

21. Cubi quadratum & octaëdri triangulum ab vna sphæra comprehensorum, ab eodem circulo circumscribuntur.

22. Quod sub perpendiculari à centro basis cubi ad latus, & sub ipso latere comprehenditur, rectangulum est totius cubicæ superficiei pars duodecima.

23. Quod sub perpendiculari à centro basis octaëdri ad latus, & sub ipso latere comprehenditur, rectangulum est totius solidi areæ pars duodecima.

24. A centro circuli ad latus trianguli æquilateri in circulo descripti perpendicularis dimidium est semidiametri eiusdem circuli.

25. Sesquitertia ratio dupla est eius, quam habet tota cubi superficies ad totam octaëdri superficiem.

26. Cubica superficies ad octaëdri superficiem est sicut pyramidis latus ad octaëdri latus in eadem sphæta.

27. Sicut est cubi superficies ad octaëdri superficiem, sic cubi solidum ad octaëdri solidum in eadem sphęra.

28. Dupla decemque vicesimas septimas superpartiens ratio est sicut ratio cubicę basis ad octaëdricam basim duplicata, solidorum in eadem sphæra locatorum.

29. Sesquitertia ratio dupla est eius, quam habet cubica basis ad pyramidis basim in eadem sphęra.

30. Tripla ratio dupla est eius, quam habet cubica superficies ad pyramidis superficiem in eadem sphæra.

21. Cubus triplus est ad pyramidem in eadem sphæra descri-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ptam. *Vide calculum istarum figurarum apud Maurolycum.*

32. A centro sphęrę ad basim icosaedri recta perpendicularis maior est quàm perpendicularis ab eodem centro ad basim cubi in eadem sphæra constituti.

33. Maius est icosaedri latus sphæræ, intra quam describitur, semidiametro.

24. Duo quadrata, quæ ex sphæræ diametro, simul sumpta æqualia sunt superficiei cubi in sphæra constructi.

35. Viginti triangula æquilatera maius sunt, quàm octo quadrata super eisdem descripta lateribus.

36. Icosaedri superficies maior est, quàm cubi in eadem sphæra positi superficies.

36. Icosaedrum maius est cubo secum in vna sphæra descripto.

37. Quæ à circuli centro in pentagoni latus in ipso circulo descripti perpendicularis ducitur, dimidia est simul vtriusque & eius, quæ ex centro & lateris decagoni in eodem circulo descripti.

39. Quadrata, quod à latere pentagoni, quodque ex eius angulum subtendente, simul sumpta, quincuplum sunt quadrati, quod ex circuli pentagonum circumscribentis semidiametro.

40. Idem circulus comprehendit dodecaedri quinquangulum & icosaedri triangulum in eadem sphæra descriptorum.

41 Perpendiculares à centro sphæræ ad bases dodecaedri & icosaedri ab ipsa sphæra circumscriptorum sunt æquales.

42. Quod sub perpendiculari à centro basis dodecaedri ad latus, & sub ipso latere comprehenditur, rectangulum est totius superficiei dodecaedricæ pars tricesima.

43. Quod sub perpendiculari à centro basis icosaedri ad latus, & sub ipso latere continetur rectangulum, est totius icosaedricæ superficiei pars tricesima.

44. Dodecaedri superficies ad icosaedri superficiem est sicut cubi latus ad icosaedri latus, in solidis scilicet ab eadem sphæra contentis.

45. Ex drodante diametri in dextantem lineæ angulum pentagoni subtendentis fit æquale pentagono, quod à circulo circumscribitur, rectangulum.

46. Rursum ostendere, quòd sicut cubi latus ad icosaedri latus, sic est dodecaedri superficies ad icosaedri superficiem in eadem sphæra conscriptorum. *Sequens Maurolyci propositio eadem est cum quinta huius.*

47. Dodecaedri solidum ad icosaedri solidum in eadem sphæra est sicut dodecaedri superficies ad icosaedri superficiem. *Hinc constat veritas sexta huius. Deinde prædictorum quinque solidorum in vna sphæra*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

constructorum maximum esse dodecaedrum ; icosaëdrum autem maius esse cubo, cubum maiorem octaëdro ; octaëdrum maius pyramide. Quem etiam ordinem sequuntur illorum superficies, donec ad octaëdri superficiem deueniatur, quæ est sesquialtera superficiei pyramidis. Denique cuius corpus maximum, & superficies maxima, eiusdem latus est minimum ; ac proinde cuius soliditas, & superficies minima, eiusdem latus est maximum : nam magnitudinis laterum ordo conuersus est ad ordinem superficierum, & soliditatum. Videantur quædam aliæ propositiones Candallæ.

LIBER DECIMVS-QVINTVS,

SOLIDORVM QVINTVS, ET CORPORVM regularium tertius.

QVINQVE solùm Euclidis propositiones hocce libro legimus; quibus alias Maurolyci, & Flussatis subiungemus, ne quid huic libello desit.

Propositiones viginti duæ.

1. IN dato cubo pyramis ita inscribetur : protrahe sex basium cubi diametros ad quatuor ex cubi angulis concurrentes ; tales diametri erunt sex latera inscriptæ pyramidis.

2. In pyramide octaedrum inscribetur, si diuidantur singula pyramidis latera. *Vide coroll. Candal.*

3. In cubo octaedrum includetur, si coniungantur sex basium cubi centra per duodecim rectas. *Vide coroll. Cand.*

4. In octaedro cubus collocabitur, si octo triangulorum centra per duodecim rectas continuentur.

5. In octaedro pyramis inscribetur, si octaedro cubus, & cubo pyramis includatur. *Vide duo coroll. Candal.*

6. In icosaedro dodecaedrum coaptabitur, si coniungas viginti triangulorum cubi centra per triginta lineas ; quibus centris singulis anguli singuli dodecaedri incident.

7. In dodecaedro icosaedrum effingetur, si duodecim pentagonorum centra coniunguntur productis triginta chordis : sic enim anguli clausi icosaedri tangent centra basium claudentis dodecaedri.

8. In dodecaedro cubus statuetur, si protrahas singulorum penta-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

gonorum singulas rectas, quæ pentagoni subtendunt angulos. Sic 12 rectæ conflabunt 6 quadrata cubum inclusum construentia.

9. In dodecaedro octaedrum componetur, si sex dodecaedri latera, quorum bina sunt per diametrum opposita, & æquidistantia per æqualia diuidantur, & puncta diuisionum connectantur per duodecim lineas.

10. In dodecaedro pyramis accommodabitur per inscriptionem cubi in dodecaedro, & pyramidis in cubo.

11. In icosaedro cubus condetur, si icosaedro dodecaedrum, & dodecaedro cubum inscribas.

12. In icosaedro pyramis figurabitur, si icosaedro cubus, cuboque pyramis inscribatur. *Quæ quidem mutuæ regularium corporum inscriptiones possent esse viginti: sed pyramidi solùm conuenit octaëdrum inscribi: cubo pyramidem, & octaëdrum: octaëdro pyramidem & cubum: icosaëdro pyramidem, cubum, & dodecaëdrum: denique singula dodecaëdro.*

13. In quolibet dictorum solidorum sphæra inscribi potest; si à centro sphæræ solidum circumscribentis ducatur ad vnam basium solidi linea perpendicularis per 11. 11. ad cuius spatium super centro semicirculus, & semicirculo circumducto super diametrum sphæra describetur, quæ ob æqualitatem perpendicularium tanget singulas solidi bases, cui inscribitur, in illis punctis quæ perpendicularium casus suscipiunt. *Videatur calculus laterum, & perpendicularium figurarum planarum, & solidarum apud Maurolycum. Videantur duo corol. Candallæ ad hanc prop. quæ est apud eum 21. Sequuntur aliæ propositiones Candallæ, quibus iungentur corollaria.*

14. Proposito cubo dodecaedrum inscribere. Dimetiens autem sphæræ dodecaedrum ambientis bina potest latera, scilicet dodecaedri, & dodecaedrum ambientis cubi. Cubi verò latus extrema, & media ratione sectum efficit minus segmentum latus dodecaedri sibi inscripti. Maius verò segmentum latus cubi eidem dodecaedro inscripti. Denique cubi latus, dodecaedri inscripti, & circumscripti lateribus est æquale.

15. In dato cubo icosaedrum describere. Dimetiens verò sphæræ icosaedrum ambientis bina potest & icosaedri & ipsum continentis cubi latera. *Videantur tria alia corollaria.*

16. & 17. In dato icosaedro octaedrum collocare, & in octaedro icosaedrum. *Videantur duo corol.*

18. & 19. In dato octaedro dodecaedrum; & in data trilatera, & æquilatera pyramide cubum collocare. Quæ verò bifariam secat opposita pyramidis latera, tripla est lateris inscripti cubi: & per cen-

trum transit. Insuper pyramidis latus triplum est ac parallelum dimetientis cubi basis: & duplum potest eius, quæ coniungit opposita eiusdem latera.

20. & 21. In prædicta pyramide icosaedrum & dodecaedrum componere. Dodecaedri autem & cubi in sphæra descriptorum dimetientes dimidiæ sunt eius, quæ à pyramidis angulo in basim demissa fuit. *Sequitur liber 16. quem Candalla quindecim libris elementorum Euclidis subiunxit.*

LIBER DECIMVS-SEXTVS ELEMENTORVM Geometricorum.

PROPOSITIONES.

1. Dodecaedrum, sibique insciptus cubus, ac eidem cubo inscripta pyramis, eadem capiuntur sphærâ. Quæ tria solida similiter eidem insident icosaedro, octaedro, & pyramidi.

2. Dodecaedri circumscripti ad dodecaedrum cubo inscriptum ratio tripla est extremæ, & mediæ rationis.

3. Omnis quinquanguli æquilateri, & æquianguli, quæ ab vno angulorum in basim perpendicularis extrema & media ratione secatur, per rectam angulum eumdem subtendentem. *Vide coroll.*

4. Quæ ab angulis basis pyramidis latera opposita secant extrema & media ratione rectæ, ipsæ comprehendunt basim icosaedri pyramidi inscripti, triangulo æquilatero inscriptam, cuius anguli latera basis pyramidis extrema & media ratione secant. *Vide duo coroll.*

5. Latus pyramidis extrema & media ratione sectum, efficit minus segmentum potentia duplum lateris icosaedri. *Vide Coroll.*

6. Latus cubi dimidium potest lateris sibi inscriptæ pyramidis triangularis æquilateræ.

7. Latus pyramidis duplum est lateris sibi inscripti octaedri.

8. Cubi latus duplum potest lateris sibi inscripti octaedri.

9. Dodecaedri latus, maius segmentum est, eius quæ dimidium potest lateris sibi inscriptæ pyramidis.

10. Latus icosaedri media est proportionalis inter latus cubi icosaedro circumscripti, & dodecaedri eidem cubo inscripti.

11. Latus pyramidis octodecuplum poteſt lateris ſibi inſcripti cubi.

12. Latus pyramidis octodecuplum poteſt eius rectæ, cuius dodecaedri latus pyramidi inſcripti, ſit maius ſegmentum.

13. Minoris ſegmenti lateris octaedri duplum poteſt latus ſibi inſcripti icoſaedri.

14. Octaedri & ſibi inſcripti cubi latera quadruplam ſeſquialteram rationem potentia habent.

15. Octaedri latus quadruplum ſeſquialterum poteſt rectæ, cuius dodecaedri ipſi octaedro inſcripti latus erit maius ſegmentum.

16. Icoſaedri latus eſt maius ſegmentum, eius quæ duplum poteſt lateris octaedri ipſi icoſaedro inſcripti.

17. Cubi latus ad ſibi inſcripti dodecaedri latus, rationem habet extremæ & mediæ rationalis duplam.

18. Dodecaedri ad ſibi inſcripti cubi latus, rationem habet mediæ ac extremæ conuerſam.

19. Latus octaedri ſeſquialterum eſt lateris ſibi inſcriptæ pyramidis.

20. Si ab icoſaedri dimetientis potentia, tripla auferatur lateris ſibi inſcripti cubi potentia, reliqua ſeſquitertia erit potentiæ lateris ipſius icoſaedri. *Vide Coroll.*

21. Dodecaedri latus minus ſegmentum eſt eius quæ duplum poteſt lateris octaedri eidem dodecaedro inſcripti.

22. Dimetiens icoſaedri poteſt & ſui ipſius lateris ſeſquitertium, & lateris icoſaedro inſcriptæ pyramidis ſeſquialterum.

23. Dodecaedri latus ad icoſaedri ſibi inſcripti latus ſe habet vt minus ſegmentum perpendicularis pentagoni ad eam quæ ex centro in latus eiuſdem pentagoni.

24. Si lateris icoſaedri dimidia extrema & media ratione ſecta fuerit, minuſque ſegmentum eius à toto latere tollatur, reliquæ verò tertia pars rurſus auferatur, quæ ſupereſt, æqualis erit lateri dodecaedri ipſi icoſaedro inſcripti.

25. Datum cubum ſibi inſcriptæ ttrilateræ æquilateræ pyramidis triplum eſſe demonſtrare.

26. Pyramidem præcedentem ſibi inſcripti octaedri duplam, & octaedrum pyramidis quæ ſuper baſi & vertice continetur, quadruplum eſſe oſtendere.

27. & 28. Cubum ſibi inſcripti octaedri ſextuplum: & octaedrum ſibi inſcripti cubi quadruplum ſeſquialterum eſſe patefacere. Hæc autem rationem, quam latera potentia, habent.

29. 30. Octaedrum ſibi inſcriptæ trilateræ æquilateræ pyramidis tre-

tredecuplum sesquialterum: hanc autem cubi sibi inscripti non cuplam esse demonstrare.

31. Octaedrum ad sibi inscriptum icosaedrum eam seruat, quam binę octaedri bases ad quinque icosaedri rationem.

32. Icosaedri solidi ad sibi inscriptum dodecaedri solidum ratio constat ex ratione lateris icosaedri ad latus cubi eadem sphæra comprehensi, & ratione tripla dimetientis, ad eam quæ coniungit oppositarum icosaedri basium centra.

33. Dodecaedri solidum excedit cubi sibi inscripti solidum, parallelepipedo solido, quod super eiusdem cubi basi, vertice verò cubi lateris maiori & dimidio minoris segmentis constituitur. *Vide Corollarium.*

34. Dodecaedri ad sibi inscriptum icosaedri solidum ratio constat ex tripla ratione dimetientis ad eam quæ coniungit oppositarum dodecaedri basium centra, & ratione lateris cubi ad latus icosaedri, eidem sphæræ inscriptorum.

35. Dodecaedri solidum pyramidis sibi circumscriptæ solidi bipartitur nonas, dempto vnius nonæ (extremâ & mediâ ratione sectæ, dimidio minoris segmenti.

36. Octaedrum excedit sibi inscriptum icosaedrum solido parallelepipedo quod super potentia lateris icosaedri, vertice autem ea quæ semidimetientis octaedri est maius segmentum. *Vide Corol.*

37. Si trianguli certam propositam basim habentis latera basi potentiâ commensurabilia fuerint, à vertice autem demissa perpendicularis basim secuerit, sectiones toti basi longitudine, perpendicularis verò potentiâ commensurabiles erunt. *Vide Coroll.* 2.

38. Si proposita recta assumat maius, & dimidiæ minus segmenta, totius autem suscipiatur maius maiori segmenti, cubus ad sibi inscriptum dodecaedrum habet rationem quam proposita ad idem minus segmentum.

39. Si proposita recta assumat maius, & dimidium minoris segmenta, tota recta ad tertium propositæ se habet, vt dodecaedri solidum ad sibi inscriptæ pyramidis solidum.

40. Si dodecaedri dimetiens totam & minus segmentum possit, quod super totius dimidia potentia, vertice verò eiusdem totius tertio comprehensum solidum, ęquale erit octaedro eidem dodecaedro inscripto. *Vide Corol. & lemma.*

41. Si dimetiens icosaedri totam & maius segmentum possit, ab ea autem tota tertium minoris segmenti tollatur, quod ex reliquæ mediâ & extremâ ratione sectæ maiori segmento solidum rectangu-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

lum, æquale erit cubo eidem icoſaedro inſcripto.

42. Si dimetiens icoſaedri totam & maius ſegmentum poſſit, quod ſuper totius dimidia potentia, vertice autem eiuſdem tertio comprehenſum ſolidum æquale erit octaedro eidem icoſaedro inſcripto.

43. Si dimetiens icoſaedri totam & maius ſegmentum poſſit, à totius autem maiori ſegmento dimidium ſui minoris tollatur, quod ſuper requilæ quadrato, vertice verò eiuſdem tertio comprehenſum ſolidum æquale erit pyramidi eidem, icoſaedro inſcriptæ.

44. Pyramis ad ſibi inſcriptum dodecaedrum rationem habet quam nouem ad vnam, cum maiori & dimidio minoris eius ſegmentis, magnitudines.

45. Si à lateris cubi potentia tollatur tertium potentiæ ſui maioris ſegmenti, quod ſub vertice quintupartiente ſextas eius quæ reliquum poteſt, & ſuper triangulo quod ex dupla eiuſdem maioris ſegmenti ſolidum æquale erit icoſaedro eidem cubo inſcripto.

46. Octaedri ſolidum ad ſibi inſcripti dodecaedri ſolidum ſe habet, vt quadratum lateris octaedri, ad quod ſub tertio dimetientis, & ea quæ idem tertium excedit ſui ipſius maiori, & dimido minoris ſegmentis comprehenditur rectangulum.

LIBER DECIMVS-SEPTIMVS,

SOLIDORVM VERO REGVlarium compoſitorum primus.

DEFINITIONES 2.

1. EX octaedron eſt figura ſolida æquilatera, & æquiangula, ſex æqualibus quadratis, & octotriangulis æqualibus & æquilateris comprehenſa.

2. Icoſidodecaedron eſt figura ſolida, æquilatera & æquiangula, duodecim quinquangulis æquilateris, æqualibus, & ęquiangulis, & viginti triangulis, æqualibus & æquilateris comprehenſa.

Propositiones viginti-octo.

1. EXoctaedron æquilaterum & æquiangulum construere, & data sphæra comprehendere, & ostendere dimetientem lateris duplam esse. *Videantur quatuor Coroll.*

2. Icosidodecaedron æquilaterum & æquiangulum construere, & datâ sphærâ comprehendere, ostendereque dimetientem extrema & media ratione sectam efficere maius segmentum, duplum lateris icosidodecaedri. *Vide duo Coroll.*

3. Idem describitur icosidodecaedron ablatis icosaedri solidis angulis, quod à dodecaedro persimiles laterum sectiones. *Vide Coroll.*

4. Pyramidi trilateræ & æquilateræ exoctaedron inscribere.

Propositiones à 5. ad 25. In dato octaedro; & cubo exoctaedrum; in icosaedro; & docaedro exoctaedron: In exoctaedro pyramidem trilateram, & æquilateram: octaedron: cubum: & icosaedron. In icosaedro: trilatera, & æquilatera pyramide: octaedro: & cubo, icosidodecaedron. In exoctaedro dodecaedron; in hoc icosidodecaedro dodecaedron cubum: pyramidem trilateram æquilateram, octaedron, icosaedron, & exoctaedron: & in exoctaedro icosidodecaedrum inscribere. *Vide 15. Coroll.*

26. Icosidodecaedri & exoctaedri bases, & latera opposita parallela ad inuicem esse demonstrare.

27. Icosidodecaedrum secari bifariam 6. decagonis æquilateris, & æquiangulis vnde duodecim pyramidibus quinquangulis, & 20. pyram. triangulis æquis, & similibus componitur.

28. Exoctaedron quatuor hexagonis æquilateris, & æquiangulis bifariam secatur. *Vide Coroll.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

LIBER DECIMVS-OCTAVVS, SOLIDORVM VERO REGVLARIUM COMPOSITORUM secundus.

PROPOSITIONES 45.

1. OCtaedri latus sibi inscripti exoctaedri lateris duplum est.
2. Pyramidis trilateræ, & æquilateræ latus, lateris sibi inscripti exoctaedri quadruplum est.

3. Cubi latus, duplum potest lateris sibi inscripti exoctaedri.

4. Si icosaedri maius segmentum secetur in totam & minus, latus icosaedri assumens idem minus, duplum potest lateris sibi inscripti exoctaedri.

5. Dodecaedri latus ad exoctaedri sibi inscripti latus est sicut maius segmentum rectæ extremâ ac mediâ ratione sectæ, ad eam quæ potest dimidium totius.

6. Exoctaedri latus sibi inscriptæ trilateræ æquilateræ pyramidis lateris tripartitur quartas.

7. Latus exoctaedri lateri sibi inscripti octaedri est ęquale.

8. Exoctaedri latus lateris sibi inscripti cubi sesquioctauum potest.

9. Latus exoctaedri ad latus sibi inscripti icosaedri rationem habet quam recta potens dimidium rectæ extremâ, & mediâ ratione sectæ ad maius segmentum totius.

10. Exoctaedri latus ad dodecaedri sibi inscripti latus se habet vt potens dimidium rectæ extrema, & media ratione sectæ ad minus eius segmentum.

11. Pyramidis lateris extremâ, & mediâ ratione secti minus segmentum octuplum est lateris sibi inscripti icosidodecaedri potentia.

12. Octaedri latus extrema & media ratione sectum efficit minus segmentum, duplum potentia lateris sibi inscripti icosidodecaedri. *Vide Coroll.*

13. Lateris cubi dimidia extrema & media ratione secta, efficit maius segmentum latus icosidodecaedri, eidem cubo inscripti.

14. Icosaedri latus, lateris sibi inscripti icosidodecaedri duplum est.

15. Dodecaedri latus, icosidodecaedri sibi inscripti lateris extrema & media ratione secti, maioris segmenti duplum est. *Vide Coroll.*

17. Dodecaedri dimetiens quatuor planis orthogoniās secatur, ad vtrasque centri partes, extrema & media ratione iungentibus. *Vide Coroll.* 2.

17. Icosidodecaedri latus ad dodecaedri sibi inscripti latus rationem habet, quam tota & maius, ad totam, maius & tertiam minoris segmenti, eiusdem totius.

18. Icosidodecaedri latus deficit à latere sibi inscripti icosaedri, dimidio maioris segmenti lateris icosaedri.

19. Icosidodecaedri latus sectū in totam & maius deficit à latere sibi inscripti cubi, minoris eius segmento, & insuper tertia parte minoris segmenti prædictæ totius.

20. Latus icosidodecaedri assumens maius eius segmentum dimidium potest lateris sibi inscripti octaedri.

21. Icosidodecaedri lateris maioris segmento, extrema & media ratione secto, tertium minoris eius segmenti, est excessus, quo totum latus deficit à maiori segmento eius, quæ dimidium potest lateris icosidod. inscriptæ pyramidis.

22. Latus icosidod. dimidium potest lateris sibi inscripti exoctaedri. *Vide Coroll.*

23. Latus exoctaedri duplum potest eius, cuius latus sibi inscripti icosidodecaedri est maius segmentum.

24. Cubus sibi inscripti exoctaedri sesquiquintum est.

25. Octaedron sibi inscripti exoctaedri supertripartiens quintas est.

26. Trilatera æquilatera pyramis sibi inscripti exoctaedri tripla sesquiquinta est.

27. Dodecaedri solidum excedit exoctaedri sibi inscripti solidum parallelepipedo solido, quod super basi cubi dodecaedro inscripti, vertice autem maiore segmento, dimidio minoris segmenti, & sexta parte lateris cubi. *Vide Corollarium.*

28. Icosaedri solidum ad sibi inscripti exoctaedri solidum, rationem habet, quam solidum parallelepipedum, constitutum super eo, quod sub trianguli icosaedri latere, & dupla suæ perpendicularis, vertice verò superpartiente tertias, eius quæ à centro in basim icosaedri perpendicularis continetur, ad solidum parallelepipedum super quadrato lateris sumentis minus segmentum sui maioris, & in totam, & minus secti, vertice autem quintupartiente sextas totius comprehensum. *Vide Coroll.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

29. Exoctaedri solidum ad sibi inscriptæ trilateræ æquil. pyramidis solidum rationem habet octuplam superseptupartientem decimas sextas.

30. Ex octaedrum ad sibi inscriptum octaedrum, rationem habet quintuplam.

31. Exoctaedri solidum ad sibi inscripti cubi solidum rationem habet duplam supertredecupartientem decimas sextas.

32. Si proposita recta assumat sui maius, & dimidia minus segmenta, totius autem suscipiatur minus maioris segmenti, exoctaedrum ad sibi inscriptum dodecaedrum habebit rationem, quam propositæ quinque sextæ, ad idem minus segmentum.

33. Exoctaedrum ad icosaedrum sibi inscriptum, se habet sicut solidum parallelepipedum super quadrato lateris icosaedri, cum maiori eius segmento, vertice autem quintupartiente sextas totius comprehensum, ad solidum parallelepipedum super eo quod sub icosaedri eodem latere, & tripla sibi potentia, vertice autem quintupartiente sextas iungentis oppositarum eiusdem basium centra.

34. Dodecaedron excedit sibi inscriptum icosidodecaedron, solido prismate, cuius basis est æquilaterum triangulum, super binis eorum lateribus descriptum, vertex autem minoris segmenti dimetientis dodecaedri duo nona. *Vide duo Coroll.*

35. Icosaedri solidum excedit sibi inscripti icosidodecaedri solidum, solido super eiusdem pentagona basi, vertice verò iungentis eiusdem, & oppositæ basis centra, dupla minoris segmenti constituto, *Vide duo Coroll.*

36. Octaedri solidum excedit sibi inscripti icosidodecaedri solidum solidis, quæ super quadrato duplæ lateris icosidodecaedri, vertice verò ea, quæ ex eiusdem centro, & super pentagono sui eiusdem lateris, vertice autem binis minoribus segmentis, iungentis oppositorum pentagonorum centra constituuntur.

37. Si cubi dodecaedro inscripti latus, assumat maius, & dimidiæ minus segmenta: totius autem suscipiatur minus maioris segmentum, cubus dodecaedro circumscriptus excedet sibi inscriptum icosidodecaedrum, solido quod super basi cubi inscripti, vertice verò ea qua latus eiusdem cubi excedit idem minus maioris segmentum, & insuper prismate super triangulo lateris eiusdem cubi, vertice autem quintupartiente decimas octauas maioris segmenti dimetientis dodecaedri, constituto.

38. Pyramis trilatera æquilatera icosidodecaedri sibi inscripti superat duplam, solido parallelepipedo, super quadrato dupli sui lateris,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

vertice autem dimetiente comprehenso, & solido super pentagono eiusdem dupli lateris, vertice verò maiori segmento eius, quæ à pentagoni centro, constituto.

39. Si recta iungentis oppositorum icosidodecaedri pentagonorum centra, dupla fuerit, ad aliam autem fit vt dimidia ad maius, & idem aliam, vt dimidia ad maius; maxima autem ad aliam sit tripla in ratione totius ad duo tertia, & maius segmentum: quod sub reliquæ vertice, & pentagona basi solidum, æquale erit dodecaedro, icosidodecaedro inscripto.

40. Si à iungente oppositorum icosidodecaedri triangulorum centra, tollatur sexta pars: à reliqua verò auferatur tripla rationis totius & minoris segmenti ad totam, quod sub reliquæ vertice, & super triangulo, quod ex quadrupla lateris icosidodecaedri, solidum, æquale erit icosaedro eidem icosidodecaedro inscripto.

41. Si iungens oppositorum icosidodecaedri quinquangulorum centra aliquam tertio minoris segmenti superet, eamdem autem excedat alia quarto minoris segmenti, quod sub excedentis vertice, & super pentagono eius, quæ proximorum icosidodecaedri triangulorum centra iungit, solidum, æquale erit cubo eidem icosidodecaedro inscripto.

42. Octaedri solidum æquale est solido parallelepipedo, quod sub vertice icosidodecaedri circumscripti dimetiente, & super quadrato eius quę sextum dimetientis potest.

43. Si ab icosidodecaedri dimetiente tertium minoris segmenti tollatur, reliqua verò extremâ & mediâ ratione diuidatur, erit, quod super maioris segmenti quadrato, vertice verò eiusdem tertia parte solidum, æquale pyramidi eidem icosidodecaedro inscriptæ.

44. Si icosidodecaedri dimetiens extremâ & mediâ ratione diuidatur, quod super maioris segmenti quadrato, & vertice quintupartiente sextas eiusdem comprehensum solidum, æquale erit exoctaedro eidem icosidodecaedro inscripto.

45. Si super quadrato maioris segmenti dimetientis basis exoctaedri, vertice autem quadrati latere, maiori & dimidio minoris segmentis eiusdem, comprehendatur solidum, ab hoc detractum quod super æquilatero triangulo eiusdem lateris, vertice verò quintupartiente decimas octauas minoris segmenti eius quæ triplum potest eiusdem lateris solidum relinquit, æquale icosidodecaedro eidem exoctaedro inscripto solidum. *Qui verò naturam pyramidis trilateræ, æquilateræ, octaedri, cubi, icosaedri, & dodecaedri accuratius co-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

gnoscere voluerit, legat Candallam in fine libri decimisexti qui naturam exoctaedri, & icosidodecaedri ad calcem huiusce libri decimi octaui explicat.

PETRI

PETRI RAMI
GEOMETRIÆ
LIBER PRIMVS.
DE MAGNITVDINE.

1. GEOMETRIA est ars bene metiendi.
2. Res ad bene metiendum proposita est Magnitudo.
3. Magnitudo est quantitas continua.
4. Continuum est, cujus partes communi termino continentur.
5. Terminus est magnitudinis extremum. *e. 3. d.* 1. *Itaque*
Magnitudo infinitè & creatur, & continetur, & secatur iisdem quibus terminatur.
6. Punctum est signum in magnitudine individuum.
7. Magnitudines symmetræ sunt, quas eadem mensura exactè metitur asymmetræ contra. 1. 2. *d.* 10.
8. Rationales sunt, quarum ratio est explicabilis numero datę mensuræ, irrationales contra. *e.* 5. *d.* 10.
9. Magnitudines congruæ sunt, quarum partes applicatæ partibus æqualem locum occupant. *Itaque*
Magnitudines congruæ sunt æquales, 8. *ax.*
10. Magnitudines adscriptæ sunt inter se, quando vnius termini alterius terminis terminantur: quæ intra est, dicitur inscripta: circumscripta, quæ extra.

LIBER SECVNDVS.
De Linea.

1. MAgnitudo est linea aut linearum.
2. Linea est magnitudo tantum longa.
3. Lineæ terminus est punctum.
4. Linea est recta vel curua.
5. Linea recta est linea, quæ intra suos terminos æqualiter inter-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

jacet, curua contra. 4. *d.* 1. *Itaque*

Recta est, breuissima intra eosdem terminos.

6. Linea obliqua tangitur à recta vel curua, quando ambæ ita concurrunt, vt continuatæ non intersecentur. *Itaque*

Tactus fit vnico puncto. e. 13. p. 3.

7. Linea curua est peripheria, aut helix.

8. Peripheria, quæ distat æqualiter à medio comprehensi spatij. *Itaque*

Peripheria fit conuersione lineæ altero termino quiescente, altero lineante.

9. Helix est, quæ distat inæqualiter à medio vtcunque comprehensi spatij.

10. Lineæ inter se rectæ sunt, quarum altera in alteram incidens æqualiter interjacet: obliquæ contra. *e.* 19. *d.* 1. *Itaque*

Si recta est perpendicularis rectæ, est ab eodem termino & eadem parte singulari. e. 5. 13. p. 11.

11. Lineæ parallelæ sunt, quæ vbique æqualiter distant. *e.* 35. *d.* 1. *Itaque*

1. *Parallela est ab eodem puncto ad eandem rectam singularis.* *Et*
2. *Lineæ eidem parallelæ sunt inter se parallelæ.* 30. p. 1.

LIBER TERTIVS.

De Angulo.

1. Lineatum est magnitudo plusquam longa.
2. Lineatum est angulus & figura.
3. Angulus est, lineatum in communi concursu terminorum.
4. Crura anguli sunt termini comprehendentes angulum.
5. Anguli homogenei sunt anguli cruribus & crurum concursu genere ijdem.
6. Anguli cruribus congrui sunt æquales. *Itaque*

1. *Si angulus angulo homogeneus & æquicrurus æquatur basi, est æqualis: & si est æqualis, æquatur basi. ex 8. & 4. p. 1.* *Et*
2. *Si æqualis basi est æquicrurus, æquatur.* *Et*
3. *Si angulus angulo æquicrurus est, major basi, est major: & si major, est major basi. e. 25. & 24. p. 1.* *Et*
4. *Si æqualis basi est minor interioribus cruribus, est major.* *Itaque*
5. *Si dati anguli cruribus ad datum punctum crura homogenea æquentur æquâ basi, æquabunt angulum dato. e. 23. p. 1. & 26. p. 11.*

7. Angulus est rectus vel obliquus.
8. Rectus, cuius crura sunt inter se recta, obliquus contra. *Itaque*
Anguli recti crurirecti sunt æquales. e.p.1.
9. Angulus obliquus est obtusus aut acutus.
10. Obtusus est obliquus maior recto. 11.*d*.1.
11. Acutus est obliquus minor recto. 12.*d*.1.

LIBER QVARTVS.

De figura.

1. Figura est lineatum vndique terminatum. *e*.14.*d*.1.
2. Centrum est punctum in figura medium.
3. Perimeter est comprehensio figuræ.
4. Radius est recta à centro ad perimetrum.
5. Diameter est recta inscripta figuræ per centrum. *Itaque*
   1. *Diametri in eadem figura sunt infinitæ.* *Et*
   2. *Centrum figuræ est in diametro.* *Et*
   3. *In concursu diametrorum.*
6. Altitudo est perpendicularis à vertice figuræ ad basim.
7. Figura ordinata est figura æquitermina & æquiangula.
8. Figura prima est figura in alias simpliciores figuras indiuidua.
9. Figura rationalis est quæ comprehenditur à basi & altitudine rationalibus inter se: irrationalis contra. *Itaque*
Numerus figuræ rationalis figuratus dicatur, & numeri vnde fit, latera figurati.
10. Figuræ isoperimetræ sunt figuræ æqualis perimetri.
11. Ex isoperimetris homogeneis ordinatius est maius, ex heterogeneis ordinatis terminatius.
12. Si figuræ primæ sunt æquealtæ, sunt vt bases: & contra. *Itaque*
Si sunt in basi æquali, sunt æquales.
13. Si figuræ primæ sunt reciprocæ basi & altitudine, sunt æquales: & contra.
14. Figuræ similes sunt figuræ æquiangulæ, & proportionales cruribus æqualium angulorum. *Itaque*
   1. *Habent homologos terminos æqualibus angulis subtensos, & æquales, si ipsæ sint æquales.* *Et*
   2. *Similiter sitæ sunt, quando termini proportionales simili situ respondent.* *Et*
   3. *Similes eidem, sunt similes inter se.* *Et*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

4. *Si partibus datæ figuræ partes ad datum terminum similes, similiterque sitæ constituantur, figura constituetur similis datæ similiterque sita.*

15. Figuræ similes habent rationem homologorum laterum æquemultiplicatam dimensionibus, & medium proportionale vna minus. *Itaque*

1. *Si lineæ rectæ sint continuè proportionales vna plures dimensionibus figurarum similium ad primam secundámque similiter sitarum, vt prima recta est ad vltimam, sic prima figura est ad secundam: & contra.* *Et*

2. *Si quatuor rectæ sint proportionales, figuræ similes ad eas similitérque sitæ sunt proportionales: & contra.*

6. Figuræ complentes locum sunt æquiangulæ, quæ circa idem punctum quolibet modo collocatæ nihil inane relinquunt.

7. Figura rotunda est ordinata, cuius radij omnes æquantur. *Itaque*

1. *Diametri in rotundo bisecantur radijs æqualibus.* *Et*

2. *Rotunda diametrorum æqualium sunt æqualia.* e.1.d.3.

LIBER QVINTVS.

De Lineis & Angulis in plano.

1. Lineatum est superficies aut corpus.
2. Superficies est lineatum duntaxat latum. 5.*d*.1.
3. Superficiei terminus est linea. 6.*d*.1.
4. Superficies est plana vel gibba.
5. Superficies plana est superficies, quæ æqualiter intra suos terminos interiacet. *e*.7.*d*.1.

Itaque licet in plano.

1. *A puncto ad punctum rectam ducere.* 1.& 2. *post*.11 *Et*
2. *Rectam ponere ad datum punctum æqualem datæ: & à maiore secare æqualem minori.* 2. 3.*p*.1. *Itaque*

Recta vna duæque intersectæ sunt in eodem plano. e.1.& 2.*p*.11.

Et

3. *Data recta peripheriam describere.* *Itaque*

Radij eiusdem vel æqualis peripheriæ sunt æquales.

6. Si duæ æquales peripheriæ à terminis æqualium crurum dati anguli rectilinei ante concurrant, recta à concursu ad verticem bisecabit angulum. 9.*p*.1.

7. Si duæ peripheriæ æquales à terminis datæ rectæ vtrimque concurrant, recta per concursus bisecabit datam. 10.*p*.1.

8. Si recta in rectam perpendicularis insistit, facit angulos deinceps rectos: & contra. *Itaque*

1. *Si recta insistit in rectam, æquat deinceps angulos duobus rectis: & contra e.13. & 14.p.1.*

2. *Si duæ rectæ intersecantur, æquant angulos ad verticem, & omnes quatuor rectis. 15.p.1.* *Et*

3. *Si rectis recta sectis interiores eadem parte anguli sunt maiores duobus rectis, oppositi minores sunt.*

9. Si dato datæ rectæ infinitę puncto duæ partes vtrinque secentur æquales, & à punctis sectionum duæ æquales peripheriæ concurrant, recta à dato puncto in concursum erit perpendicularis super datam. 11.*p*.1.

10. Si pars datæ rectę infinitæ secetur à peripheria à dato extra puncto, recta à dicto puncto bisecans dictam partem erit perpendicularis super datam. 12.*p*.1.

11. Si duæ rectæ in eodem plano nusquam concurrant, sunt parallelæ. e.35.*d*.1. *Itaque*

Si recta infinita secat alteram è rectis parallelis infinitis, secabit reliquam.

12. Si rectæ recta sectæ sint parallelæ, æquant angulos interiores eadem parte duobus rectis, & inter se alternos, & exteriorem interiori opposito: & contra 29. 28 27.*p*.1. *Itaque*

1. *Si rectæ recta connexæ faciunt interiores angulos eadem parte minores duobus rectis, eodem continuatæ concurrent: & contra.* *Et*

2. *Recta connectens rectas parallelas est in earum plano. 7.p.11.* *Et*

3. *Si recta à dato puncto cum data faciat angulum, anguli facto æquati & alterni crus alterum erit parallelum datæ rectæ. 31.p.1.* *Et*

4. *Anguli crurum alternè parallelorum sunt æquales.* *Et*

5 *Si rectæ oppositæ æquantur, parallelæ conterminant parallelas: & contra. e.34.p.1.* *Et*

6. *Si rectæ conterminent eadem parte æquales & parallelas, sunt æquales & parallelæ. 33.p.1,*

13. Si lineæ rectæ parallelis pluribus rectis intersecantur, intersegmenta sunt proportionalia: *& contra. e.2.p.6. & 17.p.1.* *Itaque*

1. *Si recta cum data faciens angulum basique connexa secetur data ratione, parallelæ à segmentorum terminis in finem datæ & contingens in ea punctum secabunt datam data ratione. 9. & 10.p.6.* *Et*

2. *Si duæ datæ rectæ facientes angulum cōtinuentur, prima æqualiter secundæ, secunda infinitè, parallelæ à terminis primæ continuationis in prin-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

cipium, secundæ, & contingens in ea punctum intersecabunt tertiam proportionalem. 11.*p*.6. *Et*

3. *Si è datis tribus rectis prima tertiaque facientes angulum continuentur, prima æqualiter secundæ - tertia infinitè, parallelæ à terminis primæ continuationis in principium secundæ, & contingens in ea punctum intersecabunt quartam proportionalem.* 12.*p*.6.

LIBER SEXTVS.

De Triangulo.

1. PLana similia habent duplicatam rationem homologorum laterum, & vnum proportionale medium. *e*.20. *p*.6.11. *&*.18. *p*.8.
2. Planum est rectilineum aut curuilineum.
3. Rectilineum est planum, quod comprehenditur à lineis rectis.
4. Rectilineum æquat angulos rectis interiores quidem generatim à binario paribus, externos autem quaternis.
5. Rectilineum est triangulum aut triangulatum.
6. Triangulum est quod comprehenditur à tribus lineis rectis. 21. *d*.1.

Itaque

1. *Triangulum est prima figura rectilineorum.* *Et*
2. *Si recta infinita secat angulum, secat basim.*

7. Trianguli duo quælibet latera sunt maiora reliquo. 20. *p*.1.

Itaque

1. *Si tres rectæ sunt duæ quælibet majores reliqua; peripheriæque à terminis vnius interuallis reliquarum concurrant, radij à concursu ad dictos terminos constituent triangulum.* *Et*
2. *Si duæ æquales peripheriæ à terminis datæ rectæ eiusque interuallo concurrant, rectæ à concursu ad dictos terminos constituent triangulum æquilaterum super datam.* 1. p. 1.

8. Si recta in triangulo est parallela basi, secat crura proportionaliter: & contra. 2.*p*.6.
9. Trianguli tres anguli sunt æquales duobus rectis 32.*p*.1.

Itaque

1. *Trianguli duo quilibet anguli sunt minores duobus rectis.* 17. p. 1.

Et

2. *Continuato latere, exterior angulus æquatur duobus interioribus oppositis.* 32. p. 1. *Itaque*

3. *Est maior vtrolibet interiore opposito.*
10. Si triangulum est æquicrurum, est in basi æquiangulum: & contra. *e.* 5. *&*. 6. *p.* 1. *Itaque*
1. *Si trianguli æqua crura continuentur, anguli sub basim æquabuntur.* 5. p. 1. *Et*
2. *Si triangulum est æquilaterum, est æquiangulum: & contra.* *Et*
3. *Angulus trianguli æquilateri valet duas tertias recti.* *Et*
4. *Triangula sex æquilatera complent locum.*
11. Trianguli maius latus subtendit maiorem angulum, & maior angulus subtenditur à maiore latere. 19. *&* 18. *p.* 1.
12. Si recta in triangulo bisecat angulum, secat basim ratione crurum: & contra. 3. *p.* 6.

LIBER SEPTIMVS.

De comparatione Triangulorum.

1. TRiangula æquilatera sunt æquiangula. 8. *p.* 1.
2. Si duo triangula æquantur angulis vel duobus æquicruris vel binis æqualis aut cruris aut basis duorum, sunt æquilatera. 4. *&* 26. *p.* 1.
3. Triangula æquantur ternis angulis. *Itaque*
Si bini anguli duorum triangulorum æquantur, reliqui æquantur.
4. Si triangulum triangulo æquicrurum est maius basi, est maius angulo: & contra. 25. *&*. 24. *p.* 1.
5. Si triangulum triangulo in eadem basi est minus interioribus cruribus, est maius angulo crurum. 21. *p.* 1.
6. Triangula æquealta sunt vt bases: & contra. *e.* 1. *p.* 6.
Itaque
1. *In æquali basi sunt æqualia.* 37. & 38. *p.* 1. *Et*
2. *Si recta à vertice trianguli bisecat basim, bisecat triangulum, & diameter est trianguli.*
7. Si recta est à vertice trianguli ad datum in basi punctum non medium, & parallela sit à medio basis in latus, recta à vertice parallelę in dictum punctum bisecabit triangulum.
8. Si triangula æquiangulo reciprocantur cruribus æqualis anguli, sunt æqualia: & contra. 15. *p.* 6.
9. Si duo triangula sunt ęquiangula, sunt proportionalia cruribus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

æqualium angulorum: & contra. 4. 5. *p.* 6. *Itaque*
Si recta in triangulo est parallela basi, desecat triangulum æquiangulum toti, & minus basi.
10. Si duo triangula sunt proportionalia curibus æqualis anguli sunt æquiangula. 6. *p.* 6.
11. Si cruribus proportionalia, & alternè parallela intermedium angulum faciunt, bases habent in rectam continuas. 32. *p.* 6.
12. Si habeant vnum angulum ęqualem, alterum cruribus proportionalem, tertium homogeneum, sunt æquiangula. 7. *p.* 6.

LIBER OCTAVVS.

De Generibus triangulorum.

1. Triangulum est rectangulum vel obliquangulum.
2. Triangulum rectangulum est quod habet vnicum angulum rectum: obliquangulum quod nullum. 27. *d.* 1. *Itaque*
1. *Si duæ perpendiculares connectantur, constituent triangulum rectangulum. Et*
2. *Si trianguli angulus ad basim rectus est, perpendicularis à vertice est crus alterum, & contra.*
3. Si triangulum rectangulum est æquicrurum, vterque angulus ad basim est dimidius recti: & contra. *Itaque*
1. *Si trianguli angulus æquatur reliquis est rectus, & contra.*
2. *Si recta à vertice trianguli bisecans basim est æqualis bisegmento, angulus verticis rectus est: & contra.*
4. Perpendicularis in triangulo ab angulo recto in basim secat triangula similia toti & inter se. 8. *p.* 6. *& contra. Itaque*
1. *Perpendicularis est proportionalis inter segmenta basis. Et*
2. *Crus vtrumlibet est proportionale inter basim & basis segmentum conterminum.*
5. Si basis trianguli subtendit rectum rectilineum ad eum situm, æquatur rectilineis ad crura similibus similiterque sitis: & contra. *e.* 31. *p.* 6.
6. Triangulum obliquangulum est obtusangulum vel acutangulum.
7. Obtusangulum quod habet vnum obtusum angulum. 28. *d.* 1. *Itaque*
1. *Si obtusus angulus est ad basim, perpendicularis à vertice cadit extra: & contra. Et*

2. *Si*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

2. *Si trianguli angulus sit maior reliquis, est obtusus: & contra.*

Et

3. *Si recta à vertice trianguli bisecans basim, est minor bisegmento, angulus verticis obtusus est: & contra.*

8. Triangulum acutangulum est quod habet omnes acutos angulos. 28.*d*.1.

Itaque

1. *Perpendicularis à vertice cadit intra: & contra.* *Et*
2. *Si trianguli angulus sit minor reliquis, est acutus: & contra.* *Et*
3. *Si recta à vertice trianguli bisecans basim est maior bisegmento, angulus v rticis acutus est, & contra*

LIBER NONVS.

De Geodæsia rectarum è triangulis rectangulis similibus.

1. Radius est norma crurum inæqualium.
2. Radij crura sunt index & transuersarium.
3. Index est duplus sesquidecimus tranuersarij.
4. Transuersarium est per indicem volubile, modò sublimius, modò humilius.
5. Si visus est ab initio cruris alterius, est pr termeinum r eliqui crusque alterum est rectum metiendæ magnitudini, reliquum parallelum.
6. Longitudo & altitudo triplicem mensuram habent, primam & secũdam vnius distantiæ, & quidem data alterius dimensione pro tertio proportionali: tertiam duplicis distantię, qualis tantum est dimensio latitudinis.
7. Si visus sit ab initio indicis recti in metam longitudinis, erit vt segmentum indicis ad segmentum transuersarij, sic mensoris altitudo ad longitudinem.
8. Si visus sit ab initio indicis paralleli, erit vt segmentum transuersarij ad segmentum indicis, sic data altitudo ad longitudinem.
9. Si visus sit ab initio transuersarij paralleli, erit vt in indice differentia maioris segmenti ad minus, sic differentia secundæ distantiæ ad longitudinem.
10. Si visus sit ab initio transuersarij recti, erit vt segmentum transuersarij ad segmentum indicis, sic data longitudo ad latitudinem.

Itaque in euersa altitudine.

K

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Si visus sit ab initio indicis paralleli, erit vt segmentum transuersarii ad segmentum indicis, sic data longitudo ad altitudinem.

11. Si visus sit ab initio indicis recti, erit vt segmentum indicis ad segmentum transuersarij, sic data longitudo ad altitudinem.

Itaque

Si visus sit ab initio indicis recti per pinnas transuersarij in terminos notæ partis, erit vt interuallum pinnarum ad reliquum superemimentis transuersarij, sic nota pars ad reliquam.

12. Si visus sit ab initio indicis recti, erit vt in indice differentia segmenti ad differentiam distantiæ, sic segmentum transuersarij ad altitudinem.

Itaque è geodæsia altitudinis patet differentia duarum altitudinum.

13. Si visus sit ab initio indicis recti per pinnas transuersarij in terminos latitudinis, erit vt in indice differentia segmenti ad differentiam distantiæ, sic interuallum pinnarum ad latitudinem.

LIBER DECIMVS.

De triangulato & parallelogrammo.

1. TRiangulatum est rectilineum compositum è triangulis.

Itaque

1. Triangulati latera sunt binario plura triangulis. *Et*

2. Triangulata homogenea secantur in triangula æqua numero. e. 20. p. 6.

2. Triangulata similia secantur in triangula similia inter se & homologa totis. *e.* 20. *p.* 6.

3. Triangulatum est quadrangulum aut multangulum.

4. Quadrangulum est quod comprehenditur à quatuor lineis rectis. 22. *d.* 1.

5. Quadrangulum est parallelogrammum aut trapezium.

6. Parallelogrammum est quadrangulum lateribus oppositis parallelum.

Itaque

1. Si rectæ eadem parte conterminent æquales & parallelas, parallelogrammum constituent. *Et*

2. Parallelogrammum oppositis & lateribus & angulis & sectis diametro segmentis æquatur. *Et*

3. Diameter parallelogrammi bisecatur radijs æqualibus. *Et*

4. Parallelogrammum est duplum trianguli basi & altitudine æqualis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

41. p. 1. *Et*

5. *Æquatur triangulo æquealto, basique duplo.* e. 52. p. 1. *vnde licet*

6. *Dato triangulo in dato angulo rectilineo parallelogrammum æquale constituere.* 42. p. 1.

7. Parallelogrammum constat è binis & diagonalibus & complementis, & gnomonibus.

8. Diagonale est particulare parallelogrammum communis anguli & diagonij cum toto parallelogrammo.

9. Diagonale est toti simile similiterque situm, *e.* 24 *p.* 6. & contra.

Itaque

Si particulare parallelogrammum est toti coangulum, & simile similiterque situm, est diagonale. 26. *p.* 6.

10. Complementum est particulare parallelogrammum à conterminis diagonalium lateribus comprehensum

11. Complementa sunt æqualia 43. *p.* 1. *Itaque*

1. Si complementum alterum æquatur dato triangulo in dato angulo rectilineo, reliquum ad datam rectam comparatum, eidem pariter æquabitur. 44. *p.* 1. *Et*

2. Si parallelogramma continenter æquentur triangulis dati triangulati in dato angulo rectilineo, totum parallelogrammum toti triangulato pariter æquabitur. 45. *p.* 1. *Itaque*

Parallelogrammum suis æquatur diagonalibus & complementis.

12. Gnomo est alterum diagonale cum duobus complementis. 2. *d.* 1.

13. Parallelogramma æquealta, sunt vt bases. 1. *p.* 6.

Itaque

Parallelogramma æquealta in æquali basi sunt æqualia. 35. 36. *p.* 1.

14. Si parallelogramma æquiangula reciprocantur cruribus æqualis anguli, sunt æqualia: & contra. 15. *p.* 6. *Itaque*

1. *Si quatuor rectæ sunt proportionales, parallelogrammum mediarum æquatur æquiangulo parallelogrammo extremarum.* e. 16. *p.* 6. *& contra.*

Et

2. *Si tres rectæ sunt proportionales, parallelogrammum mediæ æquatur æquiangulo parallelogrammo extremarum, & contra.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

LIBER VNDECIMVS

De Rectangulo.

1. PArallelogrammum est rectangulum aut obliquangulum.
2. Rectangulum est parallelogrammum quod habet omnes angulos rectos.

Itaque

1. *Rectangulum comprehenditur à duabus rectis angulum rectum comprehendentibus.* 1. *d.* 2.
2. *Rectangula quatuor complent locum.*

3. Si diameter bisecat latus rectanguli, rectè secat & contra.

Itaque

Si inscripta recte bisecat latus rectanguli, est diameter.

4. Rectangulum æquatur rectangulis ipsius vno latere & reliqui ex segmentis. 1. *p.* 2.
5. Si quatuor rectæ sint proportionales, rectangulum mediarum æquatur rectangulo extremarum. 16. *p.* 6. & contra.
6. Figuratus rectanguli rationalis appellatur planus rationalis. 16. *d.* 7.

LIBER DVO DECIMVS.

De Quadrato.

1. REctangulum est quadratum, vel oblongum.
2. Quadratum est rectangulum æquilaterum. 30. *d.* 1.

Itaque

1. *Latera quadratorum æqualium sunt æqualia.* *Et*
2. *Potentia rectæ est quadratum.* *Et*
3. *Si duæ conterminæ perpendiculares æquales claudantur parallelis, constituent quadratum.* 4. 6 p. 1.

3. Planus quadrati est planus æquilaterus. *Itaque*

Fit à numero in se ipsum multiplicato.

4. Si tres rectæ sunt proportionales, quadratum mediæ æquatur rectangulo extremarum: & contra. 17. *p.* 6. & 20 *p.* 7.
5. Si basis trianguli subtendit rectum, æque potest cruribus: & contra. 47. & 48. *p.* 1.

Itaque

1. *Si quadratus imparis pro crure primo dati minuatur vnitate, dimidius reliqui erit crus alterum, auctus vnitate erit basis.* *Et*

2. Si dimidius paris pro crure primo dati quadretur, quadratus minutus vnitate erit crus alterum, auctus vnitate erit basis. Itaque

3. Diagonius potest duplum lateris, eique est asymmetra.

6. Si basis trianguli rectanguli secatur à perpendiculari ex angulo recto dupla ratione, potest sesquialterum maioris cruris, triplum minoris: si quadrupla, sesquiquartum maioris quintuplum minoris. *ad.* 13.15.16.*p.*13.

7. Si recta est secta quotlibet fariam, potest multiplex segmenti cognomine quadrato numeri sectionis.

8. Si recta est secta in duo segmenta, quadratum totius æquatur quadratis segmentorum & duplici rectangulo vtriusque. 4.*p.*2.

Itaque

Latus primi diagonalis est latus alterius complementi, & duplicatum est latus simul vtriusque: reliquum autem latus simul vtriusque est latus reliqui diagonalis. *Et*

Si latus inuentum duplicetur, & duplicato vnitas addatur, totus erit gnomo proxime maioris quadrati.

9. Si de dimidio collectorum laterum dati trianguli latera sigillatim subducantur, latus continuè facti è dimidio & reliquis erit area trianguli.

10. Si basis trianguli subtendit obtusum plus potest cruribus duplici rectangulo alterius, & ex eo continuationis ad verticis perpendicularem. 12.*p.*1.

LIBER DECIMVS TERTIVS.

De Oblongo.

1. Oblongum est rectangulum inæquilaterum. 31. *d.*1.

2. Oblongum è tota & segmento æquatur rectangulo segmentorum, & prædicti segmenti quadrato. 3.*p.*1.

3. Oblonga è tota & segmentis æquantur è tota quadrato. 2.*p.*2.

4. Oblonga duo è tota & segmento cum tertio quadrato reliqui segmenti, æquantur quadratis totius & prædicti segmenti. 7.*p.*2.

5. Basis trianguli acutanguli minus potest cruribus duplici oblongo ex altero crure & eius segmento à dicto angulo ad verticis perpendicularem. 13.*p.*2. *Itaque*

Si quadratum basis acuti anguli tollatur è quadratis crurum, reliqui dimidio per crus diuisio, quotus erit segmentum diuidentis à dicto an-

gulo ad verticis perpendicularem.

6. Si recta est bisecta, secusque oblongum inæqualium segmentorum cum quadrato intersegmenti æquatur quadrato bisegmenti. 5.*p*.2.
7. Si recta est bisecta & continuata, oblongum continuatæ & continuationis cum quadrato bisegmenti æquatur quadrato compositæ ex bisegmento & continuatione. 6. *p*. 1.
8. Si duas datas rectas comprehendentes rectangulum, & infinitè continuatas mesograpus tangens oppositum angulum angulo datarum intersecet æquidistanter à centro, intersegmenta erunt media continuè proportionalia datis.

LIBER DECIMVS-QVARTVS.

De Recta proportionaliter secta, & de reliquis quadrangulis & multangulis.

1. Recta secatur secundum mediam, & extremam rationem, quando fuerit vt tota ad maius segmentum, sic maius segmentum ad minus. 3. *d*. 6.
2. Si recta proportionaliter secta est rationalis datæ mensuræ, segmenta sunt ad eam & inter se irrationalia. *e*. 6. *p*. 13.
3. Si quadratum fiat è data recta, rectæ ab angulo facti ad medium contermini lateris differentia supra dimidium erit maius segmentum datæ proportionaliter sectæ. 11. *p*. 2. & 30. *p*. 6.

Itaque

1. *Si recta proportionaliter secta continuetur maiore segmento, tota secabitur proportionaliter, & maius segmentum erat data.* 5. p. 13.

4. Maius segmentum continuatum dimidio totius potest quintuplum eiusdem dimidii: & si recta potest quintuplum sui segmenti, reliquum factum duplum prædicti secatur proportionaliter, & maius segmentum est idem reliquum. 1. & 2. *p*. 13.
5. Minus segmentum continuatum dimidio maioris potest quintuplum eiusdem dimidii. *e*. 3. *p*. 13.
6. Tota & minus segmentum possunt triplum maioris. *e*. 4. *p*. 13.
7. Parallelogrammum obliquangulum est rhombus aut rhomboïdes.
8. Rhombus est obliquangulum æquilaterum. 32. *d*. 1.
9. Rhomboïdes est obliquangulum inæquilaterum. 33. *d*. 1.
10. Trapezium est quadrilaterum, non parallelogrammum. 34. *d*. 1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

11. Multangulum est quod pluribus quam quatuor lineis rectis comprehenditur. 23. *d.* 1.

12. Si quinquangulum æquilaterum tribus angulis æquatur, est æquiangulum. 7. *p.* 13.

13. Triangulata multangula è suis item triangulis mensuram capiunt.

LIBER DECIMVS QVINTVS.

De Lineis circuli.

1. CIrculus est planum rotundum. *e.* 15. *d.* 1.
2. Circuli sunt vt à diametris quadrata. 2. *p.* 12.

Itaque

Diametri sunt vt peripheriæ.

3. Geometria circularis est in lineis aut in segmentis circuli.
4. Si recta duobus in peripheria punctis terminetur, cadet intra circulum. 2. *p.* 3.
5. Si à termino diametri ex eaque radio æquante datam rectam peripheria describatur, recta à dicto termino in concursum peripheriarum inscribetur dato circulo æqualis datæ rectæ. 1. *p.* 4.
6. Si inscripta rectæ bisecat inscriptam, est diameter circuli, eiusque medium est centrum. 1. *p.* 3.
   1. *Si duæ rectæ duas inscriptas recte bisecent, concursus bisecantium erit centrum circuli.* e. 25. p. 3. *Et licet*
   2. *Peripheriam ducere per tria puncta in rectam minime cadentia.* e. 5. *p.* 4.
7. Si diameter bisecat adiametrum, recte secat: & contra. 3. *p.* 3.
8, Si adiametri intersecantur, segmenta sunt inæqualia. 4. *p.* 3.
9. Si duæ inscriptæ intersecantur rectangulum è segmentis vnius æquatur rectangulo è segmentis reliquæ. 35. *p.* 3.
10. Inscriptæ æquidistant à centro, in quas à centro perpendiculares sunt æquales. 4. *d.* 3.
11. Si inscriptæ sunt æquales æquidistant à centro: & contra. 14. *p.* 3.
12. Inscriptarum inæqualium diameter est maxima, diametroque propior maior remotiore, remotissima minima, minimæque propior minor remotiore, binæque vtrinque à diametro æquantur. *e.* 15. *p.* 3.
13. Rectarum à diametri puncto non centro in peripheriam, quæ per

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

centrum est maxima, propiorque maximæ est maior remotiore, reliqua maximæ minima, minimęque propior minor remotiore, binæque vtrinque à maxima vel minima solæ æquantur. 7.*p*.3.

Itaque

Si punctum in circulo est terminus trium rectarum in peripheriam æqualium, est centrum circuli. 9.p.3.

14. Rectarum à dato extra puncto in concauum peripheriæ, quæ per centrum, est maxima, propiorque maximæ est maior remotiore: in conuexum, tangens peripheriam est maxima, segmentum maximæ est minima; minimæque propior minor remotiore, binæque vtrimque à maxima vel minima solæ æquantur. 8.*p*.3.

15. Si recta est perpendicularis extrema diametro, tangit peripheriam: & contra. *e*.16. *&*.19.*p*.3.

Itaque

1. *Si recta est per centrum & contactum, est perpendicularis tangenti.* 19. *p*.3.

Et

2. *Punctum contactus est, quo à centro perpendicularis tangenti incidit.*

Et

3. *Tangens est singularis eadem parte.* e.16.p.3.

Et

4. *Angulus contactus est minor quovis acuto rectilineo*, e.16.p.2.
5. *Anguli contactus in æqualibus peripheriys sunt æquales.*

16. Si à radio ex datæ peripheriæ centro ad datum extra punctum peripheria describatur, & à concursu datæ, radiique radio ipsi perpendicularis in descriptam connectatur cum dicto centro, recta dato puncto in concursu datæ connectentis tanget datam peripheriam 17.*p*.3.

17. Si è duabus rectis à dato extra puncto prima secat in concauum, reliqua tangit, oblongum è secante & exteriore secantis segmento æquatur quadrato tangentis: & si oblongum tale æquatur quadrato reliquæ, reliqua ipsa tangit. 36.*&*.37.*p*.3.

Itaque

1. *Tangentes ab eodem puncto sunt æquales duæ.*

Et

2. *Oblonga è qualibet ex eodem puncto secante & secantis exteriore segmento æquantur inter se.*

Et

3. *Datis duabus rectis licet alteri continuare tertiam, vt oblongum ex continuata & continuatione æquetur quadrato reliquæ Vitell.* 127. *p*.1.

18. Si peripheriæ sunt intersectæ vel contiguæ sunt eccentricæ: illæque duobus tantum punctis intersecantur, hæ diametros per contactum continuant. 5.6.10.11.12.*p*.3.

19. Si inscriptæ circulis æqualibus sunt æquales, secant peripherias

æquales

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

æquales: & contra. 28. 29. *p*. 3.

LIBER DECIMVS SEXT.

De Circuli segmentis.

1. SEgmentum circuli est quod comprehenditur extrinsecus à peripheria, intus à recta.
2. Segmentum circuli est sector aut sectio.
3. Sector est segmentum intus comprehensum à recta duplici, faciente angulum in centro, qui angulus in centro, dicitur: vt peripheria dicitur basis sectoris. 9. *d*. 3.
4. Angulus in peripheria est angulus comprehensus à duab. rectis inscriptis, & in peripheria conterminis. 8. *d*. 3.
5. Angulus in centro duplus est anguli in peripheria in eandem peripheriam insistentis. 20. *p*. 3.

Itaque

Si angulus in peripheria æquatur angulo in centro, est duplus basi. & contra.

6. Anguli in centro, peripheriave circulorum æqualium sunt vt peripheriæ in quas insistunt: & contra. *e*. 33. *p*. 6. 16. 27. *p*. 3.

Itaque

Vt sector ad sectorem, sic angulus ad angulum.

7. Sectio est segmentum circuli intus comprehensum ab vna recta, quæ basis sectionis dicitur.
8. Sectio absoluitur invento centro.
9. Peripheria sectionis bisecatur perpendiculari bisecante basim. 30 *p*. 3.
10. Angulus in sectione est angulus comprehensus à duabus rectis conterminis basi & in peripheria conterminis. 7. *d*. 3.
11. Anguli in eadem sectione sunt æquales. 21. *p*. 3.
12. Anguli in oppositis sectionibus æquantur duobus rectis. 22. *p*. 3.
13. Si sectiones capiunt angulos æquales, sunt similes. *e*. 10. *d*. 3.
14. Si sectiones similes sunt in æquali basi, sunt æquales. 23. & 24. *p*. 3.
15. Angulus sectionis est, qui comprehenditur à terminis. 7. *d*. 3.
16. Sectio est semicirculus, aut inæqualis semicirculo.
17. Semicirculus est sectio dimidia circuli.

Itaque

L

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Semicirculus comprehenditur à semiperipheria & diametro. 8. d. 1.

18. Angulus in semicirculo rectus est, semicirculi, minor recto rectilineo, maior quouis acuto: in maiore sectione est minor recto, maioris maior, in minore maior, minoris minor. *e. 31. & 16. p. 3.*

Itaque

1. *Si duæ rectæ diametro circuli contermina conterminentur in peripheria, faciunt angulum rectum.*

Et

2. *Si recta infinita secetur à peripheria externi centri in punctis dato & contingente, & diameter sit à contingente, recta à dato puncto connectens diametrum erit perpendicularis super infinitam.*

Et

3. *Si recta à dato puncto faciens acutum angulum cum infinita, fiat diameter peripheriæ secantis infinitam, recta à dicto puncto connectens segmentum erit perpendicularis super infinitam.*

Et

4. *Si duarum rectarum maior fiat diameter circuli, minorque maiori contermina & inscripta connectatur, maior plus poterit, quam minor, quadrato connectentis ad. 13. p. 10.*

19. Si recta continuata è duabus rectis fiat diameter circuli, perpendicularis à puncto continuationis in peripheriam erit proportionalis inter datas. 13. *p. 6.*

20. Anguli in oppositis sectionibus æquantur alternis angulis secantis & contiguæ. 32. *p. 3.*

Itaque

1. *Si ad terminum datæ rectæ æquetur angulus rectilineus dato, & ab æquati vertice perpendicularis reliquo lateri concurrat cum perpendiculari à medio datæ, concursus erit centrum circuli per æquatum angulum descripti, in cuius opposita sectione super datam angulus æquabitur dato. e. 33. p. 3.*

2. *Si angulus secantis & contiguæ æquetur dato angulo rectilineo, angulus in opposita sectione eidem pariter æquabitur. 34. p. 3.*

LIBER DECIMVS SEPTIMVS.

De adscriptione circuli & trianguli.

1. Si rectilineum inscriptum circulo est æquilaterum, est æquiangulum.

2. Æquatur triangulo, basis quidem perimetro, altitudinis autem perpendiculari à centro in latus.

3. Rectilinea similia circulis inscripta, sunt vt à diametris quadrata. 1. *p.* 12. *Itaque*

Si sit vt diameter circuli ad latus rectilinei adscripti, sic diameter secundi circuli ad latus secundi rectilinei adscripti, triangulaque adscriptorũ singularia similia similiterque sita, rectilinea adscripta erunt similia similiterque sita.

4. Si duæ rectæ bisecent duos angulos dati rectilinei, circulus radij ab earum concursu in latus perpendicularis inscribetur dato rectilineo. 4. & 8 *p.* 4.

5. Si duæ rectæ bisecent duo latera dati rectilinei, circulus radij ab earum concursu in angulum circumscribetur dato rectilineo. 5. *p.* 4.

6. Si duæ inscriptæ à contactu rectæ & peripheriæ æquent duos vtrinque angulos duobus angulis dati trianguli, connexæ inscribent triangulum dato circulo, æquiangulum dato triangulo. *e.* 2. *p.* 4.

7. Si duo anguli in centro dati circuli æquentur ad commune latus exterioribus angulis dati trianguli, rectæ tangentes peripheriam in cruribus angulorum circumscribent triangulum dato circulo, æquiangulum dato triangulo. 3. *p.* 4. *Itaque*

Si triangulum est rectangulum, obtusangulum, acutangulum, centrum circumscripti circuli est in latere, extra latera, intra latera: & contra. consect. est 5. p. 4.

LIBER DECIMVS OCTAVVS.

De Adscriptione triangulati.

1. SI rectæ tangant peripheriam in angulis inscripti triangulati ordinati, circumscribent triangulatum circulo homogeneum inscripto triangulato.

2. Si diametri rectè intersecentur, subtensa recto erit latus inscripti quadrati. *e.* 6. *p.* 4. *Itaque*

Quadratum inscriptum est dimidium circumscripti. *Et*

Est maius dimidio circumscripti circuli.

3. Si recta secetur proportionaliter, trianguli crurum sectæ æqualium, basis maiori segmento æqualis, vterque angulus ad basim erit duplus reliqui, & basis erit latus quinquanguli in circulum cum triangulo inscripti. 10. & 11. *p.* 4.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

4. Si duæ rectæ subtendunt duos deinceps angulos inscripti quinquanguli, secantur proportonaliter, & maiora segmenta sunt latera inscripti. *e. 18. p. 13.*

Itaque

Si data recta secta proportionaliter continuetur vtrinque maiore segmento sexque peripheriæ ratio datæ concurrant, binæ vtrimque à terminis datæ & continuatæ: duæ reliquæ ab earum concursu, rectæ per concursus & terminos, datæ constituent super datam quinquangulum ordinatum.

5. Si diameter circuli quinquangulo circumscripti est rationalis, est irrationalis ad latus inscripti quinquanguli. *e. 11. p. 13.*

6. Radius circuli est latus inscripti sexanguli. *e. 15. p. 4.*

Itaque

1. Sexangula tria ordinata complent locum.

2. Si rectæ ab vno inscripti sexanguli angulo in tertium vtrinque angulum connectantur, inscribent triangulum æquilaterum dato circulo.

7. Latus inscripti trianguli æquilateri potest triplum circularis radij. 12. *p.* 13.

8. Si latus sexanguli secetur proportionaliter, maius segmentum erit latus decanguli: & contra.

Itaque

Si decangulum & sexangulum inscribantur eidem circulo, recta è latere vtriusque continuata secabitur proportionaliter, & maius segmentum erit latus sexanguli: &, si maius segmentum rectæ proportionaliter sectæ est latus sexanguli, reliquum erit latus decanguli. 9. p. 13.

9. Si decangulum, sexangulum, quinquangulum inscribantur eidem circulo, latus quinquanguli potest latera reliquorum: & si recta potest latera sexanguli & decanguli, est latus quinquanguli. 10. *p.* 13.

10. Si triangulum & quinquangulum inscribantur eidem circulo ad idem punctum, recta inscripta inter vtriusque basim dicto puncto opposita erit latus inscripti quindecanguli. 16. *p.* 4

11. Si quinquangulum & sexangulum inscribantur eidem circulo ad idem punctum, peripheria inter vtriusque latera erit pars tricesima totius peripheriæ.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

LIBER DECIMVS NONVS.

De Geodæsia multanguli ordinati & circuli.

1. PLanus è perpendiculari à centro in latus & dimidio perimetri, est area multanguli ordinati.
2. Peripheria est tripla diametri & fere sesquiseptima.

Itaque

1. Planus è radio & peripheriæ dimidio est area circuli.

Et

2. Vt 14. ad 11. sic quadratum diametri ad circulum.
3. Planus è radio & peripheriæ quadrante est area semicirculi. Et
4. Planus è radio & basis dimidio est area sectoris. Et
5. Si triangulum è duobus radijs & basi maioris sectionis addatur duobus in ea sectoribus: totum erit area sectionis maioris: sin detrahatur suo sectori reliquum erit area minoris. Et
Circulus è planis isoperimetris inæqualibus est maximus.

LIBER VIGESIMVS.

De Superficie gibba.

1. GIbbum est superficies quæ inæqualiter intra suos terminos interiacet.
2. Gibbum est sphæricum aut varium.
3. Sphæricum est gibbum æquidistans à centro comprehensi spatij.

Itaque

Fit conuersione semiperipheriæ manente diametro. e. 14. d. 11.
4. Maxima in sphærico peripheria est quæ sphæricum bisecat.

Itaque

Peripheria propior maximæ est maior remotiore, & vtrinque æquidistantes à maxima duæ sunt æquales.
5. Planus è maxima peripheria & eius diametro est sphæricum.

Itaque

1. Planus è maximo circulo & 4. est sphæricum. Et
2. Vt 7. ad 22. sic quadratum diametri ad sphæricum. Et
3. Planus è maxima peripheria & radio est hemisphæricum.
6. Si quota pars est radij, perpendicularis à centro ad basim sectionis maioris, tanta augeatur hemisphæricum, totum erit sphærici

maior sectio: sin tanta minuatur, reliquum erit minor.

7. Varium est gibbum, cuius basis est peripheria, latus recta à termino verticis in terminum basis.

8 Varium est conicum aut cylindraceum.

9. Conicum est quod à subiecta peripheria æqualiter fastigiatur ad verticem. *Itaque*

Fit conuersione lateris circa subiectam peripheriam.

10. Planus è latere & dimidio basis est conicum.

11. Cylindraceum est quod à subiecta peripheria ad sublimem æqualem & parallelam peripheriam æqualiter erigitur.

Itaque

Fit conuersione lateris circa duas peripherias æquales & parallelas.

12. Planus è sua basi & altitudine est cylindraceum.

LIBER VIGESIMVS PRIMVS.

De Lineis & Superficiebus in Solido.

1. Corpus est lineatum latum & altum. 1. *d.* 11.
2. Terminus solidi est superficies. 2. *d.* 11.
3. Si recta est rectis in subiecto plano intersectis perpendicularis in communi sectione, est perpendicularis subiecto plano: &, si est perpendicularis plano, est rectis in subiecto plano intersectis perpendicularis in communi sectione. *e.* 3. *d* & 4. *p.* 11.
4. Si tres rectæ intersectæ sunt eidem rectę perpendiculares in communi sectione, sunt in eodem plano. 5. *p.* 12.
5. Si duæ rectæ sunt perpendiculares subiecto plano, sunt parallelæ, & si parallelarum altera est perpendicularis subiecto plano, reliqua est eidem perpendicularis. 6. 8. *p.* 11.
6. Si rectæ in diuersis planis sunt ad eandem rectam parallelæ, sunt inter se parallelæ. 9. *p.* 11.
7. Si duæ rectæ sunt perpendiculares, prima à sublimi puncto in rectam subiectam, secunda à communi sectione in subiecto plano, tertia, à dicto puncto perpendicularis secundæ, erit perpendicularis subiecto plano. *e.* 11. *p.* 11.
8. Si recta à dato subiecti plani puncto sit parallela rectæ ad idem planum perpendiculari, erit etiam perpendicularis subiecto plano, *ex* 12. *p.* 11.
9. Si recta altero intersectorum planorum perpendicularis communi sectioni est perpendicularis reliquo, plana sunt perpendi-

cularia, recta in altero perpendicularis communi sectioni, est perpendicularis reliquo. *e.* 4. & *d.* 3. 8. *p.* 11.

10. Si recta est perpendicularis plano, omnia per eam plana, sunt eidem perpendicularia: & si duo plana intersecta sunt alicui plano perpendicularia, communis sectio est eidem perpendicularis, *e.* 18. &. 19. *p.* 11.

11. Plana sunt parallela quę nusquam annuunt. 8. *d.* 11.

Et

1. *Quæ communi perpendiculo diuiduntur.* 14. p. 11.
2. *Si binæ rectæ in ipsis conterminæ, sunt parallelæ.* 15. p. 11.

12. Si duo plana parallela secantur plano, communes sectiones sunt parallelæ. 16. *p.* 11.

LIBER VIGESIMVS SECVNDVS.

De Pyramide.

1. Axis solidi est diameter circa quam conuertitur. *e.* 15. 19. 22. *d.* 11.
2. Solidum rectum est cuius axis est perpendicularis centro basis.
3. Si solida comprehenduntur à superficiebus homogeneis æqualibus multitudine & magnitudine, sunt æqualia. 10. *d.* 11.
4. Si solida comprehenduntur à superficiebus multitudine æqualibus & similibus, sunt similia. 9. *d.* 11.
5. Solida similia habent triplicatam rationem homologorum laterum, & duo media proportionalia. 33. *p.* 11. 8. *p.* 12.
6. Solidum est planum vel gibbum.
7. Planum, quod comprehenditur à superficiebus planis.
8. Anguli plani comprehendentes angulum solidum sunt minores quatuor rectis 21. *p.* 11.
9. Si tres anguli plani minores quatuor rectis comprehendant angulum solidum, duo quilibet sunt maiores reliquo: & si duo quilibet sunt maiores reliquo, comprehendent angulum solidum. 20. & 23. *p.* 11.
10. Solidum planum est pyramis aut pyramidatum.
11. Pyramis est solidum planum à basi rectilinea æqualiter fastigiatum. *Itaque*

1. *Pyramidis hedræ sunt vna plures angulis in basi.* *Et*
2. *Pyramis est prima figura solidorum.* Itaque
3. *Pyramides æquialtæ sunt vt bases.* 5. c. & 6. p. 12. *Et*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

4. *Reciprocæ basi & altitudine sunt æquales. 9. p. 12.*

12. Tetraedrum est pyramis ordinata à quatuor triangulis comprehensa. 26. *d.* 11. *Itaque*

1. *Tetraedri latera sunt sex, anguli plani duodecim, solidi quatuor.* *Et*

2. *Tetraedra duodecim complent locum solidum.* *Et*

3. *Si quatuor triangula ordinata & æqualia solidis angulis componantur, comprehendent tetraedrum.*

13. Si recta potens sesquialterum ad latus trianguli æquilateri secetur dupla ratione, duplum segmentum perpendiculare trianguli centro, connexum cum eius angulis comprehendet tetraedrum. *e.* 13. *p.* 13.

LIBER VIGESIMVS TERTIVS.

De Prismate.

1. PYramidatum est solidum planum è pyramidibus compositum.

2. Pyramidatum est prisma aut polyedrum mistum.

3. Prisma est pyramidatum, cuius duo opposita plana sunt æqualia, similia, parallela similiter sita: reliqua parallelogramma. 13. *d.* 11. *Itaque*

Hedræ prismatis sunt binario plures angulis in basi.

4. Planus è basi & altitudine est soliditas recti prismatis.

5. Prisma est triplum pyramidis basi & altitudine æqualis. *e.* 7. *p.* 12. *Itaque*

1. *Planus è sua basi & triente altitudinis est soliditas pyramidis basi & altitudine æqualis.* *Et*

2. *Prismata homogenea æquealta sunt vt bases.* 29. 30. 31. 32. p. 11. *Et*

3. *Si reciprocantur basi & altitudine, sunt æqualia.* 34. p. 11. *Et*

4. *Si prisma secatur plano oppositis hedris parallelo, segmenta sunt vt bases.* 25. p. 11.

6. Prisma est pentaedrum aut è pentaedris compositum.

7. Si pentaedra alterum basis triangulæ, alterum parallelogrammæ ad triangulum duplę sunt æquealta, sunt æqualia. 40. *p.* 11.

8. Prisma è pentaedris compositum est hexaedrum aut polyedrum. Hexaedrum est quod sex hedris quadrangulis continetur; estque parallelepipedum aut trapezium.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

9. Parallelepipedum est cuius opposita plana sunt parallelogramma. 24. *p.* 11.

Itaque

1. *Bisecatur plano per diagonios oppositorum laterum.* 28. p. 11.

Et

2. *Si bisecatur duobus planis bisecantibus opposita latera communis bisectio & diagonius, inter se bisecantur.* 39. p. 11.

10. Si tres rectæ sunt proportionales, parallelepipedum mediæ æquatur æquangulo parallelepipedo omnium. *e.* 36. *p.* 11.

11 Parallelepipeda rectangula octo complent locum solidum.

12. Figuratus parallelepipedi rectanguli appellatur solidus, factus à tribus numeris. 17. *d.* 11.

Itaque

2. *Si duo solidi sunt similes, habent proportionalia latera & duos medios proportionales.* 21. d. 7. 19. 21. p. 8.

LIBER VIGESIMVS QVARTVS.

De Cubo.

1. Parallelepipedum rectangulum est cubus aut oblongum.

2. Cubus est rectangulum isoedrum. 25. *d.* 11.

Itaque

1. *Cubi latera sunt duodecim, anguli plani vigintiquatuor, solidi octo.*

Itaque

2. *Si sex quadrata æqualia solidis angulis componantur, comprehendent cubum.*

Et

3. *Si è quadrati angulis perpendiculares lateribus æquales sublimè connectantur, comprehendent cubum.* c. 15. p. 11.

3. Diagonius cubi potest triplum lateris.

4. Si quatuor rectarum continuè proportionalium prima sit dimidia quartæ, cubus primæ erit dimidius ad cubum secundæ. *e.* 33. *p.* 11.

5. Solibus cubi etiam cubus dicitur, solidus nempe æqualium laterum. 19. *d.* 7.

Itaque

Fit à numero in suum quadratum multiplicato.

6. Si recta secetur in duo segmenta, cubus totius æquabitur cubis segmentorum & duplici solido ter comprehenso à quadrato sui segmenti & reliquo segmento.

Itaque

Latus primi cubi singularis est alterum latus secundi solidi, eiusdemque lateris quadratus est alterum latus primi solidi, cuius reliquum latus est latus secundi cubi, eiusdemque reliqui lateris quadratus est reliquum latus secundi solidi.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

LIBER VIGESIMVS QVINTVS.

De Polyedris mistis ordinatis.

1. POlyedrum mistum ordinatum est pyramidatum compositum è pyramidibus vertice coëuntibus in centro, & sola basi ordinata eminentibus.
2. Altitudo componentis pyramidis habetur per radium circuli basi circumscripti, perque polyedri semidiagonium.
3. Mistum ordinatum est triangulæ basis aut quinquangulæ.
4. Si quadratus è latere triangulæ basis trifariam diuidatur, latus trientis erit radius circuli basi circumscripti.
5. Mistum ordinatum triangulæ basis est octaedrum aut icosaedrum.
6. Octaedrum est polyedrum mistum ordinatum, quod ab octo triangulis comprehenditur. 27.*d.* 11.

Itaque

1. *Octaedri latera sunt* 12. *anguli plani* 24. *solidi* 6. *Et*
2. *Octaedra nouem complent locum solidum. Et*
3. *Si triangula octo æquilatera & æqualia solidis angulis componantur, comprehendent octaedrum.*

7. Si recta è centro quadrati vtrimque perpendicularis æqualis semidiagonio connectatur cum angulis, comprehendet octaedrum. 14. *p.* 13.

Itaque

1. *Diagonius octaedri potest duplum lateris. Et*
2. *Si quadratum à latere octaedri duplicetur, duplicati latus erit diagonius.*

8. Icosaedrum est polyedrum mistum ordinatum à viginti triangulis comprehensum. 29.*d.* 11.

Itaque

1. *Icosaedri latera sunt* 30. *anguli plani* 60. *solidi*, 12. *Et*
2. *Si viginti triangula ordinata & æqualia solidis angulis componantur, comprehendent icosaedrum.*

9. Si ordinata quinquangulum duplex & decangulum vnum eidem circulo sic inscribantur, vt latus vtriusque quinquanguli subtendat duo latera decanguli, sex rectæ circulo perpendiculares & radio eius æquales quinque ab angulis alterius quinquanguli connexæ & inter se, & cum angulis reliqui quinquanguli, sexta à centro vtrinque continuata latere decanguli, & connexa illic cum quinque perpendicularibus, hic cum angulis secundi quinquanguli, comprehendent icosaedrum. *e.* 16. *p.* 13.

10. Diagonius, icosaedri est irrationalis ad latus. *16. p. 13.*

Et

11. Potest quintuplum circularis radij. *è consect. 16. p. 13.*
12. Polyedrum mistum ordinatum quinquangulæ basis est, quod à duodecim quinquangulis comprehenditur, & dodecaedrum dicitur.

Itaque

1. *Dodecaedri latera sunt 30. anguli plani 60. solidi 20.* *Et*
2. *Si duodecim quinquangula ordinata æqualia solidis angulis componantur, comprehendent dodecaedrum.*

13. Si cubi latera rectis rectè bisecentur, ternaque bisegmenta bisecantium in conterminis planis neque concurrentium neque parallelarum, duo vnius tertium reliquæ vicinum proportionaliter ita secentur, vt minora segmenta bisecantem terminent, ternæ extra cubum dictis planis perpendiculares à proportionalium sectionum punctis, æquales majoribus segmentis connexæ duæ ex eadem bisecante inter se & cum vicinis cubi angulis, tertia cum angulis eisdem comprehendent dodecaedrum. *17. p. 13.*
14. Diagonius est irrationalis ad latus dodecaedri.
15. Si latus cubi secetur proportionaliter, maius segmentum erit latus dodecaedri *cons. 17. p. 13.*
16. Solida plana tantum quinque sunt ordinata. *e. 18. p. 13.*

LIBER VIGESIMVS SEXTVS.

De Sphæra.

1. SOlidum gibbum est quod comprehenditur à superficie gibba.
2. Estque sphæra aut varium.
3. Sphæra est gibbum rotundum. *Itaque*

Sphæra fit conuersione semicirculi manente diametro. 14. d. 11.

4. Maximus sphæræ circulus est, qui sphæram bisecat.

Itaque

1. *Circulus propior maximo maior est remotiore.* *Et*
2. *Æquidistantes à maximo sunt æquales.*

5. Planus è diametro & sextante sphærici est, sphæra.

Itaque

1. *Vt 21. ad 11. sic cubus diametri ad sphæram.* *Et*
2. *Planus è radio & sextante sphærici est hemisphærium.*

6. Sphæræ habent triplicatam rationem diametrorum. 18. *p.* 12.
7. Quinque corpora ordinata inscribuntur eidem sphæræ conuer-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

sione semicirculi habenti pro diametro in tetraedro rectam potentem sesquialterum ad latus tetraedri, in quatuor ordinatis reliquis ordinati ipsius diagonium.

8. E ratione axis sphærici latera tetraedri, cubi, octaedri, dodecaedri deprehenduntur. *e.* 18. *p.* 13.

9. Si recta æqualis axi sphærico, eique à termino perpendicularis connectatur ad centrum, recta à sectione peripheriæ ad dictum terminum erit latus icosaedri. *e.* 18. *p.* 13.

10. Ex ordinatis quinque corporibus eidem sphæræ inscriptis tetraedrum lateris magnitudine est primum, octaedrum secundum, cubus tertium, icosaedrum quartum, dodecaedrum quintum. *e.* 18. *p.* 13.

LIBER VIGESIMVS SEPTIMVS.

De Cono & Cylindro.

1. Solidum varium est quod comprehenditur à superficie varia & basi circulari.
2. Si varia habent axes diametris basium proportionales, sunt similia. 24. *d.* 11.
3. Varium est conus aut cylindrus.
4. Conus est quod à conico & basi comprehenditur. 4. *d.* 1. *Apollon.*

Itaque

1. *Fit conuersione trianguli rectanguli manente altero crure circa rectum.*

Et

2. *Conus est rectangulus, si crus manens est æquale conuerso, obtusangulus si minus, acutangulus si maius.* c. 18. d. 11. *Itaque*
3. *Conus prima figura est variarum.* *Et*
4. *Coni æquealti sunt vt bases.* 11. p. 12. *Et*
5. *Reciproci basi & altitudine sunt æquales.* 15. p. 12.

5. Cylindrus est quod à cylindraceo & oppositis basibus comprehenditur. *Itaque*

Fit conuersione parallelogrammi rectanguli manente altero latere. 21. *d.* 11.

6. Planus è basi & altitudine est soliditas cylindri.
7. Cylindrus est triplus coni basi & altitudine æqualis. 10. *p.* 12.

1. *Planus è cylindri basi & triente altitudinis, est soliditas coni basi & altitudine æqualis.* *Itaque*
2. *Cylindri æquealti sunt vt bases.* 11. p. 12.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

3. *Reciproci basi atque altitudine sunt æquales.* 15. p. 12.
4. *Si cylindrus secatur plano basibus oppositis parallelo, segmenta sunt vt axes.* 13. p. 12.
8. Sector sphæræ est segmentum sphæræ, quod foris à sphærico, intus à conico in centrum terminato comprehenditur, maior concauo, minor conuexo.
9. Planus è diametro & sextante maioris vel minoris sphærici est sector maior vel minor.
0. Si maior sector augeatur intermedio cono, totus erit maior sectio: si minor minuatur, reliquus erit minor sectio.

ARCHIMEDIS DE SPHÆRA ET CYLINDRO.

LIBER PRIMVS.

Ad Dositheum.

ANTEA quidem ad te misi quædam à nobis animaduersa, quorum scripsimus demonstrationes, veluti quod omnis portio comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione, sesquitertia est trianguli habẽtis eandẽ basim ac portio, eandẽque altitudnẽ: nũc quorumdã occurentium theorematum fecimus demonstrationes, cuiusmodi sunt hæc: Primum quidem, quod superficies sphæræ quadrupla sit maximi circuli eorum qui in ipsa sunt. Secundũ verò, quod cuiuscumque portionalis sphæræ superficiei æqualis fuerit circulus, cuius radius par sit rectæ lineæ ductæ à vertice in superficiem circuli, qui basis sit ipsius portionis. Ad hæc, quod omnis sphæræ cylindrus sesquialter sit, qui basim quidem habet maximo qui sit in sphæra circulo, altitudinem verò æqualem diametro sphæræ. Superficies verò ipsius cylindri sesquialtera superficiei sphęrę. Hęc quidem demonstrata naturâ præcesserant circa dictas figuras, non tamen fuerant ab his qui ante nos circa Geometriam versati erant, animaduersa, quia harum figurarum nondum fuerat exculta scientia; & qui contulerit ista cum antiquis, nondum ea reperiet considerata. Quanquam demonstrata plurima fuerint eorum quæ ab Eudoxo circa solida contemplata sunt: veluti, quod omnis pyramis tertia pars sit prismatis basim habentis eandem cum pyramide, paremque altitudinem. Et quod omnis conus tertia pars sit cylindri basim eandem habentis cum cono, & eandem altitudinem. Hæc enim naturâ præexistentia in his figuris, non vni dumtataxat, sed multis qui ab Eudoxo extiterunt, præstantibus Geometris, nouisse contigit. Licebit verò iis qui potuerint, eadem diligentiùs scrutari. Tum debemus Conone viuente ipsa emittere in vulgus. Hunc enim accepimus talia potissimum deprehendere, & ipsis accommodatam proferre demonstrationem. Ar-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

bitrati itaque rectè se habere, si hæc inuenta impertitus fuerim iis, qui colunt Mathemata, mittimus tibi quas scripsimus demonstrationes, quasque licebit omnibus qui in Mathematicis versantur, perpendere. Vale. *Scribuntur autem primùm axiomata & hypotheses quæ conueniunt sequentibus demonstrationibus.*

DEFINITIONES.

1. SI fuerint aliquot in plano curuæ lineæ determinatæ, quarum extrema iungant rectæ lineæ, aut sunt totæ in easdem partes, aut nihil habent in alias.
2. Voco autem lineam cauam in easdem partes: in qua duobus quibuslibet assumptis punctis, quæ sunt rectæ inter assumpta puncta, vel omnes in easdem partes lineæ puncta iungentis cadunt, aut aliquæ quidem in easdem partes, quędam secus rectam lineam iungentem puncta, nullæ verò in alias partes.
3. Similiter etiam superficies quędam sunt terminatæ, non quidem plano, sed terminos habent in plano. Et plani in quo terminos habēt, aut tota vergūt in easdē partes, aut nihil habēt in alteras.
4. In easdem verò partes cauas superficies voco, in quibus si duo sumantur puncta: rectæ lineæ inter puncta mediæ, aut omnes cadunt in easdem partes superficiei, aut, quædam in easdem partes, quædam verò secus eandem partem: nulla verò in partes contrarias.
5. Frustum solidum appello figuram, quæ vbi sphæram Conus secuerit habens verticem in centro sphærę, comprehendetur tam à superficie coni intra sphæram demersa, quàm à superficie sphæræ intra conum contenta.
6. Rhombum verò solidum appello figuram ex duobus conis isoscelibus deformatam, quando habuerint ambo eandem basim, conuersos verò vertices in contrarias partes plani basis; ita vt eorum tres iaceant in rectam lineam.
7. Sphærarum portiones similes sunt quæ ex similibus circulorum portionibus nascuntur. *Assumo autem ista.*

Hypotheses.

1. Omnium linearum eadem puncta seu terminos habentium minimam esse rectam.
2. Aliarum verò linearum in plano existentium si iisdem terminentur punctis, easdem esse inæquales.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

3. Quando verò duæ extiterint vtræque in easdem partes cauæ, & vel altera tota comprehensa fuerit, vel altera ipsarum, ab alterius superficie & recta linea eosdem cum ipsa fines habente: vel aliquæ quidem ipsius partes complexæ fuerint, aut aliquas habuerit communes: minorem esse comprehensam.

4. Similiter & superficierum eosdem habentium limites, si in plano fines habuerint, minorem esse planam.

5. Alias verò superficies habentes eosdem fines, si in plano terminantur, omnes esse inæquales.

6. Si quando verò fuerint ambæ in easdem partes cauæ, & vel altera superficies comprehensa tota ab altera, & plano habente cum ipsa eosdem limites, vel aliquæ partes contentæ, aut aliquas habuerit communes: minorem esse contentam.

7. Adhuc verò & inæqualium linearum, & inæqualium superficierum, imparium denique solidorum maius excedere minus, eo quod sibi ipsi sæpius additum possit superare quamcumque dictarum, & inter se collatarum magnitudinem.

8. His suppositis, si circulo inscribatur figura multangularis: manifestum est, ambitum inscripti polygoni minorem esse circumferentia circuli.

9. Continens planum maius esse contento.

Propositio I. *Theorema* I.

SI figura multorum angulorum circulo conscribatur: ambitus conscriptæ figuræ maior erit peripheria circuli.

Propositio II. *Problema* I.

Duabus magnitudinibus inæqualibus datis, possibile est duas rectas lineas inuenire, quarum maior habeat ad minorem rationem minorem, quàm maior datarum quantitatum ad minorem.

Propositio III. *Probl.* II.

Datis binis magnitudinibus inæqualibus & circulo, possibile est in ipso figuram multilateram, sed æquilateram inscribere, eidemque aliam conscribere, ita vt latus conscriptæ minorem habet rationem ad inscriptæ latus, quàm maior datarum magnitudinum ad minorem.

Probl. III. *Prop.* IV.

Rursus duabus datis inæqualibus quantitatibus & sectore; possibile est figuram multilateram & æquilateram conscribere, & aliam inscribere sectori, ita vt latus conscriptæ lateri inscriptæ sit in minori ratione, quàm maior quantitatum datarum, earumque minori.

Lemma I.

Lemma I.

Inter duas inæquales quantitates media proportionalis neutri æqualis est: Et ratio primæ ad tertiam vt dupla, maior est ratione primæ ad secundam vt simplici.

Lemma II.

Sub circulo figura multorum laterum & æqualium, vel conscripta vel inscripta fuerit: possibile est alij circulo aliam figuram vel conscribere, vel inscribere, parium numero laterum, & præcedenti similem.

Probl. IV. *Prop.* V.

Dato circulo, duabusque magnitudinibus inæqualibus, polygonum conscribere circulo, eidemque aliud inscribere, ita vt conscriptum habeat ad inscriptum minorem rationem, quàm maior magnitudo ad minorem.

Manifestum I.

Similiter ostendemus, quod duabus magnitudinibus inæqualibus datis & sectore, possibile est circa sectorem, multangularem figuram conscribere, & aliam similem eidem inscribere, ita vt conscripta ad inscriptam minorem habeat rationem, quàm maior magnitudo ad minorem.

Manifestum II.

Manifestum & illud est, quod si detur circulus vel sector, & aliquod spatium: possibile sit inscriptas haberi, & conscriptas figuras circulo, vel sectori æquilateras, tum reliquis partibus semper alias, donec segmenta supersint circuli vel sectoris, quæ sint minora subiecto plano. Hæc enim in elementis tradita sunt. *Fortè quia deduci potest ex* I. *decimi Euclidis.*

Lemma.

In data ellipsi figuram describere similem alij in alia ellipsi descriptæ: hoc est, quæ ad suam ellipsim eandem habeat rationem quàm prima ad suam ellipsim.

Probl. V. *Prop.* VI.

Demonstrandum est, quod dato circulo vel sectore & plano: possibile sit circulo vel sectori conscribere figuram, ita vt circumsepta à circumscripta & circulo segmenta, minora sint plano dato.

Theorema II. *Prop.* VII.

✠ Si in cono isoscele pyramis inscribatur, æquilateram habens basim: superficies ipsius sine base, æqualis est triangulo basim quidem habenti æqualem ambitui basis, altitudinem verò perpendiculari demissæ à vertice in vnum ex lateribns basis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. III. *Prop.* VIII.

✠ Si circa conum isoscelem pyramis conscribatur: superficies pyramidis sine base, æqualis est trigono, basim quidem habenti æqualem ambitui basis, altitudinem verò lateri coni.

Theor. IV. *Prop.* IX.

Si in coni cuiusdam isoscelis circulum, qui coni sit basis, ceciderit linea recta, à cuius extremitatibus protrahantur lineæ rectæ ad verticem coni: triangulus definitus & ab incidente & à lineis actis ad verticem, minor est superficie coni, quæ est à vertice intra protractas.

Theor. V. *Prop.* X.

Si ducantur tangentes circulum qui sit basis coni, & quidem in eodem quo circulus plano existant, & in se mutuò incidant, à punctis verò contactuum, & mutuæ intersectionis ad coni verticem lineæ protrahantur: comprehensa triangula à tangentibus & lineis ad verticem coni protractis, maiora sunt superficie conica inter ipsa comprehensa.

Theor. VI. *Prop.* XI.

Si in superficie recti cylindri duæ rectæ lineæ fuerint: superficies cylindri inter duas rectas, maior est parallelogrammo comprehenso duabus rectis lineis in superficie cylindri ductis, & lineis earum extrema iungentibus.

Lemma.

In duobus circulis æqualibus si duæ lineæ agantur æquales, diametris minores, à quarum extremis punctis lineæ ducantur tangentes circulos, ab eodem latere concurrent, & erunt tangentes vnius circuli æquales tangentibus alterius. Ab extremitatibus verò diametri non possunt duci tangentes quæ concurrent.

Theor. VII. *Prop.* XII.

Si in superficie cuiusdam cylindri recti capiantur duæ lineæ rectæ, à quarum extremis punctis educantur lineæ tangentes circulos qui bases sunt cylindri, existantque in eodem cum circulo plano, & simul concurrant parallelogramma comprehensa sub tangentibus & cylindri lateribus, maiora sunt cylindricæ superficie, quæ est inter rectas ductas in superficie cylindri.

Manifestum III.

✠ His ergo demonstratis, ex dictis patet, quod si in isoscele cono pyramis inscribatur, superficies pyramidis sine base minor erit conica superficie.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Manifestum IV.

✠ Et quod si circa conum isoscelem pyramis conscribatur; superficies pyramidis sine base maior est superficie coni sine base quæ illi contermina est.

Manifestum V.

✠ Ex iisdem demonstratis manifestum, quod si in recto cylindro prisma inscribatur, superficies prismatis ex parallelogrammis composita, minor est superficie cylindri sine base.

Manifestum VI.

✠ Etiam, si circa rectum cylindrum prisma conscribatur, superficies prismatis quæ constat parallelogrammis, maior est cylindrica superficie sine base.

Theor. VIII. *Prop.* XIII.

✠ Omnis cylindri recti superficies sine base, æqualis est circulo, cuius ea, quæ ex centro, media proportionalis est inter latus & diametrum basis cylindri.

Theor. IX. *Prop.* XIV.

✠ Omnis coni isoscelis superficies sine basi, æqualis est circulo, cuius radius medius est proportionalis inter latus coni & radium circuli, qui est coni basis.

Theor. X. *Prop.* XV.

✠ Cuiuscumque coni isoscelis superficies ad basim, eam habet rationem, quam latus coni ad radium circuli qui basis est coni.

Lemma I.

Si duæ rectæ prima & secunda secentur: rectangulum comprehensum sub vtraque, æquale erit tribus rectangulis, primo sub prima parte primæ, & prima parte secundæ: secundo sub secunda parte primæ, & eadem prima secundæ: tertio sub secunda parte primæ & tota secunda.

Lemma II.

Si conus isosceles plano secatur basi parallelo, intersectione fit circulus.

Lemma III.

Circulum ex circulo auferre vt remaneat circulus.

Theor. XI. *Prop.* XVI.

Si conus isosceles plano secatur basi parallelo: superficiei coni mediæ inter plana parallela, æqualis est circulus, cuius radius medius est proportionalis inter partem lateris coni comprehensam parallelis planis, & lineam æqualem radiis duorum circulorum qui habentur in planis parallelis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Lemma I.

Coni æqualem habentes altitudinem, eam inter se rationem habent, quam bases.

Lemma I.

Coni verò habentes æquales bases, eam inter se rationem habent quam altitudines.

Lemma III.

Si cylindrus plano secatur parallelo ad basim: cylindrus est ad cylindrum, vt axis ad axem.

Lemma IV.

Coni qui easdem bases habent, & altitudines, cum cylindris, in eadem sunt ratione quàm cylindri.

Lemma V.

Et æqualium conorum reciprocæ sunt bases altitudinibus: Atque quorum reciprocæ fuerint bases altitudinibus, ipsi æquales sunt.

Lemma VI.

✠ Et coni quorum diametri basium eandem rationem habent, quam axes, seu quam altitudines: se habent in triplicata ratione dimetientium quæ in basibus. *Quæ omnia apud Euclidem lib. 12. Elementorum habentur.*

Theor. XII. *Prop.* XVII.

✠ Si fuerint duo coni isosceles, & fuerit alterius superficies æqualis basi alterius, linea verò à centro basis educta perpendiculariter in latus coni, altitudinis extiterit æqualis: coni erunt æquales.

Theor. XIII. *Prop.* XVIII.

✠ Cuilibet rhombo ex isoscelibus conis composito, æqualis est conus, qui basim habeat æqualem superficiei alterius coni eorum qui rhombum componunt: altitudinem verò æqualem perpendiculari à vertice alterius coni, in vnum latus primi illius deducto.

Theor. XIV. *Prop.* XIX.

Si conus æquicrurius plano æquidistanti basi secetur; tum à circulo facto conus contrascribatur, verticem habens centrum basis, factusque rhombus auferatur à toto cono: residuo æqualis est conus qui basim habeat æqualem superficiei coni mediæ inter parallela plana: altitudinem verò æqualem perpendiculari ductæ à centro basis in vnum latus.

Lemma problematicum.

Duorum conorum inuersim sumptorum in trunco coni secto plano parallelo basi, eandemque habentium cum trunco altitudinem, differentiam notare.

Theor. XV. *Prop.* XX.

Si rhombi ex æquicruriis conis compositi alter conus plano secetur parallelo basi: à circulo verò tum facto conus deorsum describatur verticem habens eundem quàm alter conus: à toto verò rhombo diuellatur factus rhombus: residuo æqualis erit conus habens basim æqualem superficiei coni, mediæ inter parallela plana: altitudinem verò parem perpendiculari à vertice huius coni in illius coni latus demissæ.

Lemma I.

Binæ quælibet rectæ lineæ circulo descriptæ, quarum extrema distant æqualibus arcubus, sunt inter se parallelæ.

Lemma II.

Si à puncto in circumferentia circuli capiantur duo arcus æquales, quorum extrema iungantur recta linea: diameter à puncto sumpto ducta per centrum circuli, hanc lineam iungentem arcuum extrema bifariam diuidet, & ad angulos rectos.

Theor. XVI. *Prop.* XXI.

Si circulo multangularis, parilatera, & æquilatera figura inscribatur: atque agantur rectæ iungentes latera figuræ, ita vt parallelæ sint vni ex his quæ duobus figuræ lateribus subtenduntur: omnes iungentes ad circuli diametrum eam habent rationem, quam altera subtendens dimidium vnius ex minimis habet ad multangularis figuræ latus.

Theor. XVII. *Prop.* XXII.

Si in sectione circuli polygonum inscribatur, latera habens sine base æqualia, & numero pari: agantur verò rectæ parallelæ basi, coniungentes figuræ latera: omnes hæ ductæ lineæ cum dimidio basis ad altitudinem sectionis, eandem rationem habebunt quam habet recta linea ducta ab extremitate diametri in figuræ latus, ad ipsum figuræ latus. *Vide longum corollarium Archimedis.*

Theor. XVIII. *Prop.* XXIII.

Inscriptæ in sphęra figurę superficies ęqualis est circulo, cuius radius potest rectangulum comprehensum sub latere figuræ & lineæ æquali omnibus iungentibus latera figuræ, ita vt fiant quadrilatera in ipsa, existentibusque parallelis rectæ lineæ duo latera figuræ subtendenti.

Theor. XIX. *Prop.* XXIV.

✠ Figuræ in sphæra inscriptæ superficies comprehensa sub conicis superficiebus, minor est quàm quadrupla maximi circuli eorum qui sunt in sphæra.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. XX. *Prop.* XXV.

✠ Inſcriptæ in ſphæra figuræ comprehenſæ ſub conicis ſuperficiebus, æqualis eſt conus qui baſim quidem habeat circulum æqualem ſuperficiei figuræ inſcriptæ in ſphæra: altitudinem verò æqualem lineæ à centro ſphæræ in vnum ex lateribus figuræ planæ perpendiculariter eductæ.

Theor. XXI. *Prop.* XXVI.

✠ Inſcripta ſphæræ figura ſolida, comprehenſa ſub ſuperficiebus conicis, minor eſt quàm quadrupla coni, qui baſim quidem habeat æqualem maximo circulo eorum qui ſunt in ſphæra: altitudinem verò æqualem radio ſphæræ.

Lemma.

Figuræ æquilateræ & æquiangulæ circulo conſcriptæ, circulum conſcribere eodem cum primo centro. *Vide corollarium Archimedis.*

Theor. XXII. *Prop.* XXVII.

✠ Superficiei conſcriptæ ſolidæ figuræ circa ſphæram, æqualis eſt circulus, cuius linea ducta à centro poteſt æquale comprehenſo ſub vno latere figuræ, exiſtentibus parallelis alicui earum quę duo latera figuræ ſubtendunt.

Theor. XXIII. *Prop.* XXVIII.

✠ Solidę figurę conſcriptæ circa ſphæram, ſuperficies maior eſt quàm quadrupla maximi circuli eorum qui in ſphęra.

Lemma.

Si duo circuli idem centrum habuerint, & aliqua linea ducta ſit ab extremitate diametri maioris tangens minorem circulum, maioremque ſecans: linea ducta ab altero extremo huius lineæ ſecantis ad alterum diametri maioris circuli extremum, æqualis eſt diametro minoris circuli.

Manifeſtum VII.

Circumſcriptę figurę ſolidę circa minorem ſphæram æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat circulum æqualem ſuperficiei ſolidæ figuræ, altitudinem verò æqualem radio ſphærę.

Manifeſtum VIII.

Figura ſolida circumſcripta circa minorem ſphęram, maior eſt quadruplo coni baſim quidem habentis maximum circulum eorum qui in ſphæra, altitudinem verò radium ſphæræ.

Lemma I.

Propoſitarum quatuor magnitudinum ſi prima fuerit ad tertiam, vt ſecunda ad quartam: media proportionalis inter primam & ſecundam erit ad mediam proportionalem inter tertiam & quartam,

vt est prima ad tertiam, vel secunda ad quartam.

Lemma II.

Duarum figurarum similium, quarum altera conscribitur, altera inscribitur eidem circulo, vel circuli portioni, lineæ latera iungentes eam habent inter se rationem quàm figurarum latera.

Theor. XXIV. *Prop.* XXIX.

Si fuerit in sphæra figura solida inscripta, & alia circumscripta sub similibus figuris planis eodem quo suprà modo reuolutis: superficies circumscriptæ figuræ solidæ ad inscriptæ superficiem, duplicatam rationem habet, scilicet quam latus circumscriptæ figuræ planæ circa maximum circulum ad latus inscriptæ planæ figuræ in eodem circulo. Ipsa verò solida figura quæ circumscribitur ad figuram solidam quæ inscribitur, triplam rationem habet eiusdem rationis.

Theor. XXV. *Prop.* XXX.

✠ Cuiuscumque sphæræ superficies quadrupla est maximi circuli eorum qui sunt in ipsa. *Hinc constat, datæ sphæræ superficiei dari circulum æqualem.*

Lemma Problematicum I.

Inter duas datas magnitudines inæquales, duas alias reperire continuè proportionales in ratione Arithmetica.

Lemma II.

Inter duas datas magnitudines quantitatem reperire ad quam datarum prima minorem rationem habeat, quàm sit ea quæ triplicata producit eam rationem quam prima datarum habet ad secundam.

Theor. XXVI. *Prop.* XXXI.

Omnis sphæra quadrupla est coni basim quidem habentis æqualem maximo circulo eorum qui in sphæra, altitudinem verò radium sphæræ.

Manifestum IX.

Manifestum quod omnis cylindrus basim quidem habens maximum circulum eorum qui sint in sphæra, altitudinem verò ęqualem diametro sphæræ, sesquialter est sphæræ. Et superficies ipsius cum basibus etiam sesquialtera est superficiei sphæræ.

Lemma.

Si sit in sphæra circulus, per cuius diametrum planum agatur perpendiculare ad ipsum circulum, secat hoc planum sphæram in æqualia, & maximum sphæræ circulum offert.

Theor. XXVII. *Prop.* XXXII.

Superficies inscriptæ figuræ solidæ in portione sphæræ, æqualis est circulo, cuius radius potest æquale comprehenso rectangulo sub

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

vno latere inſcriptæ planæ figuræ in portione maximi circuli, & linea æquali omnibus parallelis baſi portionis cum ſemiſſe diametri baſis.

Lemma.

Per punctum axis ſphæræ agere planum perpendiculare ad axem, quod ſphæram dirimat in duo ſegmenta. *Videatur poriſma, ſeu coroll. Archim.*

Theor. XXVIII. *Prop.* XXXIII.

Superficies inſcriptæ figuræ in portione ſphæræ minor eſt circulo, cuius radius eſt æqualis lineæ eductæ à vertice portionis in circumferentiam circuli qui baſis eſt portionis.

Theor. XXIX. *Prop.* XXXIV.

Figura ſolida inſcripta in portione ſub conicis ſuperficiebus contenta, vnà cum cono, baſim quidem eandem habenti quam figura, verticem verò centrum ſphæræ, æquale eſt cono baſim habenti æqualem ſuperficiei figuræ, altitudinem verò perpendiculari ductæ à centro ſphæræ in vnum ex figuræ lateribus. *Quod intellige de portione ſphæræ hemicyclio minori.*

Lemma I.

Figura ſolida in ſphæræ portione hemiſphærio æquali inſcripta, coniciſque ſuperficiebus contenta, æqualis eſt cono baſim habenti æqualem ſuperficiei figuræ: altitudinem verò æqualem perpendiculari excidenti à centro ſphæræ, & baſis portionis in figuræ planæ latus.

Lemma II.

Figura item ſolida in ſphæræ portione hemiſphærio maiore deſcripta, & enata ex reuolutione planæ ęquilateræque figuræ, ac laterum quaternario dimenſorum, demũ ita in portione circuli ſphæræ maximi deſcriptę, vt diameter circuli coniungat duos figurę ipſius planæ angulos, ęqualis eſt duobus conis, quorum primus habeat baſim parem ſuperficiei ipſius ſolidę figuræ, altitudinem verò æqualem perpendiculari ductæ à centro baſis in figuræ planæ latus: ſecundus verò qui baſim habeat baſim portionis, verticem verò in centro ſphæræ.

Lemma III.

Figura ſolida in ſphærę portione hemiſphærio maiore deſcripta conica ſimul ac cylindrica ſuperficiebus contenta, æqualis eſt ſeptuplo coni qui baſim habeat eandem quam figura, verticem vero centrum ſphæræ.

Lemma IV.

Figura solida in sphæræ portione hemispæhrio maiore descripta, & nata ex reuolutione figuræ planæ in circuli sphæræ maximi portione, ita inscripta vt diameter sphæræ vel circuli maximi incidat in latera opposita ad angulos obliquos, æqualis est tum cono qui basim habeat parem superficiei figuræ, & altitudinem æqualem perpendiculari à centro sphæræ demissæ in planæ figuræ latus, cum alij cono qui basim habeat basim figuræ solidæ, verticem verò centrum sphæræ: si tamen demeris differentiam coni ad basim trunci qui fit prope centrum à cono ad verticem, qui fit super circulo tanquam basi, cuius est diameter pars diametri sphæræ. *Videatur coroll. Archim.*

Manifestum X.

Et patet quod superficies descriptæ figuræ solidæ circa segmentum çqualis est circulo, cuius radius potest rectangulum comprehensum sub vno latere figuræ planę, & omnibus iungentibus angulos figurę planę, & adhuc dimidia base ductæ planę figurę. Inscripta solida figura inscripta est in portione maioris sphęræ. Hoc verò manifestum per hoc quod priùs scriptum est.

Theor. XXX. *Prop.* XXXV.

Figurę solidę circa sphæræ portionem conscriptæ superficies maior est circulo, cuius radius æqualis est lineæ ductę à vertice portionis in circumferentiam circuli, qui basis est portionis.

The. XXXI. *Prop.* XXXVI.

Fit verò & circumscripta solida figura circa portionem cum cono, cuius basis est circulus circa diametrum; vertex verò centrum æqualis est cono, cuius basis quidem çqualis est superficiei figurę, altitudo verò lineæ à centro in latus perpendiculari ductæ, quæ vtique çqualis est radio sphæræ. *Videantur duo corollaria; & manifestum* II. *quod ita concludit.*

Manifestum XI.

Circumscriptæ figurę solidæ superficies ad inscriptę solidę figurę superficiem duplicatam rationem habet quam latus circumscriptæ figuræ planę habet ad latus inscriptæ figuræ planæ. At verò figura solida cum cono, triplicatam habet eiusdem rationem.

Th. XXXI. *Prop.* XXXVI.

Cuiuscumque portionis sphæræ minoris semicirculo superficies çqualis est circulo, cuius radius æqualis est lineæ à vertice portionis in peripheriam ductæ circuli, qui basis est portionis sphæræ.

Th. XXXII. *Prop.* XXXVII.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

✠ Et si maior fuerit hemispherio portio, similiter ipsius superficies æqualis est circulo, cuius radius ęqualis est lineę ductæ à vertice ad circumferentiam circuli, qui basis est portionis.

Th. XXXIII. *Prop.* XXXVIII.

Omni segmento sphærę æqualis est conus qui basim quidem habeat æqualem superficiei segmenti sphæræ, quæ sectioni respondet, altitudinem verò æqualem radio sphærę.

ARCHIMEDIS DE SPHÆRA ET CYLINDRO.

LIBER SECVNDVS.

Dositheo S.

ANTEA quidem mandasti mihi, scriberem eorũ problematum demõstrationes, quæ priùs ipse proposuerã Cononi. Accidit verò eorũ plurima scribi inter theoremata, quorum priùs ad te misi demonstrationes: sicuti quod prop. 30. 36. 37. manifesto 9. & 38. prop. libri præcedentis demonstratum est. Quotquot enim horum theorematum & problematum inter illa scribuntur, in hoc libro exscripta ad te misi. Quæcumque verò inueniuntur alia, contemplationem puta de helicibus, & de conoidibus, enitar breui mittere. Primum autem problematum erat eiusmodi, sphærę datæ planum spatium inuenire æquale superficiei sphæræ. Est verò hoc manifestum & demonstratum ex dictis theorematibus, præsertim verò ex 30. propositione.

Problema I. *Propositio* I.

Secundum erat. Dato cono vel cylindro, sphæram inuenire cono vel cylindro æqualem.

Lemma I.

Lineam conchoidem describere.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Lemma II.

Linea conchoidis vndequaque verticis accedit ad lineam normalem, (modò ex perpendicularibus distantia perpendatur) quò magis recedit à vertice.

Lemma III.

Inter conchoidem & normalem non potest duci linea quin secet conchoidem.

Lemma IV. *Probl.*

Angulo dato & puncto, extra lineas angulum datum concipientes, ducere à puncto dato lineam, cuius pars à lineis angulum datum concipientibus intercepta æqualis sit alicui datæ lineæ.

Lemma V.

Si primum fuerit ad secundum vt tertium ad quartum, erit primum ad dimidium secundi, vt duplum tertij ad quartum.

Lemma VI.

Inter duas datas lineas inæquales duas medias proportionales inuenire.

Lemma VII.

Si diametri duo sumantur ad normam in dato circulo, & vtrimque alterutrius recesentur duo arcus æquales, à quibus duæ perpendiculares excitentur ad alteram diametrorum, à cuius deinde extremitate ad arcum exteriorem ducatur linea: hæc linea ita diuidit proximam ex perpendicularibus, vt inter partem constituentem angulum rectum cum diametro, & partem maiorem diametri, relinquantur mediæ proportionales secta hæc perpendicularis & reliqua diametri pars. *Qui modus complectitur picturam lineæ cissoideæ, seu hederaceæ Dioclis.*

Lemma VIII. *Probl.*

Inter duas datas inuenire duas medias proportionales, mediante linea cissoide.

Lemma IX.

Modum Spori exponere.

Lemma X.

Si quatuor lineæ continuè proportionales decussatim, & ad angulos rectos constituantur, ita vt prima & quarta angulum simul, tum secunda & tertia alium simul angulum componant, perficiaturque ex secunda & tertia rectangulum, descriptæ parabolæ seu rectanguli coni sectiones diametris quidem secunda & tertia, rectis verò iuxta quas possunt ordinatim applicatę, prima & quarta sese secabunt

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

in angulo rectanguli constituti sub secunda & tertia. *Vnde modus Menechmi qui fit corporum sectione explicatur. Sed & vnius solius parabolæ beneficio Mathematicus nobilissimus idem inuenit.*

Lemma XI. *Probl.*

Duas medias proportionales inter duas datas ex modo Menechmi inuenire. *Sed & anguli trisectionem, & alia plurima non inuenta hactenus, is qui suprà, parabolæ beneficio reperit.*

Theor. I. *Prop.* II.

✠ Omni portioni sphæræ æqualis est conus qui basim quidē habeat eandem ac portio, altitudinem verò lineam rectam quæ ad altitudinem portionis in ea sit ratione, qua composita ex radio sphæræ, & ex altitudine reliquę portionis ad ipsam altitudinem reliquæ portionis.

Probl. II. *Prop.* III.

Datam sphæram plano secare, ita vt superficies segmentorum rationem inter se inuicem habeant eandem quam sit alia data.

Lemma I.

Si fuerint quatuor rectæ lineæ continuè proportionales, est quadratum secundæ ad quadratum tertiæ, vt prima ad tertiam, vel quadratum primæ ad quadratum secundæ, vt secunda ad quartam.

Lemma II.

Si inter duas quantitates eiusdem speciei, aliquæ aliæ homogenæ ponantur: ratio extremarum componitur ex rationibus intermediarum.

Probl. III. *Prop.* IV.

Datam sphæram secare, ita vt segmenta sphęræ inter se rationem habeant eandem quam quæ data sit.

Lemma I.

Duabus datis rectis lineis in ratione dupla, & terminis alicuius rationis: diuidere minorem illarum in ratione data; aut efficere vt sicut sunt duo termini simul rationis datæ ad consequentem, ita fiat minor ad inuentam; tum ita secare compositam ex vtraque, vt quadratum maioris sit ad quadratum partis, vt est reliqua pars ad inuentam.

Lemma II.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus & rectilineo proposito, ita secare maiorem, vt quemadmodum fuerit altera partium resectæ ad minorem lineam, ita sit spatium propositum rectilineum ad quadratum alterius portionis sectæ lineæ. *Huc Eutocij modus pertinet.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Lemma III.

Proposita linea, eaque secta, ita vt partes sint in ratione dupla: parallelepipedum constructum base quadrato maioris partis, & altitudine minori portione, maximum est omnium quæ pariter confici possunt ex alia quacumque sectione eiusdem lineæ. *Vide confectionem probl. Archimedei: nempe quomodo sphæra data ita secetur, vt ipsius segmenta rationem datam habeant.*

Lemma IV.

Si fuerint duo sphærarum segmenta similia, coni recti huiusmodi segmentis æquales, inter se quoque sunt similes.

Probl. IV. *Prop.* V.

Dato segmento sphæræ, simile & alij dato æquale idem ipsum constituere.

Probl. V. *Prop.* VI.

Datis duobus sphæræ segmentis, siue eiusdem, siue non, inuenire segmentum sphæræ, quod sit alteri datorum simile, superficiem verò habeat æqualem superficiei segmenti alterius.

Probl. VI. *Prop.* VII.

A data sphæra segmentum plano secare, ita vt segmentum ad conum basim habentem eandem cum segmento, & æqualem altitudinem, datam rationem habeat.

Lemma I.

Si cuique duarum linearum inæqualium eadem, vel quæque duarum æqualium addatur: erit maior inæqualium ad minorem inæqualium in maiori ratione, quàm composita ex maiori inæquali & altera æquali ad compositam ex minori inæquali, & altera æquali.

Lemma II.

Trium linearum, si prima ad secundam in minori ratione est quàm secunda ad quartam; rectangulum sub prima & tertia minus erit secundæ quadrato. Contra maius erit, si prima ad secundam maiorem rationem habeat quàm secunda ad tertiam.

Lemma III.

Si quatuor magnitudinibus propositis, quod fit sub prima & quarta minus est eo quod fit ex secunda & tertia: prima ad secundam minorem rationem habebit quàm tertia ad quartam.

Lemma IV.

Si trium linearum primæ quadratum habeat maiorem rationem ad quadratum secundæ quàm secunda habet ad tertiam: prima habebit ad tertiam maiorem rationem quàm sit ratio sesquialtera rationis

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ſecundæ ad tertiam.

Lemma V.

Si linea duobus punctis inæqualiter diuiditur: rectangulum quod fit ex duabus partibus medietatis ſigno proximioribus, maius eſt eo quod fit ex inæqualioribus partibus, magiſque à medio diſſitis.

Theor. II. *Prop.* VIII.

Si ſphæra plano ſecetur non per centrum, maius ſegmentum ad minus minorem quidem rationem habet quàm ſit dupla eius quam habet maioris ſegmenti ſuperficies ad minoris ſuperficiem, maiorem verò quàm ſit ſeſquialtera eiuſdem.

Lemma I.

Si proponantur duo coni, quorum baſis primi habeat maiorem rationem ad baſim ſecundi, quam altitudo ſecundi ad altitudinem primi, primus conus eſt maior ſecundo.

Lemma II.

Lineæ datæ lineam reperire potentia ſubduplam.

Lemma III.

Si fuerint quinque lineæ continuè proportionales, vt erit prima ad quintam, ſic erit quadratum ſecundæ ad quadratum quartę.

Theorema II. *Prop.* IX.

Sphæricorum ſegmentorum ſub æquali ſuperficie contentorum maximum eſt hemiſphærium.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ARCHIMEDIS DE CIRCVLI Dimensione Liber.

Propositio I. *Theorema* I.

OMNIS circulus æqualis est triangulo rectangulo, cuius radius est par vni eorum quæ sunt circa rectum angulum: circumferentia verò basi.

Prop. II. *Theor.* II.

✠ Circulus ad quadratum suæ diametri, rationem habet quam vndecim ad quatuordecim.

Lemma I.

✠ Si duæ lineares quantitates in aliquot partes diuidantur: rectangula quæ ex singulis partibus vnius fiunt per alterius segmenta, æqualia sunt toti ab integris comprehenso.

Lemma II.

✠ Si rectangulum continetur sub duabus congeneis & linearibus quantitatibus, vt se habebit mensura ad alteram ipsarum, ita se habebit quod fit ex altera, & mensura ad totum rectangulum.

Lemma III.

✠ Si fuerint quatuor quantitates proportionales, numerus qui multiplicauerit aut diuiserit primum vt faceret secundum, idem multiplicat aut diuidit tertium vt producat quartum.

Lemma IV.

Dato rectangulo eiusque altero latere, dare ignotum latus.

Lemma V.

Dati in numeris quadrati latus inuenire.

Lemma VI.

Noti quadrati latus ignotum Geometricè cognoscere.

Lemma VII.

Si quatuor magnitudinum prima ad secundam maiorem rationem habuerit quàm tertia ad quartam, sumantur autem primæ & ter-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

tiæ æquemultiplices: æquemultiplex primæ habebit maiorem quoque rationem ad secundam quàm æquemultiplex tertiæ ad quartam.

Prop. III. *Theor.* III.

✠ Cuiuscumque circuli circumferentia tripla est diametri, & adhuc excedit minori quidem quàm septima parte diametri, maiori verò quàm septuagesimis primis.

ARCHIMEDIS
DE CONOIDIBVS ET SPHÆROIDIBVS.

Dositheo bene agere.

SCRIPTAS tibi mitto in hoc quidem libro reliquorum theorematum demonstrationes, quas non habueras in præcedentibus: & aliorum rursus tandem aliquando inuentorum: quorum cùm multoties antea aggressus essem contemplationem, visum mihi fuerat negotium difficile, ac de eorum inuentione diu hæsitaueram: vnde contigerat, vt ipsa proposita vnà cum alijs tibi data non fuissent. Verùm postea curiosius ea contemplatus, inueni quæ me anxium retinuerant. Cæterum priora theoremata de rectangula portione conoidali proponebantur. At quæ nunc inuenta sunt, de obtusa conoide sunt, ac de figuris sphæroidalibus, quarum nonnullas oblongas, quasdam prolatas appello. De rectangula quidem conoide hæc subiiciebantur.

DEFINITIONES.

I.

SI rectanguli coni portio, manente diametro circumducta redeat denuò vnde prodierit: comprehensa figura sub rectanguli co-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ni sectionē vocetur rectangula conois, vel rectāgulum conoides.

2. Et axem quidem ipsius, illam manentem diametrum vocari.

3. Verticem verò punctum secundùm quod axis tangit superficiem conoidis.

4. Et si planum tetigerit figuram rectangulæ conoidis, aliudque planum illi parallelum ductum secuerit aliquam particulam conoidis: basim quidem resectę portionis vocari planum comprehensum à conoide in resecante plano.

5. Verticem verò punctum, in quo illud aliud planum tangit conoidem.

6. Axem demum conclusam in portione partem rectæ lineæ, quæ ducitur ab apice portionis parallelo axi conoidis.

7. De amblygonia verò conoide supponebamus quidem ista. Si in eodem plano fuerint obtusi anguli coni sectio, & ipsius diameter, tum lineæ quæ dicuntur proximæ sectioni coni, manente verò diametro circumuoluatur planum, in quo sunt dictæ lineæ proximę, donec redierit vnde profectum fuerit: istæ quidem lineæ sectioni obtusi anguli coni proximæ, manifestò conum isoscelem comprehendent, cuius vertex erit punctum, in quod concurrunt lineæ proximę: axis verò diameter manens.

8. Fihura verò comprehensa sub obtusi anguli coni sectione, amblygoniam seu obtusiangulum conoidem vocari.

9. Axem verò ipsius manentem, diametrum.

10. Verticem autem punctum secundùm quod tangit axis superficiem conoidis.

11. Cæterùm conum conceptum sub proximis sectioni amblygonij coni comprehendentem conoidem appellari.

12. Lineam verò rectam, mediam inter verticem conoidis, & verticem coni comprehendentis conoidem adhærentem axi nuncupari.

13. Et si amblygoniam conoidem tetigerit aliquod planum, & huic tangenti plano, aliud planum agatur parallelum, quod secet portionem conoidis: basim quidem resectæ portionis appellari planum comprehensum sub sectione conoidis, in secante plano.

14. Verticem verò punctum secundum, quod planum conoidem tangens ipsam attingit.

15. Axem verò comprehensam in segmento partem lineæ: quæ ducitur per verticem segmenti, & apicem coni comprehendentis conoidem.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

16. Et quæ demum media est inter dictos vertices adiectam axi vocitari.

Lemma.

Duabus datis lineis duas alias inuenire & efficere, vt quemadmodum fuerit prima datarum ad secundam, ita sit quadratum prioris inuentæ ad quadratum posterioris.

Problma 1. 2. & 3.

Parabolem, hyperbolem, & ellipsim in plano describere.

Lemma.

Dato quadrato, & altero latere eorum, sub quibus continetur rectangulum illi quadrato æquale, reliquum latus cognoscere.

Problema.

Ex data ellipseos portione integram ellipsim cognoscere.

✠ 17. Rectangulæ igitur conoides omnes similes sunt.

✠ 18. Amblygoniarum verò conoidum similes illæ vocentur quarum & coni comprehendentes conoides similes fuerint. Similes portiones sectionum coni Apollonius definiuit.

In quarum singulis ductis lineis basi parallelis numero æqualibus, sũt ipsæ parallelæ & bases ad abscissas diametrorum partes sumptas à verticibus in iisdem rationibus, tum abscissæ ipsæ ad abscissas.

19. De sphæroidibus verò figuris supponebamus ista. Si acutianguli coni sectio manente maiori diametro reuoluatur, donec redeat rursus vnde profecta est, comprehensam figuram ab oxygonij coni sectione oblongam sphæroidem vocari. Si verò manente minore diametro reuoluatur acutianguli coni sectio, donec redeat vnde prodierit, constitutam figuram ab acutianguli coni sectione, prolatam sphæroidem nuncupari.

20. Vniuscuiusque verò sphæroidis axem appellari manentem diametrum.

21. Verticem verò punctum quo axis tangit superficiem sphæroidis.

✠ 22. Centrum autem vocati medium axis.

23. Diametrum denique per centrum ad angulos rectos ductam axi.

✠ 24. Et si sphæroidum figurarum vtramuis plana parallela tetigerint non secantia: tangentibus verò his planis aliud parallelum planum agatur secans sphæroidem: factarum quidem portionum basim vocari comprehensam in sphæroide particulam plani secantis.

✠ 25. Vertices verò puncta quibus parallela plana sphæroidẽ tãgunt

26. Axes autem receptas in portionibus particulas rectæ earum apices coniungentis.

27. Similes verò vocari sphæroideas figuras, quarum axes ad diametros eandem rationem habent.

28. Segmenta verò spæroidearum figurarum & conoidearum similia vocari, si dirempta fuerint ex similibus figuris, & similes habuerint bases, & axes eorum vel recti existentes ad plana basium, vel angulos æquales constituentes ad homologas basium diametros eandem rationem habuerint mutuò ad homologas basium diametros.

Demonstratis verò huiusmodi theorematibus, per ipsa reperiuntur theoremata multa & problemata, quale est istud: Quod similes sphæroides & similium tam sphæroidearum figurarum quàm conoidearum segmenta triplicem axium rationem inter se habeant.

Et rursus, quod in æqualibus sphæroideis figuris quadrata dimetientum reciprocè æquipollent axibus.

Et si in sphæroideis figuris quadrata dimetientium æquipollent reciprocè axibus, æquales sunt sphæroides.

Præscribentes igitur & theoremata & subsidia, quæ necessaria sunt ad demonstrationes illorum, postea tibi quæ proposita sunt, scribemus. Vale.

SVBSIDIA.

1. SI conus plano secatur in omnia coni latera coincidente, sectio erit vel circulus vel acutianguli coni sectio.

2. Si quidem ergo circulus fuerit sectio: manifestum est comprehensum ab ipsa segmentum ad verticem vsque coni, conum esse.

3. S verò sectio fuerit ellipsis: deducta à cono figura vsque ad verticem coni, segmentum coni nuncupetur.

4. Segmenti verò basis dicatur planum comprehensum sub ellipsi.

5. Vertex autem punctum quod idem est apex coni.

6. Axis demum iuncta linea à vertice ad centrum ellipseos.

7. Atque si cylindrus duobus planis parallelis secatur coincidentibus in omnia cylindri latera: fient vel circuli vel acutiangulorum conorum sectiones æquales, & inter se similes.

8. Si quidem igitur sectiones circuli fiant: manifestum quod resecta à cylindro figura inter parallela plana, cylindrus erit.

9. Si verò & sectiones acutiangulorum conorum sectiones fuerint:

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

excepta è cylindro figura inter parallela plana, frustum cylindri appelletur.

10. Huius autem frusti basis quidem dicatur, quodlibet planorum conceptorum sub acutiangulorum conorum sectionibus.

11. Axis verò recta quæ coniungit centra sectionum acutiangulorum conorum: eritque ipsa in eadem recta linea cum axe cylindri.

12. Diametrum voco cuiuscumque segmenti lineam quæ bifariam secat omnes rectas ductas in segmento basi ipsius æquidistantes.

13. Similia cylindri frusta, similiaque coni segmenta sunt, quæ similibus insistunt basibus, quarumque axes facunt æquales angulos ad similes basium diametros, ad easque pares rationes habent.

Propositio prima.

Si fuerint magnitudines quotcumque æquali sese excedentes, fueritque excessus æqualis minimę: Et aliæ item magnitudines, numero quidem æquales illis, magnitudine verò singulæ pares maximæ: omnes quidem magnitudines, quarum vnaquæque æqualis est maximæ omnium æquali sese excedentium, minores sunt quàm duplę: reliquarum verò verò sine maxima maiores, quàm duplæ.

Prop. II.

Si magnitudines quotlibet multitudine aliis magnitudinibus æqualibus numero binæ, eandem rationem habuerint similiter ordinatæ: ponantur verò primæ magnitudines ad alias magnitudines, vel omnes, vel aliquæ, earum in quibusuis rationibus, tum secundæ ad alias magnitudines homologæ in iisdem rationibus: omnes primæ magnitudines ad omnes, quibus conferantur, eandem rationem habebunt, quam habent omnes secundæ magnitudines ad omnes, quibus proponuntur.

Prop. III.

Si fuerint lineæ inter se æquales quotlibet numero, ad quarum vnamquamque accedat spatium excedens forma quadrata, fuerint verò latera excedentium quadratorum, ex ęquo alia aliis maiora, & excessus æqualis eorum minimo: assumantur verò & alia spatia superioribus æqualia numero, sed magnitudine singula sint æqualia maximo illorum: hæc ad omnia quidem alia spatia minorem rationem habebuut ea, quam habet linea æqualis duabus, lateri scilicet maximi excedentis quadrati, & vni ex æqualibus assumptis ad æqualem duabus, tertiæ nimirum parti dicti lateris maximi quadrati, & dimidiæ vnius æqualium; maiorē verò hac eadem ad reliqua spatia inæ-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

qualia dempto maiori habebunt.

Manifestum I.

Si coni sectionem aliquot lineæ tetigerint ab eodem puncto eductæ: fuerint verò & aliæ ductæ in ipsa coni sectione parallelæ tangentibus, & se mutuò secantes: comprehensa parallelogramma sub earum segmentis, eandem habebunt rationem ad alia, quæ existunt, quadrata sub tangentibus. Eiusdem autem rationis erit contentum sub segmentis alterius lineæ, cum quadrato tangentis sibi eiusdem parallelæ.

Lemma I.

✠ In antiqua parabola linea, iuxta quam possunt, quæ in sectione ordinatim ducuntur, dupla est illius quæ à vertice sectionis vsque ad axem coni: in recentibus verò maior esse potest aut minor quàm dupla.

Lemma II.

✠ Sumptis duabus paraboles portionibus secundùm duas lineas, quarum altera rectè, altera obliquè abscindat diametrum sectionis. Tum ab extremitate secantis obliquè ducatur perpendicularis in diametrum portionis, & vt semissis lineæ obliquæ ad perpendicularem, ita fiat linea quæpiam ad eam iuxta quam possunt, quæ in recta portione: hæc quæpiam erit linea iuxta quam possunt, quæ in non recta portione ordinatim ducuntur.

Prop. IV.

Si ab eadem rectanguli coni sectione duo segmenta quomodocumque resecentur, quæ partes diametros habeant: ipsa etiam segmenta æqualia erunt, vt & triangula in ipsis inscripta, eandem habentia basim cum segmentis, & altitudinem eandem.

Prop. V.

✠ Planum comprehensum sub acutianguli coni sectione, ad circulum qui habeat diametrum æqualem maiori diametro sectionis acutianguli coni, eam rationem habet, quam minor diameter ad maiorem, hoc est, ad circuli diametrum.

Prop. VI.

Omne planum sub acutianguli sectione contentum ad quemlibet circulum eandem rationem habet, quam rectangulum contentum sub diametris sectionis acutianguli coni ad quadratum diametri circuli.

Prop. VII.

Plana sub acutianguli coni sectionibus contenta eandem habent rationem inter se, quam comprehensa rectangula sub dametris se-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ctionum acutiangulorum conorum inter se.

Manifestum II.

Ex hoc verò manifestum est, quod comprehensa plana sub similibus acutiangulorum conorum sectionibus, eandem rationem habent inter se quam habent potentia inter se sectionum diametri similis rationis.

Lemma I.

Si fuerint tres lineæ in eodem ordineratione, sicuti tres aliæ, rectangulum sub extremis vnius ordinis erit ad quadratum mediæ, sicuti rectangulum alterius ordinis ad quadratum quoque mediæ.

Lemma II. *Problematicum.*

Dato angulo secto bifariam, datoque puncto in alterutro crure, à puncto dato lineam rectam educere in alterum crus, quæ ita dirimatur à linea angulum secante, vt rectangulum comprehensum sub eductę segmentis partibus contentis inter ambo crura, sit ad quadratum secantis angulum in ratione data.

Prop. VIII.

Acutianguli coni sectione data, & linea à centro acutianguli coni sectionis excitata recta ad planum in quo est acutianguli coni sectio: possibile est conum inuenire, qui verticem habeat extremitatem excitatæ lineæ, & in cuius superficie sit data acutianguli coni sectio.

Prop. IX.

Acutianguli coni sectione data, & linea non rectò excitata à centro sectionis acutianguli coni sectio; possibile est conum inuenire qui verticem habeat extremitatem exsuscitatæ lineæ, in cuius superficie sit data trianguli coni sectio.

Prop. X.

Acutianguli coni sectione data, & linea à centro acutianguli coni sectionis erecta in plano, quod ab altera diametro assurgit rectò ad planum in quo est acutianguli coni sectio: possibile est cylindrum inuenire qui habeat axem in linea recta erecta, in cuius superficie erit data acutianguli coni sectio.

Prop. XI.

Quod quidem omnis conus ad conum compositam habeat rationem, tam ex ratione basium quàm ex ratione altitudinum, demonstratur ab iis, qui ante fuerunt: Eademque demonstratio concludit quod omne segmentum coni ad segmentum coni compositam rationem habet, tum ex basium, tum ex altitudinum ratione. Et quod

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

omnis portio cylindri, tripla est segmenti coni eandem basim habentis, quam portio, & eandem altitudinem. Hæc ipsa demum demonstratio ostendit quòd cylindrus triplus est coni basim habentis eandem cum cylindro, altitudinemque eandem.

Lemma I.

✠ Omne segmentum coni, tertia pars est frusti cylindri easdem cum segmento coni habentis basim & altitudinem.

Lemma II.

Sub eodem fastigio existentia frusta cylindri, vel segmenta coni, sunt inter se sicuti bases.

Lemma III.

Si cylindri frustum plano secetur parallelo oppositis planis: erit portio ad portionem, vt altitudo ad altitudinem.

Lemma IV.

Quæ inæqualibus fuerint basibus frusta cylindri, aut segmenta coni, sunt inter se sicut altitudines.

Lemma V.

Cylindrorum æqualia frusta, vel conorum æqualia segmenta habent reciprocas bases verticibus: & quæ reciprocas bases habent verticibus, illa sunt æqualia.

Lemma VI.

Frusta cylindrorum, & segmenta conorum, sunt inter se in ratione composita ex rationibus basium, & altitudinum.

Lemma VII.

Similia cylindrorum frusta, seu coni segmenta, se habent inter se in triplicata ratione diametrorum, quæ in basibus, vel axium ipsorum.

Propositio XII. continens quinque conclusiones.

I. Si rectangulum conois plano secetur per axem, vel ęquidistanter axi, sectio erit rectangulæ conoidis sectio eadem quæ comprehendit figuram: diameter verò ipsius erit communis sectio planorum, & eius quod secat figuram, & eius quod per axem ducitur rectum ad planum secans. Et si scindatur plano recto ad axem, sectio circulus erit centrum habens in axe.

✠ 2. Si amblygonia conois plano secatur per axem, vel æquidistans axi, vel per verticem coni comprehendentis conoidem, sectio erit amblygonij coni sectio.

3. Et si quidem per axem eadem erit quæ comprehendit figuram: sed si æquidistanter axi, similis erit ipsi. Si autem per verticem coni conoidē comprehendentis, non erit similis. Cæterùm diameter

ſectionis erit communis ſectio planorum, & eius quod ſecat figuram, & eius quod per axem ducitur rectum ad planum ſecans. Si ſecatur recto plano ad axem, ſectio circulus erit centrum habens in axe.

✠ IV. Si ſphæroidearum figurarum aliqua plano ſecatur per axem, vel æquidiſtanter axi, ſectio erit acutianguli coni ſectio. Et ſi quidem per axem, ipſa erit quæ comprehendit figuram; ſi verò æquidiſtanter axi, ſimilis ipſi. Diameter verò ſectionis erit illa communis planorum, & eius quod ſecat figuram, & eius quod ducitur æquidiſtanter axi, recto ad ſecans planum. Si porrò ſecatur plano recto ad axem, ſectio circulus erit centrum habens in axe.

✠ 5. Denique quibuſlibet dictarum figurarum plano ſectis per axem, lineæ à punctis, quę in ſuperficie figurę ſunt, non in ipſa ſectione, perpendiculares ductæ ad planum ſecans, intra figuram ſectionis cadunt. Harum autem omnium facilè eſt dare demonſtrationes.

Lemma I.

Quæcumque conois vel ſphærois per axem ſecetur, redditur eadem coni ſectio, ex cuius circumvolutione nata eſt expoſita vel conois, vel ſphærois, eſtque redditæ ſectionis diameter linea communis duobus planis, & figuram ſecanti, & illi, quod per axem figuræ actum, ſuper ſecante plano erigitur.

Lemma II.

Conoide vel ſphæroide ſecta plano ad axem perpendiculari, fit ſectione circulus, centrum habens in axe.

Lemma III.

Quibuſlibet dictarum figurarum plano ſectis per axem, lineæ à punctis, quæ in ſuperficie figuræ ſunt, non in ipſa ſectione perpendiculares ductæ ad planum ſecans, intra figuram ſectionis cadunt.

Lemma IV.

✠ Si parabolica conis ſecatur æquidiſtantes axi, fit parabole, eadem nempe ei quæ figuram comprehendit: eſtque diameter ipſius communis ſectio planorum, & eius, quod ſecat figuram æquidiſtanter axi, & eius, quod per axem figuræ ducitur perpendiculare ad illud planum ſecans.

Lemma V.

Si recta linea duobus punctis ſecatur, fueritque rectangulum ex partibus vnius ſectionis æquale rectangulo ex partibus alterius, erunt ipſæ partes inter ſe ęquales, maior maiori, minorque minori.

Lemma VI.

✠ Si hyperbolica conois plano ſecatur æquidiſtanter axi, ſectio

erit

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

erit hyperbole similis illi quæ figuram descripsit, eiusque diameter erit communis intersectio planorum; & eius quod figuram secat, & eius quod ducitur per axem rectò ad planum secans.

Lemma VII.

✠ Si conois hyperbolica plano per verticem coni ipsam continentis conoidem, ducto secetur: fit hyperbole, dissimilis illi quæ figuram complectitur: eiusque diameter est linea communis duobus planis & illi secanti, & ei quod per axem conoidis ducitur perpendiculare ad prius illud secans per verticem coni conoidem comprehendentis eductum.

Lemma VIII.

✠ Si sphæroidearum figurarum aliqua plano secatur æquidistanter axi, sectio erit ellipsis similis ipsi quæ figuram comprehendit. Diameter verò sectionis erit illa communis planorum, & eius quod secat figuram, & eius quod ducitur æquidistanter axi recti ad planum secãs.

Lemma IX.

✠ Lineæ in sectione coni obliquè ad axem ductæ parallelam ducere, quæ coni sectionem tangat.

Prop. XIII.

✠ Si rectangula conois plano secetur, non quidem per axem, neque æquidistanter axi, neque ad rectos angulos cum axe, sectio erit acutianguli coni sectio: diameter verò ipsius maior linea concepta in conoide ab intersectione facta planorum, & eius scilicet quod secat figuram, & eius quod ducitur rectò per axem ad planum secans. Minor verò diameter æqualis erit distantiæ linearum ductarum æquidistanter axi, ab extremis diametri maioris.

Prop. XIV.

Si obtusiangula conois plano secatur coincidente in omnia coni latera conoidem comprehendentis non rectis ad axem angulis; sectio erit acutianguli coni sectio: diameter verò maior ipsius erit concepta in conoide à sectione facta planorum alterius quidem secantis figuram, & alterius acti per axem recto ad planum secans.

Prop. XV.

Si oblonga sphærois plano secetur non recto ad axem, sectio erit acutianguli coni sectio: diameter verò ipsius maior erit concepta in sphæroide sectio duorum planorum, eius scilicet quod secat figuram, & eius quod ducitur per axem rectò ad planum secans.

Coroll I.

Si prolata sphærois plano secetur, alia quidem eadem erunt: Atque diametrorum minor erit concepta in sphæroide linea.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Corollarium II.

Ex ipsis manifestum est in omnibus figuris, quod si planis parallelis secentur, omnes sectiones similes erunt: quadrata enim à perpendicularibus facta ad parallelogramma intersectionum easdem rationes habebunt.

Prop. XVI.

In rectangula conoide, à quocumque puncto superficiei conoidis ducantur lineæ rectæ parallelæ axi: quæ ad eas partes ducuntur, in quas tendit cauitas conoidis, cadunt extra conoidem; quæ verò ad contrarias, intra. *Propositionis secunda pars.*

In amblygonia conoide, à quolibet puncto superficiei ipsius ductis rectis parallelis alicui lineæ, quæ in conoide agitur à vertice coni comprehendentis conoidem: quæ quidem ducuntur in easdem partes, ad quas tendit figuræ curuitas, extra cadent; quæ verò in contrarias, intra. *Propositionis tertia pars.*

Si conoideas figuras planum tetigerit non secans conoidem: in vno tantùm puncto tanget, & per contactus punctum axemque actum planum, rectum erit ad planum tangens.

Prop. XVII.

Si sphæroidearum figurarum quamlibet planum attingat non secans figuram, in vno tantùm puncto tanget, & per contactum & axem planum actum fuerit, rectum erit ad planum tangens. *Idemque de conoide dicendum eadem omnino ratione.*

Prop. XVIII.

Si aliquam ex sphæroideis figuris duo plana parallela tetigerint: linea iungens contactuũ pũcta, per cẽtrum sphæroidis porrigetur.

Prop. XIX.

Si quamcumque sphæroidearum figurarum duo parallela plana ducta tangant: agatur verò & aliquod planum per centrum sphæroidis æquidistanter tangentibus: quæ per factam sectionem aguntur, parallelę ei quæ coniungit contactuum puncta, extra sphæroidem cadent. *Propositionis secunda pars.*

Si verò parallelum planum tangentibus figuis (seu planis) non agatur per centrum; manifestum est ductarum à sectione linearum partes versus minus segmentum protractas, extra sphæroidem cadere: actas verò ad maius segmentum, intra.

Prop. XX.

Omnis figura sphæroidea plano secta per centrum bifariam secatur à plano, & ipsum & superficies ipsius.

Prop. XXI.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Dato segmento cuiuslibet conoidis resecto plano recto ad axem: aut sphæroidis cuiuscumque frusto non maiore dimidia sphæroide similiter auulso: possibile est segmentum solidum inscribere, & aliud circumscribere ex cylindris æqualem altitudinem habentibus simul compositis, ita vt circumscripta figura inscriptam minori exsuperet omni proposita solida magnitudine.

Prop. XXII.

Portione data cuiusuis conoidis plano secta non recto ad axem, vel cuiuscumque sphæroidis non maiore dimida sphæroide similiter resecta: possibile est in ipsa figuram solidam inscribere, & aliam circumscribere ex cylindrorum frustis constantes, ita vt circumscripta figura inscriptam exsuperet quantitate minori, quàm sit quælibet exposita solida magnitudo

Lemma.

Si quatuor magnitudinum prima sit quàm secunda maior: prima verò minori quantitate superet tertiam quàm secunda quartam: quarta minor erit quàm tertia. Inuerso verò ordine, si prima sit minor secunda, minorique quantitate tertia excedat primam, quàm quarta secundam, erit quarta maior tertia.

His autem prescriptis (*inquit Archimedes*) demonstrabimus quæ proposita fuerant de figuris.

Prop. XXIII.

✠ Omnis portio rectangulæ conoideos resectæ plano recto ad axem, sesquialtera est coni basim habentis eandem cum portione, & axem.

Prop. XXIV.

✠ Etiam si plano non recto ad axem resecetur portio à rectangula conoide similiter sesquialtera erit segmenti coni basim habentis eandem cum portione, & axem eundem.

Lemma I.

Datis circulo & ellipsi, descriptaque in circulo figura laterum æqualium longitudine & numero parium: describere in ellipsi figuram, ad quam inscripta circulo sit, vt circulus ad ellipsim.

Lemma II.

Si sub eodem fastigio existant cylindrus & frustum cylindri, vel conus & segmentum coni: erunt inter se sicuti bases.

Lemma III.

✠ Cylindri & frusta cylindrorum, tum coni & segmenta conorum, habent inter se rationem compositam ex rationibus basium & altitudinum.

Prop. XXV.

Si rectangulæ conoidis duæ portiones ſecentur planis, altero quidem recto ad axem, altero obliquo, fuerint verò ambarum portionum axes æquales, ſectiones erunt æquales.

Prop. XXVI.

✠ Si rectangulæ conoideos duæ portiones ſecentur planis quomodocumque ductis: portiones huiuſmodi rationem inter ſe habebunt, quàm quadrata axium earumdem.

EPIPHORA.

Hinc deducimus in diuerſis conoidibus rectangulis ſumptas quomodocumque portiones, quarum axes ſint æquales, ipſas eſſe æquales: & ſi axes fuerint inæquales, eaſdem ſe habere inter ſe ſicuti axium earumdem quadrata.

Prop. XXVII.

Omnis ſectio obtuſiangulæ conoideos ſecta plano recto ad axem, ad conum baſim habentem eandem cum ſectione & altitudinem eandem, hanc habet rationem quam habet linea compoſita, & ex æquali axi ſectionis, & ex tripla adiecta axi, ad lineam æqualem duabus, axi ſcilicet ſectionis, & duplę adiectæ axi.

Prop. XXVIII.

✠ Et proinde ſi non recta ad axem plano ſecetur: portio amblygoniæ conoideos ad coni ſegmentum baſim habentis eandem ac ſegmentum, eundemque axem, eandem habebit rationem quam linea æqualis duabus, & axi portionis & triplę additę ad axem, ad æqualem binis & axi & duplę adiectæ axi.

Prop. XXIX.

✠ Cuiuſcumque figuræ ſphæroideæ plano ſectæ per centrum recto ad axem, dimidium duplum eſt coni baſim habentis eandem cum portione, & eundem axem.

Prop. XXX.

✠ Et proinde ſi ſphæroides non rectum ad axem plano per centrum ſecatur, ſimiliter dimidium ſphæroidis duplum erit ſegmenti coni baſim habentis eandem cum portione, & axem eundem.

Lemma.

Si duæ quantitates quomodocumque biſecentur, & prima fuerit ad alteram ex ſuis partibus in minori ratione, quàm ſecunda ad alteram ex ſuis partibus: erit prima ad reliquam ſui partem in maiori ratione quàm ſecunda ad reliquam ſui partem, & contra.

Prop. XXXI.

Cuiuſcumque figuræ ſphæroideæ plano non per centrum ſectæ, ſed rectò ad axem: minor portio ad conum, eandem cum ipſa baſim

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

habentem, eundemque axem, hanc habet rationem, quam linea composita ex dimidio axe sphæroidis, & ex axe maioris portionis, habet ad axem maioris portionis.

Prop. XXXII.

Et proinde si non rectò ad axem secetur sphærois, neque per centrum, minor ipsius portio ad segmentum coni basim habentis eandem cum portione, & axem eundem, hanc habebit rationem quam composita linea ex dimidia eius, quæ coniungit vertices factarum portionum, & ex axe maioris portionis ad axem maioris portionis.

Prop. XXXIII.

✠ Cuiuscumque figuræ sphæroideæ plano sectæ rectò ad axem non per centrum, maior portio ad conum, qui basim habeat eandem quam portio, & axem eundem, eam habet rationem, quam æqualis duabus, & dimidiæ axis sphæroidis, & axi minoris portionis habet, ad axem minoris portionis.

Prop. XXXIV.

Et proinde si non rectò ad axem plano secetur sphærois, neque per centrum: maior portio ipsius ad segmentum coni basim habentis eandem quam portio, & eundem axem, eam habebit rationem, quam composita ex dimidia coniungentis vertices factarum portionum, & ex axe minoris portionis ad axem minoris portionis habet. *Quæ sequuntur, vt & lemmata præcedentia, Riualti sunt.*

Theoremat I. *tres partes continens.*

✠ 1. Similes sphæroideæ figuræ triplicatam suorum axium rationem habent.

✠ 2. Similes sphæroideon figurarum portiones triplicatam suorum axium rationem habent.

3. Conoideæ figuræ similes, portionesque conoideon figurarum similes triplicatam suorum axium rationem habent. *Hinc inueniri potest conus qui conoidi vel sphæroidi, vel portioni conoidis aut sphæroidis sit inæqualis.*

Theorema II.

Æqualium sphæroideon figurarum quadrata, quæ sub diametris consimilibus reciprocè respondent axibus, sphæroides figuræ sunt æquales.

EPIPHORA.

Idem concludendum est de æqualibus conoidibus parabolicis, tum de portionibus æqualibus conoideon rectangularum, quarum rectangula sub diametris basium reciproca sunt basibus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Lemma I.

Duorum conorum inæqualium differentiam ostendere, quæ quoque sit conus.

Lemma II.

Duorum conorum rationem exprimere superficiebus ac lineis.

Lemma III.

Dato plano sciuncto à sphæroide data, planum agere quod datam sphæroidem tangat, & parallelum sit dato plano.

Problema.

A data sphæroidea vel conoidea portione, portionem abscindere plano æquidistanter ad datum planum acto, ita vt resecta portio æqualis sit dato cono, vel cylindro, vel datæ sphæræ.

ARCHIMEDIS DE QVADRATVRA

PARABOLES.

Archimedes Dositheo.

CVM audiissem defunctum esse Cononem, qui nobis reliquus erat in amicitia, tibique admodum fuerat familiaris, putà in Geometria maximè versatus, virum quidem mortuum amarè planxi, vt amicissimum, & hominem in Mathematicis planè mirabilem. Atque tunc derepente statui mittere ad te, sicuti antea ad Cononem solebam, Geometricum theorema, quod nemo quidem priùs est contemplatus, nunc verò à nobis ostenditur, mechanicè quidem primò inuentum, deinde & Geometricè demonstratum. Nonnulli ante nos qui Geometriam tractare nouerunt, conati sunt scribere quomodo possibile esset circulo, vel circuli segmento dato inuenire æquale rectilineum: & posteà tentarunt quadrare spatium sub totius coni sectione, & recta linea comprehensum, incertæ fidei lemmata assumentes, quæque à multis non inuenta, damnata sunt. Cęterùm qui statuerit quadrare portionem rectanguli coni sectione comprehensam neminem scimus. Hoc verò à nobis iam tandē inuenitur. Demonstratur enim quod omne segmentum comprehensum sub recta & rectanguli coni sectione sesquitertium sit trianguli basim habentis eandem & ęqualem altitudinem cum sectione: assumpto scilicet lemmate ad hoc demonstrandum: quod possibile sit inæqualium spatiorum excessum quo maius excedit minus, toties compo-

ñere, vt ipsum excedat quodcumque propositum spatium. Vtebantur & illi superiores Geometræ eodem lēmate. Etenim per hoc axioma demonstrarunt omnes circulos habere rationem inter se duplicatam suarum dimetientium. Et sphæras habere inter se rationem triplicatam suarum diametrorum, Adhuc & omnem pyramidem tertiam partem esse cylindri eandem habentis basim cum cono, & parem altitudinem. Ita hoc assumentes lemma, scripserunt. Contingit verò vt vnumquodque ex his demonstratis theorematibus, non minus fidei quàm ipsum lemma, nactnm sit. Nuper verò in similem fidem adduximus ea quæ à nobis data sunt. Cùm itaque huiusce theorematis demonstrationes scripsissemus, mittimus primum quidem quemadmodum mechanicè cognitę sint: postea verò qua ratione geometricè fuerint ostensę. Pręscribuntur etiam & elementa conica quæ demonstrando vsui sunt. Vale.

Propositiones & Theoremata.

I.

SI fuerit rectanguli coni sectio, in qua A B G, & linea B D parallela diametro vel ipsa diameter, tũ linea A B parallela ei quę tangit sectionem coni in puncto B, æqualis erit A D ipsi D G. & si ęqualis fuerit A D ipsi D G, parallelæ erunt tum A G, tum ea quæ coni sectionem tangit in B.

2. Si fuerit rectanguli coni sectio A B G, fuerit verò recta B D, vel parallela diametro; vel ipsamet diametrus: tum linea A B G, parallela lineæ tangenti sectionem rectanguli coni in puncto B, demum linea E G coni sectionem tetigerit in G, erunt B D, B E ęquales.

3. Si fuerit rectanguli coni sectio, A B G, linea verò B D vel parallela diametro, vel ipsamet diametrus, & ducantur quędam rectæ A D, E Z parallelæ tangenti sectionem coni in B, erit vt B D, longitudine ad B Z, sic potentia linea A D ad lineam E Z.

Lemma. Si fuerint tres lineę, quarum prima sit ad secundam potentia, sicut est ad tertiam longitudine, erunt tres illę lineæ proportionales,

4. Sit portio contenta sub recta & rectanguli coni sectione, A B G, agaturque linea B D è medio lineæ A G parallela diametro, vel ipsa sit diametrus, tum recta B G uncta producatur: si quidem demittatur aliqua alia puta Z T parallela ipsi B D secans vtramque rectarum A G, & B G, eandem habeb t rationem Z T ad T I, quam D A ad D Z.

5. Sit portio cōtenta sub recta, & rectāguli coni sectione ABG, & à puncto A ducatur parallela diametro ZA. à pūcto verò G tāgētes coni sectionem in puncto G, quæ sit GZ. si quidem aliqua recta ducatur in triāgulo ZAG, parallela ipsi AZ. in eadē ratione ipsa ducta secabitur à sectione rectanguli coni, ac linea AG ab ipsa ducta proportionaliter. Similis verò rationis erit portio lineæ AG, quæ est A portioni ductæ lineę quæ est ab A.

Lem. Si duæ portiones similes punctum vnum in extremo angulo commune habuerint, basesque in eadem recta linea, & describantur ita vt altera alteram includat: quæcumque lineæ ducentur à puncto communi secantes minorem portionem, & eductæ vsque ad ambitum maioris, omnes secentur à minori in eadem ratione, & erit sicut vna ad sui partem portionibus inclusam: sic singulæ reliquarum ad singulas sui partes similiter inclusas.

Problema. Data sectione, maiorem vel minorem similem super eadē recta basis extensa, & à puncto communi initio scilicet basis, describere, quouis axe dato, vel qualibet base proposita. *Videantur 3. coroll. Riualti.*

Intelligatur verò quod est, hoc vnum iam contemplandum & conspiciendum in statu recto ad horizontem, & in linea AB. Postea quæ sunt ad partes D supponantur deorsum, quæ verò in oppositum tendunt, sursum. Triangulum verò BDG sit rectangulum rectum, habens ad B angulum, & latus BG æquale dimidio stateræ: Manifestum quod existente AB æquali ipsi BG, si suspendatur triangulum à punctis BG, suspendatur verò & aliud spatium Z ab altera parte stateræ iuxta A, & æquiponderet spatium Z à puncto A suspensum cum triangulo BGD sic existente vt nunc iacebat; dico spatium Z trianguli BGD tertiam partem esse. *Vide Riualtum.*

7. Si rursus trutina AG, linea, cuius medium sit B, & appendatur secus B, triangulum GDI. sit verò GDI triāgulum amblygoniū basim habēs DI, altitudinem verò lineā æqualem dimidio trutinæ, appendatur triangulum DGI à pūctis B & G. Rursus spatium Z appensū ab A æquiponderet cum triangulo BDI, sic habente vt nūc iacet, similiter demonstrabitur spatium Z tertiam partem esse trianguli GDI.

8. Sit trutina AB; mediū verò ipsius sit B, & appendatur post B triangulum GDE rectangulum rectum habens angulū E: & appēdatur è trutina secus GE. Verùm spatium Z appēdatur puncto A, & æquiponderet cum GDE sic se habente vt nunc iacet. Quam verò rationem habet AB ad BE, eam habeat GDE triangulum ad spatium C, dico spatium Z triangulo GDE minus esse, spatio vero C maius.

9. Sit rursum

IX.

Sit rursum trutina A G, medium verò ipsius B. Tum triangulum G D C amblygonium basim habens D C, altitudinem verò E G, & suspendatur è trutina ad G E. Spatium verò Z appendatur ex A, & æquiponderet cum trigono D G C sic se habenti vt iacet: quam verò rationem habet A B ad B E, eam habeat G D C triangulum ad L. Dico Z maius quidem esse quàm L; minus verò D G C triangulo. *Videatur Lemma Riualti.*

X

Sit rursum A B G trutina, mediumque ipsius B, trapezium verò B D I C angulos rectos habens in punctis B I. Latus verò C D tendens ad G, & quam habet rationem B A ad B I, eandem habeat trapezium B D C I ad L. Suspensum verò fuerit istud trapezium B D I C in trutina è punctis B I. Appensumque itidem fuerit spatium Z puncto A, & æquiponderet cum trapezio B D I C sic habenti vt nunc subiacet. Dico spatium Z minus esse ipso L.

XI.

Sit rursum bilanx A G, & medium ipsius B. Sit verò trapezium C D T R habens latera C D, & T R ad G tendentia; reliqua verò D R, & T C perpendicularia ad B G: Tum D R cadat in B. quam verò rationem habet A B ad B I eandẽ habet trapezium D C T R ad L. Et quidem trapezium D C T R suspendatur è libra secus puncta B I, vt & Z è puncto A, & æquiponderet Z cum trapezio D C T R sic se habente vt nunc iacet: similiter demonstrabitur vt priùs, minus esse Z spatium ipso L.

XII.

Sit rursus statera A G, mediumque ipsius B. Sit verò trapezium D E I C in punctis quidem E & I angulos rectos habens, lateraque C D & E I ad punctum G tendenria. Atque quam rationem habet A B ad B I, eandem habeat trapezium D C I E ad spatium M. Quam verò rationem habet A B ad B E, eandem rationem habeat D C I E trapezium ad L. Appensum autem fuerit istud trapezium D C I E ad stateram è punctis E I. Sed spatium Z appendatur ab A, & æquiponderet trapezio sic se habenti vt nunc iacet. Dico spatium Z spatio L maius esse, spatio verò M minus.

XIII.

Sit rursus trutina A G, cuius medium circa B. Sit verò trapezium C D T R, itaut latera ipsius C D, & T R tendant ad G, reliqua verò D T, C R perpendicularia ad B G. Appensum autem fuerit in statera è punctis E I. Tum spatium Z suspendatur ad punctum A, & æquiponderet cum trapezio D C T R sic se habente vt nunc est. Et quam ratio-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

nem habet A ad B E, eandem habeat D C T R trapezium ad L ſpatium. Quam verò rationem habet A B ad B I, eam habeat idem trapezium ad M. Similiter demonſtrabitur vt priùs, ſpatium Z ſpatio L maius, ſpatio verò M minus.

XIV.

Sit portio B K G comprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione. Sit etiam primum B G ad rectos angulos diametro, & educatur à B puncto linea B D parallela diametro: à puncto verò G linea G D tangens ſectionem coni in puncto G. Erit quippe B G D triangulus rectangulus. Diuidatur itaque illa B G in portiones quotcunque B E, E Z, Z H, H I, & à ſectionibus huiuſmodi æquidiſtantes diametro ducantur lineæ E S, Z T, H V, T X. A punctis autem quibus ipſæ ſecant coni ſectionem, iungantur lineæ ad G, & vltra producantur. Dico quod triangulum B D G, trapeziorum quidem C E, L Z, M H, N I, & trianguli X I G minus ſit quam triplum: trapeziorum verò Z F, H K, I P, & trianguli I O G maius ſit quàm triplum.

XV.

Sit rurſum ſectio B K G comprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione: linea verò B G non ſit ad rectos diametro: neceſſe quidem eſt vel lineam à puncto B æquidiſtanter diametro ductam ad eaſdem partes ſectioni, vel eam quæ trahitur à puncto G, obtuſum facere angulum ad B G. Sit itaque quæ obtuſum angulum facit ea quæ ad G B. Et ducatur à puncto B parallela diametro linea B D. Et à puncto G agatur G D tangens coni ſectionem in puncto G. Et diuidatur B G in quotlibet partes æquales, quæ ſint B E, E Z, Z H, H I, I G. Et à punctis E, Z, H, I, parallelæ diametro ducantur E S, Z T, H V, I X, & à punctis quibus ſecant ipſam coni ſectionem iungantur ad G, & vltra producantur. Dico quippe & nunc triangulum B D G, trapeziorum quidem B F, L Z, K H, P I, & trianguli G I X minus eſſe quàm triplum: aliorum verò Z F, H K, I P, & trianguli G O I maius eſſe quàm triplum.

XVI.

Sit rurſum portio hæc B K G comprehenſa ſub recta, & rectanguli coni ſectione, & agatur per B linea quidem B D parallela diametro; à puncto verò G alia G D tangens coni ſectionem in puncto G, ſit adhuc trianguli B D G, tertia pars ſpatium z. Dico portionem B K G æqualem eſſe ſpatio Z.

XVII.

✠ Hoc demonſtrato, manifeſtum quod omnis portio comprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione, ſeſquitertia eſt trianguli habentis baſim eandem cum ipſa portione, & altitudinem æqualem.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

DEFINITIONES.

I. SEctionum comprehensarum sub recta & curua linea: basim quidem appello rectam.

II. Altitudinem verò maximam perpendicularem, à curua linea decidentem in basim portionis.

III. Verticem verò punctum, à quo maxima perpendicularis agitur.

Propositiones & Theoremata.

XVIII.

Si in portione quæ comprehenditur sub recta & rectanguli coni sectione, à medio basis ducatur recta parallela diametro, vertex erit portionis punctum, in quo quæ acta est parallela diametro, secat coni sectionem.

XIX.

Si in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione ducantur duæ rectæ diametro parallelæ, altera quidem à media basi, altera verò à medio dimidiæ: quæ quidem à medio ducta fuerit, alterius quæ à dimi dia agitur, longitudine sesquitertia erit.

XX.

S in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione triangulus inscribatur eandem basim habens cum portione eandemque altitudinem: maior est inscriptus dimidio portionis.

Manifest. Liquet quod sic in hac portione possibile sit polygonum inscribere, ita vt relictæ portiones omni proposito spatio sint minores.

XXI.

✠ Si in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione triangulus inscribatur eandem basim habens cum portione, & eandem altitudinem: inscribantur verò & alia trigona eandem basim habentia cum portionibus, & altitudinibus eandem: vniuscuiusque triangulorum in reliquis portionibus descriptorum, octuplum est triangulum quod in tota portione describitur.

XXII.

Si portio comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione, & spatia ponantur deinceps quotlibet in quadrupla ratione: fuerit verò maximum spatiorum æquale triangulo portioni inscripto easdem basim, & altitudinem habente cum portione: omnia simul spatia minora sunt portione.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

✠ *Lem.* Tertia pars quartæ partis totius, iuncta eidem quartæ, tertiam totius partem efficit.

XXIII.

✠ Si magnitudines ponantur deinceps in quadrapla ratione: omnes eiusmodi magnitudines, & adhuc minimæ tertia pars in vnum compositæ, sesquitertiæ erunt maximæ.

XXIV.

✠ Omnis portio comprehensa sub recta, & rectanguli coni sectione, sesquitertia est trianguli eandem basim habentis cum ipsa & æqualem altitudinem. *Hinc spatium parabolicum in quadratum mutari potest.*

ARCHIMEDIS
ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ
seu de Spiralibus.

Archimedes Dositheo ΧΑΙΡΕΙΝ.

IN iis quæ ad Cononem missa sunt theorematibus, eorum quidem, quorum à me flagitabas assiduè demonstrationes, multorum à Hercule latas conscriptas habes; nonnullas rursus eorumdem in hoc libro ad te scriptas mitto. Ne mireris verò si longum tempus consumpserimus antequam horum demonstrationes dederimus. Hoc enim contigit quod cupiuerim priusquam eas darem, & ipsis, inquirere eos qui in Mathematicis exercitati sunt. Quot enim in Geometria theoremata visa primùm impossibilia, tempore perfectionem capiunt? Conon quidem non sufficiens tempus sortitus in eorum disquisitione, vitam cum morte commutauit, & ea dubia reliquit, quamquam omnia inuenerat, vt & alia multa, quibus plurimùm Geometriam adauxit. Scimus quippe in illo fuisse non vulgarem Mathematicarum artium peritiam, laborisque supra modum tolerantiam. Post obitum verò Cononis multi exacti sunt anni, quibus à nemine, quod nouerimus, vllum sit horum problematum tentatum. Volo autem eorum singula persequi. Etenim contigit duo quædam eorum, quæ apud Cononem erant, hoc libro inserta fuisse, finem tandem consecutura: vt qui prædicant omnia se inuenisse, demonstrationem verò eorum nullam proferentes, sophisticè agunt, ea aliquando spondere videantur reperijsse, quæ sunt impossi-

bilia. Quotquot itaque sunt huiusmodi problematum, tum quorumdam quorum demonstrationes nullas habes, denique cæterorum, quas in hoc libro latas probamus, tibi declarabo. Primum itaque fuerat: *sphæra data planum spatium reperire æquale superficiei sphæræ.* Quod quidem primùm factum est manifestum dato de sphæra libro. Cùm enim illic demonstratum fuerit, *quod omnis sphæræ superficies quadrupla est circuli maximi eorum qui sunt in sphæra,* manifestè possibile est, spatium planum inuenire æquale superficiei sphæræ. Secundũ verò: *cono dato vel cylindro inuenire sphærã ipsi cono vel cylindro parẽ.* Tertium autẽ: *datã sparam plano secare itaut segmẽta ipsius inter se ordinatã rationem habeant.* Adhæc quartũ; *datam sphæram plano secare, itaut superficiei port ones ordinatam rationem inter se habeant.* Præterea quintum: *datum sphæræ segmentum dato sphæræ segmento assimilari.* Tandum sextum: *datis duobus sphæræ segmentis, siue eiusdem, siue diuersæ, inuenire segmentum sphæræ, quod sit quidem simile alteri segmentorum, superficiem verò habeat æqualem superficici alterius.* Denique septimum fuerat: *à data sphæra segmentum resecare plano, itaut segmentum ad conum basim habentem eandem cum segmento, & altitudinem æqualem, ordinatam rationem habeat non minorem ea, quam habent tria ad duo.* Horum quidem omnium demonstrationes Hercules tulit. Quod verò ab ipsis seiungebatur, falsum erat. Est autem huiusmodi. Si sphæra plano secatur in inæqualia, maius segmentum ad minus duplam habet rationem eius quam habet maior superficies ad minorem. Quod verò istud falsum sit, per ea quæ prius missa sunt, manifestum est, Distinguebatur enim & hoc in ipsis. Si sphæra plano secatur in inæqualia, ad rectos angulos cuidam diametro eorum quæ sunt in sphæra, maius segmentum ad minus eandem habebit rationem, quam portio diametri maior ad minorem. Segmentum enim sphæræ maius, ad minus minorem quidem rationem habet dupla eius, quam habet maior superficies ad minorem: maiorem verò quàm sesquialteram. Erat rursus & extremum separatorum problematum falsum: Nempe si diameter alicuius sphæræ secatur, itaut quadratum quod fit à maiori portione, triplum sit quadrati, quod à minore fit portione, & per sectionis punctum planum agatur rectum ad diametrum, ipsum sphæram secare in talem specie figuram, quale est maius sphæræ segmentum, maximum scilicet segmentorum æqualem habentium superficiem. Quod verò sit hoc falsum, apparet ex præmissis ad te theorematibus. Demonstratum enim est quod hemisphærium maximum est comprehensorum sub æquali superficie sphæræ segmentorum. Post autem ista de cono, hæc etiam proponebantur. Si rectanguli coni sectio, manente diametro, circumuoluatur, itaut sit diameter axis: descri pta figura à sectione re-

ctanguli *conois*, siue *conoides* appelletur. Tum si conoideam figuram planum quod iam tetigerit, tangenti verò plano aliud planum ductum secuerit aliquam conoidis portionem, resectæ portionis basis quidem vocetur ipsum planum secans: Vertex verò punctum quo alterum planum conoidem tangit. Porrò si dicta figura plano secatur recto ad axem, manifestum est sectionem fore circulum. Quod autem resecta portio sesquialtera sit coni basim habentis eandem, quam portio, & altitudinem æqualem, demonstrare oportet. Ac si conoidis duæ portiones resecentur planis, quomodocunq; ductis, fore vt fiant acutiangulorum conorum sectiones, patet. Cæterùm, si secantia plana non recta fuerint ad axem, segmenta ad se inuicem eandem habere rationem, quam potentiâ inter se habent lineæ à verticibus eorum axi æquidistanter ductæ, vsque ad secantia plana, etiam est demonstrandum. Horum autem demonstrationes similiter ad te mittuntur. Post ista verò hæc de spirali proposita sunt, quæ aliud longéque diuersum problematum genus redolent, nihil commune habens cum prædictis. Horum porrò demonstrationes in hoc libro tibi rescripsimus. Res autem ita se habet.

DEFINITIONES.

I. SI in plano recta linea altero termino manente, æquali celeritate circumlata redeat deinceps eò, vnde profecta est: simul verò cum linea circvmuoluta feratur punctum pari velocitate sibi ipsi, secundum lineam rectam ducto, motus initio ab immobili termino: istud punctum lineam spiralem in plano describet.

II. Vocetur igitur hoc quidem manens punctum rectæ lineæ, quæ circumuoluitur, principium Helicis.

✠ III. Positio verò lineæ, à qua incipit recta circumferri, principium circulationis.

✠ IV. Linea porrò quam quidem in prima reuolutione pertransierit punctum latum secundum rectam, prima vocetur: quam verò in secunda gyratione idem punctum perambulauerit, secunda: atque de aliis similiter, quæ circumuolutionibus proportionaliter denominentur.

✠ V. Spatium verò comprehensum sub Helice in prima reuolutione descripta, & linea recta quæ prima est, primum appelletur. Quod verò comprehenditur sub Helice in secunda reuolutione descripta, & linea recta secunda, secundum nominetur. Et alia deinceps sic vocentur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

VI. Atque si à puncto, quod est principium Helicis, agatur aliqua linea recta: ea quæ sunt ad easdem huius rectæ partes, ad quas circumuolutio fertur, antecendentia vocentur: quæ verò in contraria, consequentia.

✠ VII. Descriptus autem circulus centro quidem puncto, quod est principium spiralis; interuallo verò hac recta, quæ est prima, primus appelletur: descriptus verò centro quidem eodem, interuallo verò dupla recta, secundus dicatur: & alij deinceps eodem modo denominentur.

Præmittuntut verò, vt fit in aliis Geometricis, quæ quasdem vtilitates habent ad illorum demonstrationes.

Assumo præterea vt rata lemmata, quæ in aliis libris iam euulgatis habentur, cuiusmodi est.

✠ *Lemma.* Inæqualium linearum, & inæqualium spatiorum excessum, quo excedit maior minorem sibi ipsi coadditum: possibile esse excedere quamcumque earum, quæ inter se comparantur, quantitatum.

PROPOSITIONES.

Propositio I. *Theorema* I.

✠ SI secundùm aliquam rectam feratur quoddam punctum æquè velociter sibi ipsi latum, & sumantur in ipsa duæ lineæ: sumptæ eandem habebunt rationem inter se, quam tempora, in quibus punctum istas lineas pertransierit.

Prop. II. *Theor.* II.

✠ Si duorum punctorum vnoquoque pariformiter secundùm rectam lineam lato, non quidem æquali simul celeritate, capiantur in vnaquaque linearum duæ lineæ, quæ primæ in æqualibus sub punctis discurrentibus teritur, & item secundæ, eandem inter se rationem habent accëptæ lineæ.

Prop. III. *Probl.* I.

Circulis quotlibet datis, possibile est rectam sumere, quæ sit maior circulorum datorum peripheriis.

Prop. IV. *Probl.* II.

Duabus datis lineis inæqualibus, recta, & circuli circumferentia, possibile est sumere rectam, maiore quidem linearum datarum minorem, minore verò maiorem. *Vide Lemma.*

Prop. V. *Probl.* III.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Circulo dato, & linea recta tangente circulum, possible est à centro circuli ducere rectam ad tangentem, itaut quæ recta fuerit inter tangentem & circuli circumferentiam, ad radium circuli minorem rationem habeat, quàm circumferentia circuli, quæ est inter contactam & productam ad datam cuiuscunque circuli circumferentiam.

Lemma.

Si circulum tetigerit quæpiam linea, impossibile est ducere aliam lineam à puncto contactus, quæ circulum non secet ab ea parte, qua angulum recto minorem efficit cum radio ducto à centro ad punctum contactus.

Prop. VI. *Probl.* IV.

Circulo dato, & in circulo linea minore, diametro, possibile est à centro circuli ad peripheriam ipsius eiaculari rectam, secantem eam quæ in circulo data est, lineam; ita vt comprehensa recta inter peripheriam & rectam in circulo datam ad coniunctam à termino eiaculatæ, qui est in circumferentia ad alteram partem eius rectæ, quæ in circulo data est, ordinatam rationem habeat; modo tamen vt data ratio minor sit ea quam habet dimidia datæ in circulo, ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipsam ducitur.

Prop. VII. *Probl.* V.

Iisdem datis, & recta data extra circulum porrecta possibile est à centro lineam eiaculari ad extrà porrectam, itaut quæ fuerit inter circumferemtiam & porrectam ad lineam iunctam à termino eiaculatæ ad terminum porrectæ ordinatam rationem habeat: dummodo tamen data ratio maior fuerit ea, quam habet dimidia datæ in circulo, ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipsam agitur.

Lemma I.

Si recta in circulo ab alia recta bifariam secatur, & ad angulos rectos: impossibile est ab eodem puncto, à quo secans ducitur, aliam secantem agere in sectam, itaut partes inter sectam, & peripheriam circuli æquales sint: quod tamen fieri potest, si secta linea bifariam non dirimitur. *Videatur Lemma* 2.

Prop. VIII. *Probl.* VI.

Circulo dato, & in circulo linea minore ipsa diametro, & alia tangente circulum in termino lineæ in circulo datæ; possibile est à centro circuli eiaculari aliquam rectam ad rectam datam, itaut pars ipsius contenta inter peripheriam circuli, & datam lineam in circulo ad partem comprehensam à tangente, ordinatam rationem habeat: si modo data ratio sit minor ea quam habet dimidia datæ in circulo, ad eam quæ à centro circuli perpendiculariter in ipsam ducitur.

Prop. IX.

Prop. IX. Probl. VII.

Iisdem datis, & in circulo data linea vlterius porrecta: possibile est à centro circuli eiaculari rectam in datam porrectam, itaut pars inter circumferentiam & porrectam ad conceptam in tangente à puncto contactus, ordinatam rationem habeat: si modo data ratio maior fuerit ea quam habet dimidia datæ in circulo ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipsam ducitur.

Prop. X. Theor. III.

✠ Si lineæ deinceps ponantur quotcumque, æquali sese inuicem excedentes, fuerit verò excessus æqualis minimæ: Et aliæ lineæ ponantur numero quidem æquales illis, magnitudine vero singulæ pares maximæ: quadrata ab æqualibus maximæ, comprehensa, & quod fit à maxima quadratum, & quod comprehenditur sub minima & linea æquali omnibus æqualiter sese excedentibus, tripla erunt omnium quadratorum linearum sese æqualiter excedentium.

Lemma.

✠ Si fuerint duæ quantitates eiusdem speciei in aliqua ratione, antecedentisque pars sit ad partem consequentis in minori ratione quàm tota ad totam; reliquum antecedentis erit ad reliquum consequentis in maiori ratione quàm tota ad totam

Manifestum I.

✠ Inde igitur patet quod quadrata omnia quæ ab æqualibus maximæ describuntur, eorum quadratorum quæ ab æquali sese inuicem excedentibus fiunt, minora sint quàm tripla.

Minifestum II.

Reliquorum verò sublato maximæ quadrato, maiora sunt quàm tripla.

Manifestum III.

Propterea si similes figuræ describantur ab omnibus quæ sese æquali inuicem superant, & ab iis quæ sunt illarum maximæ æquales: quæ sanè fiunt ab æqualibus maximæ, eorum quæ fiunt ab iis quę sese æqualiter excedunt, minora sunt quàm tripla: Sublata verò figura quæ describitur à maxima reliquarum sunt plusquam tripla.

Prop. XI. Theor. IV.

Si lineæ deinceps quotlibet ponantur, æqualiter sese mutuo excedentes, & aliæ lineę constituantur, multitudine quidem vna pauciores quàm sint illę ęqualiter sese inuicem excedentes, magnitudine verò singulę æquales illarum maximæ, quadrata omnia quæ ab æqualibus maximę, ad quadrata quę sese æqualiter mutuo excedunt, fiunt, sine minima, minorem rationem habent, quàm quadratum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

quod à maxima ad æquale duobus, scilicet comprehenso sub maxima & minima, & tertiæ parti quadrati excessus quo maxima minimam supetat: ad quadrata autem quæ fiunt ab æqualiter sese inuicem excedentibus, sine eo quadrato, quod fit ab omnium maxima, hac ipsa maiorem rationem habent.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc concludimus, quod si excessus maximæ supra minimam fuerit minimæ æqualis, fore vt ratio quadrati maximæ ad rectangulum sub maxima & minima, cum tertia parte quadrati excessus maximæ supra minimam, sit vt 12. ad 7.

Manifestum IV.

Idcirco si similes figuræ describantur ab omnibus, tum ab iis quæ sese mutuo æqualiter excedunt, tum ab æqualibus maximæ: figuræ omnes ab æqualibus maximæ descriptæ ad eas quæ ab iis quæ mutuo sese æqualiter excedunt, sine ea quæ à minima fit figura, minorem rationem habebunt quàm quadratum quod à maxima ad æquale duobus tam ei, quod comprehenditur à maxima, & minima, & tertiæ parti eius, quod ab excessu fit, quo maxima minimam superat: ad eas verò quæ ab iisdem lineis fiunt figuris, sine ea quæ à maxima describitur eadem illa ratione maiorem.

Prop. XII. *Theor.* V.

Si in spiralem vna quidem circumuolutione descriptam, à principio spiralis, rectæ quotlibet cadant, quæ æquales inter se angulos contineant, sese mutuò æqualiter excedent. *Vide Corollarium.*

Lemma I.

Si tres lineæ ordine sese inuicem æquali excessu superauerint, maxima, & minima simul duplæ sunt mediæ.

Lemma II.

Si à iugo trianguli decidit linea in basim bifariam diuidens angulum iugi, duo latera angulum hunc continentia maiora sunt quàm dupla eius quæ à iugo demissa linea.

Prop. XIII. *Theor.* VI.

Si recta linea spiralem tetigerit, in vno tantùm puncto tanget.

Prop. XIV. *Theor.* VII.

✠ Si in spiralem ex prima reuolutione ortam incidant duæ lineæ à puncto, quod est principium spiralis, & producantur ad circumferentiam vsque primi circuli: eandem rationem inter se habebunt istæ in spiralem incidentes, quam arcus circuli, medij inter terminum spiræ, & limites linearum productarum in circumferentia factos, sumptis in consequentia arcubus à fine spiralis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Prop. XV. *Theor.* VIII.

Si in Helicem in ſecunda reuolutione factam lineæ rectæ ceciderint à principio Helicis; eandem rationem eiuſmodi rectæ ad inuicem quàm dicti arcus cum tota circuli circumferentia circuli ſimul aſſumpta, habebunt.

Manifeſtum V.

Hoc ipſo demonſtrabitur, quod ſi in ſpiralem ex tertia reuolutione ortam ceciderint rectæ lineæ, eandem inter ſe rationem habebunt quam dicti arcus cum integra circuli circumferentia bis accepta. Similiter verò omnes cadentes in alias ſpirales demonſtrantur eandem habere rationem quam dicti arcus cum integra circuli citcumferentia toties aſſumpta, quotus eſt vnitate minor, reuolutionum numerus, licet alterutra cadens in finem ſpiralis incidat.

Prop. XVI. *Theor.* IX.

✠ Si ſpiralem ex prima reuolutione ortam recta linea tetigerit, & à contactu recta linea ducta fuerit ad punctum quod ſit principium ſpiralis, quos facit angulos tangens cum hac ducta inæquales erunt, & quidem qui in antecedentia vergit, obtuſus eſt; qui in conſequentia acutus.

Manifeſtum VI.

Similiter verò demonſtrabitur, quod ſi tangens ſpiralem in fine ipſius tetigerit, idem omnino ſequetur.

Prop. XVII. *Theor.* X.

Quinimo ſi ſpiralem ex ſecunda reuolutione natam recta linea tetigerit, idem accidet.

Manifeſtum VII.

Eadem verò accident, & ſi tangens per terminum ſpiralis attingat. Similiter verò demonſtrabitur: Quod ſi ſpiralem ex quacunque reuolutione natam recta tetigerit, etiam in fine ipſius, quod inæquales angulos faciet ad eam, quæ à tactu ad principium ſpiræ coniungitur: & eum quidem qui fiet in antecedentibus, obtuſum, alium verò in conſequentibus acutum.

Lemma.

Si quatuor magnitudinum prima fuerit minor tertia, & ſecunda maior quarta: prima minorem rationem habebit ad ſecundam, quàm tertia ad quartam. Contrà verò ſi prima fuerit maior tertia, & ſecunda minor quarta, prima maiorem habebit rationem ad ſecundam, quàm tertia ad quartam.

Prop. XVIII. *Theor.* XI.

Si ſpiralem ex prima circumuolutione ortam recta linea tetigerit

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

in termino spiræ : A puncto verò quod est in principio spiræ, quædam ducatur ad angulos rectos ei quæ est principium reuolutionis, ducta incidet in tangentem, & ipsius quæ pars media erit inter tangentem, & principium spiræ, æqualis erit peripheriæ primi circuli.

Prop. XIX. *Theor.* XII.

✠ At si spiralem ex secunda reuolutione ortam in termino tetigerit linea recta, & à principio spiræ ducatur aliqua ad angulos rectos lineæ, quæ sit initium reuolutionis : ipsa coincidet in tangentem, & erit recta media inter tangentem & principium spiræ dupla circumferentiæ secundi circuli.

Manifestum VIII.

Hoc ipso modo demonstrandum est, quo si spiralem ex quacunque circumuolutione natam tangat quædam recta in termino spiræ : tum ab initio spiralis ducatur linea recta ad principium reuolutionis, cadet in tangentem, totuplexque erit circumferentiæ circuli, quotus est numerus reuolutionis denominatus ab eodem numero.

Prop. XX. *Theor.* XIII.

✠ Si spiralem in prima reuolutione factam recta linea tetigerit non in termino spiræ, à contactu verò ad principium volutæ recta iungatur, tum centro quidem principio spiralis, interuallo verò illa iuncta, circulus describatur : à principio præterea spiralis agatur aliqua ad rectos angulos : quæ à contactu ad principium helicis iungitur, cadet in tangentem, & erit recta inter concursum & principium helicis, æqualis arcui descripti circuli, qui intercedit inter contactum & sectionem qua secat descriptus circulus principium reuolutionis, capto in antecedentibus arcu à puncto qui est in principio circumuolutionis.

Manifestum IX.

Hoc verò ipso modo demonstrabitur, si recta spiralem ex secunda natam reuolutione tetigerit, non in termino spiralis, & cætera alia præparentur, quod quæ pars est media cadentis in tangentem à principio spiralis, æqualis est toti descripti circuli circumferentiæ, & adhuc arcui medio inter dicta puncta similiter accepto. Et rursus si aliqua linea spiralem quamcumque ex reuolutione ortam tetigerit, non quidem in termino, & cætera struantur, quod recta quæ est inter dicta puncta, multiplex quædam est peripheriæ circuli, qui describitur secundùm numerum vno minorem eo quo reuolutiones appellantur, & adhuc æqualis arcui qui est inter dicta puncta similiter sumpto.

Probl. XXI. *Prop.* VIII.

Circa sumptum spatium comprehensum sub helice in prima reuolutione orta, & prima linea quæ principium facit reuolutionis : pos-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ſibile eſt figuram planam deſcribere, & aliam eidem inſcribere, ex ſimilibus ſectionibus compoſitam, ita vt circumſcripta maior ſit quàm inſcripta quocumque propoſito ſpatio.

Manifeſtum X.

Inde manifeſtum eſt, quod poſſibile eſt circa dictum ſpatium figuram, qualis dicta ſit, ſcribere, ita vt circumſcripta figura maior ſit ſpatio, & quidem quantitate minori quocumque propoſito ſpatio: & rurſus aliam inſcribere, ita vt ſpatium ſimiliter maius ſit inſcripta figura quantitate minori, quocumque propoſito ſpatio.

Prop. XXII. *Probl.* IX.

Circa ſumptum ſpatium quod comprehendatur ſub helice ex ſecunda reuolutione deſcripta, & recta linea que eſt ſecunda earum quæ principium faciunt reuolutionis: poſſibile eſt ſiguram planam conſcribere ex ſimilibus ſectoribus conſtantem, & aliam in ipſo inſcribere, ita vt circumſcripta maior ſit inſcripta minori quantitate quàm ſit quodcumque propoſitum ſpatium.

Manifeſtum XI.

Liquet itaque quod poſſibile ſit & circumſcribere figuram circa ſumptum ſpatium, quæ maior ſit quantitate minori, omni propoſito ſpatio, & rurſus ſumptum ſpatium maius eſſe inſcripta figura quantitate minori, omni propoſito ſpatio.

Manifeſtum. XII.

Hoc ipſo autem modo manifeſtum eſt, quod poſſibile ſit circa ſumptum ſpatium comprehenſum ſub ſpirtali ex quantacumque reuolutione orta, & recta linea quæ ſit in principio reuolutionis ab eodem numero quam reuolutio denominata, conſcribere figuram planam qualis dicitur; ita vt circumſcripta hæc figura maior ſit aſſumpto ſpatio, quantitate minori quolibet propoſito ſpatio, & rurſus inſcribere, ita vt aſſumptum ſpatium maius ſit hac inſcripta figura quantitate minori omni propoſito ſpatio.

Prop. XXIII. *Probl.* X.

Sumpto ſpatio comprehenſo ſub ſpirali, quæ ſit minor ea quæ ex vna reuolutione generatur, nec habeat terminum principium ſpiralis, & lineis rectis, quæ à principio ſpiralis ducantur; poſſibile eſt circa huiuſmodi ſpatium figuram planam circumſcribere ex ſimilibus ſectoribus conflatam, & aliam inſcribere, ita vt circumſcripta figura inſcripta ſit maior minori quidem quantitate quàm ſit propoſitum ſpatium.

Manifeſtum XIII.

Hinc igitur manifeſtè pater quòd poſſibile ſit circa dictum ſpatium planum, quale dictum eſt, conſcribere, itaut circumſcripta figura

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

maior sit spatio quantitate minori, quàm sit propositum spatium.

Prop. XXIV. *Theor.* XIV.

✠ Comprehensum à spirali ex prima reuolutione nata, & prima linea quæ principium est reuolutionis: spatium, tertia pars est primi circuli.

Corollar. 1. Hinc sequitur reliquum circuli, quod superest, post spatium illud ablatum, esse duas tertias circuli, scilicet spatij duplum.

Corollar. 2. Hinc etiam deducimus, quòd si à principio spiralis in ipsam recta linea ducatur, spatium contentum spirali, & hac recta linea tertiam partem esse eius partis circuli, qui centro principio spiralis & interuallo linea in spiralem incidente describitur, contentæ circumferentia huiusce circuli, & duabus lineis, nempe incidente, tum parte eius quæ principium est reuolutionis, à circulo resecta.

Prop. XXV. *Theor.* XV.

Spatium sub helica ex secunda reuolutione descripta, & recta linea, secunda eius quæ est in pricipio reuolutionis, ad secundum circulum hanc habet rationem, quam habent 7. ad 12. quæ eadem est quam habent hæc duo, nempe quod comprehenditur sub radio secundi circuli, & radio primi circuli, & tertia pars quadrati excessus quo excedit radius secundi circuli radium primi circuli, ad quadratum à radio secundi circuli.

Manifestum XIV.

Hoc ipsomet modo demonstrabitur, & quod comprehensum spatium sub spirali ex quacumque circumuolutione generata, & recta eodem numero quo reuolutiones denominata, ad circulum eodem rursus numero significatum, quo circumuolutiones, rationem habet quam complexum, tum ex eo quod comprehenditur sub radio ipsiusmet circuli secundùm ipsum numerum dicti, & radio circuli secundùm numerum vnitate minorem, quàm sit reuolutionum numerus denominati, tum ex tertia parte quadrati quod fit ab excessu, quo excedit radius maioris circuli prædictorum, radium minoris circuli prædictorum, habet ad quadratum eius, quæ ducitur à centro maioris circuli prædictorum.

Prop. XXVI. *Theor.* XVI.

Comprehensum spatium sub spirali, quæ est minor ea quæ ex vna reuolutione fit, nec habet terminum principium spiralis, & rectis quæ à terminis ipsius in principium spiralis ducuntur, ad sectorem habentem radium æqualem maiori earum, quæ à termino ad principium spiralis ducitur: arcum verò qui intercipitur inter rectas ductas secun-

dùm easdem partes spiralis, hanc habet rationem, quam habent hæc duo, rectangulum comprehensum sub rectis à terminis in principium spiralis, ductis, & tertia pars quadrati excessus quo maior dictarum linearum superat minorem, ad quadratum maioris linearum à terminis ad spiralis principium coniunctarum. *Vide Lemma, & Corollarium.*

Lemma. Expositis tribus lineis inæqualibus, rectangulum sub maiori & media superat id quod fit à media & minima, quantitate rectanctanguli sub media & parte, qua maxima superat minimam comprehensi.

Prop. XXVII. *Theor* XVII.

✠ Spatiorum comprehensorum sub spiralibus, & rectis lineis quæ in circumuolutione sunt, tertium quidem secundi duplum est: quartum verò triplum: quintum autem quadruplum, & semper quod sequitur, secundum numeros qui deinceps sunt, multiplex est secundi spatij. Primum verò spatium sexta pars est secundi.

Prop. XXVIII *Theor.* XVIII.

Si in Helica ex quacumque reuolutione generata duo puncta sumantur, quæ non sint ipsius termini: à sumptis verò punctis iungantur rectæ ad principium Helicis: & centro quidem principio spiralis interuallis verò lineis à punctis ad principium spiralis ductis, circuli describantur: comprehensum spatium sub maiori arcuum medio inter ductas lineas, & helica media inter easdem rectas, ac recta linea producta, hanc habebit rationem ad comprehensum spatium sub minori arcu, & eadem spirali, & alia recta coniungedte vtriusque terminos, quam radius minoris circuli cum duabus tertiis excessus, quo excedit radius maioris circuli radium minoris, ad radium minoris circuli cum vna tertia parte eiusdem excessus.

Prop. XXIX. *Theor.* XIX.

✠ Si in spiralem ex vna reuolutione ortam, & à principio spiralis recta linea ceciderit: spatium comprehensum sub spirali, & linea prima eam rationem habet ad spatium contentum sub prima spiralis parte & linea incidente, quam habet cubus primæ lineæ ad cubum lineæ incidentis. *Videatur Corollarium.*

Lemma. Si fuerint duo quantitatum inæqualium ordines, in quorum primo sit prima ad secundam, & secunda ad tertiam, vt in secundo prima ad secundam, & secunda ad tertiam: erit in illo differentia primæ & secundæ ad differentiam eiusdem primæ & tertiæ, vt in hoc differentiam primæ & secundæ, ad differentiam primæ & tertiæ.

Problema 1. Propositi anguli imperatam partem assignar e.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Problema 2. Omnes figuras quotquotlibet laterum in circulo describere. Cognoſces autem facilè quot rectis æquiualeant anguli figuræ propoſitæ; duplicatus enim triangulorum numerus, in quot figura diuiditur, prædictum numerum conſtituit. Exempli gratia, Heptagonum in quinque triangulos dirimitur, quapropter decem angulos rectos angulis ſuis continet, quorum vnuſquiſque recto & $\frac{3}{7}$ recti par eſt. Idem reperies (mi Theotime) ſi à numero laterum duplicato quaternarium auferas.

ARCHIMEDIS
DE PLANIS ÆQVIPONDERANTIBVS SEV ISORROPICIS, VEL CENTROBARICIS.
LIBER PRIMVS.

Petitiones.

I. ÆQVALIA pondera ab æqualibus diſtantiis æquiponderare.

II. Æqualia verò pondera ab inæqualibus diſtātii non æquiponderare, ſed inclinari ad grauitatem quæ à diſtantiæ maiori tendet.

III. Si ponderibus æquiponderantibus ab aliquibus diſtantiis alteri ipſorum ponderum adiiciatur aliquid, non ampliùs æquiponderare, ſed inclinari ad pondus illud quod additum eſt.

✠ IV. Similiter verò, & ſi ab altero ponderum auferatur aliquid: non æquiponderare, ſed inclinari verſus illud pondus à quo nihil ablatum fuerit.

✠ V. Æqualium & ſimilium figurarum planarum inter ſe mutuo conuenientium, centra grauitatum inter ſe mutuo conuenire.

✠ VI. Puncta verò ſimiliter poni in ſimilibus figuris, à quibus ad æquales angulos ductæ rectæ, angulos ad latera ſimilium rationum æquales efficiunt.

✠ VII. Inæqualium verò, ſed ſimilium centra grauitatum ſimiliter eſſe poſita.

✠ VIII. Si magnitudines ab æqualibus diſtantiis æquiponderant, etiam alias ipſis æquales ab iiſdem diſtantiis æquiponderare.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

9. Cuiuscunque figuræ si fuerit ambitus in easdem partes cauus, centrum grauitatis figuræ intus esse.

10. Planum contentum sub recta linea, & rectanguli coni sectione, planum parabolicum appellari.

11. Similes sectiones coni esse, in quarum singulis, ductis lineis basi parallelis numero æqualibus, sunt ipsæ parallelæ, & bases ad abscissas, ab ipsis parallelis à vertice partes diametrorum, in eadem ratione, tum abcissæ ipsæ ad abscissas.

12. Figuras euidenter descriptas in portionibus parabolicis esse similes, quæ describuntur numero laterum pares.

Propositiones & Theoremata.

1. Æquiponderantia grauia ab æqualibus distantijs, æqualia sunt.

2. Inæqualia grauia non æquiponderant ab æqualibus distantijs, sed inclinabuntur ad maius.

3. Inæqualia grauia ab inæqualibus distantiis æquiponderant, & quidem maius à minori.

4. Si duę æquales magnitudines non habent idem centrum grauitatis; magnitudinis ex vtrisque magnitudinibus compositæ centrum grauitatis est in medio rectæ lineæ centra grauitatum ipsarum magnitudinum coniungentis.

5. Si trium magnitudinum cētra grauitatis in rectam lineam fuerint posita, & magnitudines æqualem grauitatem habuerint. Tum quæ inter centra lineæ, fuerint æquales: magnitudinis ex omnibus compositæ centrum grauitatis erit punctum, quod est mediæ ipsarum centrum grauitatis. *Videatur corollarium.*

Manifestum I.

Vnde manifestum est, quod si quotcunque magnitudinum numero imparium centra grauitatis in recta linea fuerint constituta, sique æqualiter abfuerint à media magnitudine & æqualem habuerint grauitatem, nempe si rectæ lineæ inter earum centra fuerint æquales. magnitudinis ex omnibus compositæ centrum grauitatis erit punctum quod & mediæ ipsarum centrum est grauitatis.

Manifestum II.

Si quoque pares fuerint multitudine magnitudines, & centra grauitatis earum in rectam fuerint constituta & media ipsorum æqualem grauitatem habuerint, fuerintque lineæ inter centra rectæ æquales: magnitudinis ex omnibus illis magnitudinibus compositæ grauitatis centrum erit medium rectæ lineæ coniungentis centra grauitatis magnitudinum, vt dictum est. *Vide lemma.*

6. Commensurabiles magnitudines ex distantijs reciprocis eandem rationem habentibus quam pondera, ęquiponderant.

7. At vero si incommensurabiles fuerint magnitudines, similiter æquiponderabunt à distantijs permutatim rationem habentibus eandem quam magnitudines.

Lemma I. Quolibet plano in duas partes secto, si partium centra recta linea coniungantur, agetur hæc recta per centrum totius.

Lemma II. Si æquiponderantibus æquiponderantia addantur, omnia æquiponderant: aut ab æquiponderantibus si æqualiter ponderantia auferantur, etiam reliqua æquiponderant.

8. Si ab aliqua magnitudine resecetur quædam portio non habens idem centrum cum tato: reliquæ magnitudinis centrum grauitatis est in recta linea coniungente centra grauitatum totius magnitudinis, & ablatæ portionis, producta ad easdem partes versus quas centrum est totius magnitudinis, nempe si assumpta aliqua pars ex producta coniungente dicta centra, habeat eandem rationem ad illam quæ est inter centra, quam habet grauitas detractæ magnitudinis ad grauitatem reliqui, erit centrum illud assumptæ terminus.

9. Cuiuscunque parallelogrammi centrum grauitatis est in recta linea coniungente opposita parallelogrammi latera bifariam facta.

10. Cuiuscunque parallelogrammi centrum grauitatis est punctum quo diametri coincidunt.

11. Si duo triangula similia inter se fuerint, & in ipsis puncta similiter posita ad ipsa triangula alterúmque punctum trianguli in quo steterit, centrum grauitatis fuerit, reliquum quoque punctum centrum est grauitatis eius in quo stat trianguli: similiter verò dicimus puncta iacere in similibus figuris illa, à quibus rectæ ad æquales angulos ductæ lineæ æquales, ad similia latera angulos faciunt.

12. Si duo triangula similia fuerint, vnius verò triãguli centrum grauitatis fuerit in recta, quę ducta est ab vno angulo in mediam basim: etiam reliqui trianguli centrũ grauitatis erit in linea similiter ducta.

Lemma I. Si triangulus bifariam dirimatur linea à superiori angulo in oppositum laus educta, ipsumque bifariam dirimente: basis autem semisses in partes æquales distribuantur, & à sectionum punctis rectæ intra triangulum ducantur parallelæ illi bifariam triangulum secanti harum parallelarum binæ æqualiter remotæ à centro æquales erunt.

Lemma 2. pendet à figura.

Lemma 3. Si trianguli bina latera lineæ secuerint basi ęquidistantes & ab angulo opposito in reliquam basim lineæ demittantur, hæc illas, & basim secant proportionaliter: tum vicissim hæ, & latera secta-

ab illis, & basi proportionaliter secantur.

Lem. 4. Si trianguli omnia latera bifariam secentur, lineisque iungantur sectionum puncta, fient quatuor similia toti, & inte se & æqualia triangula.

18. Cuiuscumque trianguli centrum grauitatis est in recta linea, quæ ab angulo in mediam basim ducitur.

19. Cuiuscunque trianguli centrum grauitatis est punctum, in quod coincidunt lineę ductæ ab angulis trianguli in media latera opposita. *Vnde sequitur lineam ab angulo trianguli per centrum ipsius grauitatis actam in oppositum latus, ipsum bifariam secare.*

Lemma I. Si trapezium duo latera habuerit inæqualia & parallela, quæ bifariam secta recta linea iungantur è sectionum punctis, reliqua vero latera producantur vnà cum linea iungente: latera producta in iūgēte cōcurrent: Eritque in iungente centrum grauitatis trapezij.

Lemma II. Si per centrum grauitatis trianguli agatur linea parallela vni ex lateribus: inter eam & ductum parallelum latus resecabitur tertia pars aliorum laterum. Et si linea ducta parallela vni lateri resecuerit tertiam reliquorum partem, centrum grauitatis trianguli in ea continebitur.

Hinc sequitur lineæ cuiuslibet eductæ ab angulo per centrum grauitatis trianguli in oppositum latus, tertiam partem contineri inter centrum, & oppositum latus.

Lemma III. Quatuor magnitudinum proportionalium, duplum primæ cum secunda est ad duplum secundæ cum prima, vt duplum tertiæ cum quarta ad duplum quartę cum tertia.

Lemma 4. Si è duobus trianguli lateribus in latera opposita lineæ agantur, quæ ea similiter secent: ipsæ quoque se diriment in ratione quam habet quodlibet latus ad suam partem angulo proximam, tum si à reliquo angulo per punctum intersectionis præcedentium tertia linea ducatur in oppositum latus, ipsum bifariam secabit.

13. Cuiuscumque trapezij duo latera parallela habentis, centrum grauitatis est in recta linea coniungente bisectiones parallelorum, ita diuisa, vt portio ipsius terminata in bisectione minoris parallelorum ad reliquam sectionem, habeat eam rationem quam habet æqualis duplæ maioris cum minori ad duplam minoris cum maiori parallelorum laterum. *Ex dictis sequens problema nascitur:* Cuiuscumque rectilineæ figuræ centrum grauitatis reperire.

Theorema.

Si fuerint duæ qualitates in æquilibrio, quæ ambæ vel ambarū vna, adijs adhæserint: à centris autem grauitatum earumdem in radios,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

quibus appenduntur, perpendiculares agantur: incidēt hæ in radiorum puncta, à quibus si appensæ fuerint eædem quantitates, ita vt iam radijs non toto corpore adhæreant, sed tantùm ab illis punctis appendeant, manebunt rursus in æquilibrio. *Vide corollarium.*

ARCHIMEDIS

ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπιῶν.

LIBER SECVNDVS.

Problema Riualti.

PLANO sub recta linea & parabolica sectione contento parallelogrammum æquale reperire, ipsúmque ad datam rectam lineam applicare, ita vt recta hæc illud bifariam dirimat.

Propositiones & Theoremata.

1. Si duo spatia comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione, quæ possumus ad datam rectam lineam applicare, idem grauitatis centrum non habeant, compositæ ex vtrisque magnitudinibus centrum grauitatis erit in recta linea coniungente grauitatis eorum centrum, quæ dictam rectam sic diuiserat, vt portiones ipsius permutatim eandem rationem ac ipsa spatia habuerint.

Manifestum I.

Si in portione sub recta & rectanguli coni sectione, comprehensa triangulum inscribatur eandem basim habens ac portio, & altitudinem æqualem: & rursus in reliquis portionibus triangula inscribantur easdem habentia bases cum portionibus & altitudines æquales, & semper in reliquis portionibus triangula fiant hoc ipso modo: Nata hinc figura in portione euidenter inscribi dicatur. Manifestum verò est, quod figuræ sic inscriptæ angulos à vertice quidem portionis deinceps proximos iungentes lineæ sint parallelæ basi portionis, & quod à diametro portionis bifariam diuidantur, diametrum verò diuidant in rationes numerorum deinceps imparium vna dicto ad verticem portionis. Hoc autem demonstrandum fuit in ordinibus.

Si verò in portione comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione rectilineum euidenter inscribatur: inscripti centrum grauitatis erit in diametro portionis.

Lemma 1. Parabolæ omnes sunt similes.

Lemma 2. Si fuerit sicut totum ad ablatum; & rursus vt totum ad reliquum, sic totum ad reliquum: Erit ablatum ad reliquum, vt ablatum ad reliquum, & vt totum ad totum, sic totum ad totum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Lemma 3. Si fuerit prima ad secundam vt tertia ad quartam, prima verò fuerit ad partem secundæ, vt tertia ad partem quartæ, erunt secunda & quarta diuisæ in eadem ratione, & contra.

Lemma 4. Si duæ lineæ similiter secantur, & à punctis tam extremitatum quam sectionum lineæ assurgant parallelæ in similibus rationibus quarum extrema rectis iungantur: trapezia quæ hinc nascentur, erunt inter se sicuti trapezia quæ orientur illinc. *Vide coroll.*

3. Si in vtraque datum portionum similium comprehensum sub recta & rectanguli coni sectione rectilineæ figuræ euidenter describãtur, quarum latera sint multitudine æqualia: figurarum centra grauitatum similiter secant diametros portionum.

4. Cuiuscumque portionis comprehensę sub recta linea, & rectanguli coni sectione, centrum grauitatis est in portionis diametro.

Lemma. Si in parabola figura euidenter inscribatur, duarúmque oppositarum portionum relictarum centra grauitatum linea recta copulentur: centrum magnitudinis ex ambabus portionibus compositæ incidet in diametrum totius. *Vide corollarium.*

5. Si in portione comprehensa sub recta linea, & rectanguli coni sectione, rectilinea figura euidẽter inscribatur: totius portionis centrũ grauitatis propius erit vertici portionis quàm inscriptæ figuræ cẽtrũ.

Corollarium. Ex demonstratis deducere possumus, quod si ex quatuor magnitudinibus prima in maiori fuerit ratione ad secundam quàm tertia ad quartam, esse secundam minorem quarta.

Lemma 1. Quatuor magnitudinum si prima quàm secunda maior fuerit, & tertia quàm quarta, prima est ad quartam in maiori ratione, quàm secunda ad tertiam.

Lemma 2. Figuræ γνωρίμως inscriptæ in parabola; quanto pluribus lateribus constabit, tanto propiùs centrum grauitatis accedet ad verticem portionis.

6. Portione data comprehensa recta linea, & rectãguli coni sectione, possibile est in ipsa sectione figuram euidenter inscribere, ita vt recta linea quæ media fuerit inter centra grauitatum portionis, & inscriptæ figuræ minor sit, qualibet linea recta proposita.

7. Duarum portionum similium comprehensarum sub recta linea, & rectanguli coni sectione, centra grauitatum in eadem ratione secant diametros.

Lemma. Si prima magnitudo fuerit quadrupla secundæ, & secunda tripla tertiæ, prima secundæ & tertiæ simul, tripla erit.

8. Cuiuscumque portionis comprehensæ sub recta, & rectanguli coni sectione, centrum grauitatis dirimit portionis diametrum, ita

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

vt pars ipsius quę est ad verticem, sit sesquialtera partis, quę est versus basim. *Videantur duo corollaria.*

Lemma I. Quatuor magnitudinum inæqualium in continua proportione existentium excessus in eadem proportione existunt.

Lemma II. Si fuerint aliquot magnitudines, & aliæ totidem in eadem ratione: vt fuerint in primo ordine omnes præcedentes ad vltimam, sic erunt in alio ordine omnes præcedentes ad vltimam: *Vide corollarium.*

Lemma III. Magnitudo magnitudinis sesquialtera, trium eiusdem quintarum est dupla sesquialtera.

IX.

Si quatuor fuerint lineæ proportionales in continua proportione, & quam habet rationem minima ad excessum quo maxima excedit minimam, eandem aliqua assumpta habeat ad tres quintas excessus, quo superat maxima proportionalium tertiam: quam verò rationem habet æqualis duplæ maximæ proportionalium & quadruplæ secundæ & sextuplæ tertiæ & triplæ quartæ ad æqualem quintuplæ maximæ, & decuplæ secundæ & decuplæ tertiæ, & quintuplæ quartæ, eadem habeat quædam assumpta ad excessum quo maxima proportionalium tertiam superat: hæ duæ assumptæ simul erunt duæ quintæ ipsius maximæ.

Lemma. Si in aliqua parabola lineæ ordinatim ducantur: portiones ab ipsis constitutæ se habent inter se vt cubi basium, vel semissium basium ipsarum portionum.

X.

Cuiuscumque frusti à rectanguli coni sectione dirempti centrum grauitatis est in recta linea quæ diameter est frusti: eo scilicet modo iacens in media quinta huius rectæ lineæ in quinque partes æquales sectæ, vt particula ipsius quintæ propior minori basi frusti ad reliquam particulam eam rationem habeat quam habet solidum habens quidem basim quadratum maioris basis frusti, altitudinem verò lineam æqualem vtrique, & duplæ maioris basis & minori ipsarum.

Hisce de æquiponderantibus libris tractatus Commandini, & Valerij subiungendus essent, vt centrum grauitatis perfectiùs in omni corpore intelligeretur; nisi illud in mechanicorum libris facturi essemus, quos si placet (mi THEOTIME) expectabis; accipiesque interim libros qui ad hydraulicam attinent; de qua etiam, Deo iuuante, in mechanicis agendum erit.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ARCHIMEDIS περὶ τῶν ὀχουμένων, hoc est de insidentibus in humido.

LIBER I.

Positiones, seu Hypotheses.

I.

✠ PONATVR humidi eam esse naturam, vt partibus ipsius æqualiter iacentibus, & continuatis inter sese, minus pressa à magis pressa expellatur: vnaquæque autem pars eius premitur humido supra ipsam existente ad perpendiculum, si humidum sit descendens in aliquo, aut ab alio aliquo pressum.

II.

✠ Ponatur eorum quæ in humido sursum vel deorsum feruntur, vnumquodque sursum vel deorsum ferri secundùm perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipsorum ducitur. *His addit. 3. Riualtus,* nempe.

III.

✠ Humidum omne pondus habere.

Propositiones & Theoremata.

I.

✠ SI superficies aliqua plano secetur per idem semper punctum; sitque sectio circuli circumferentia centrum habens punctum illud, per quod plano secatur: sphæræ superficies erit.

II.

✠ Omnis humidi consistentis atque mouentis superficies sphærica est, cuius sphæræ centrum est idem quod centrum terræ.

III.

✠ Solidarum magnitudinum quæ æqualem molem habentes æquè graues sunt atque humidum: in humidum consistens demissæ mergentur, ita vt ex humidi superficie nihil extet: non tamen adhuc deorsum ferentur.

IV.

✠ Solidarum magnitudinum quæcumque leuior humido fuerit, demissa in humidum manens non demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

V.

✠ Solidarum magnitudinum quæcumque leuior humido fuerit

demissa in humidum *manens*, vsque eo demergetur vt tanta moles humidi, quanta est partis demersæ, eandem quam tota magnitudo grauitatem habeat. VI.

Solidæ magnitudines humido leuiores in humidũ impulsæ, sursum ferũtur tanta vi, quanto humidum molem habẽs magnitudini æqualẽ, grauius est ipsa magnitudine. VII.

✠ Solidæ magnitudines humido grauiores demissæ in humidum ferentur deorsum, donec descendant: & erũt in humido tanto leuiores, quanta est grauitas humidi molem habentis solidæ magnitudini æqualem.

Lemma. Si circuli se secuerint, iunganturque eorum sectiones lineâ: ipsa dirimetur bifariam, & ad angulos rectos ab alia linea quæ eorum centra coniunget. VIII.

✠ Si aliqua magnitudo solida leuior humido, quæ figuram portionis sphæræ habeat, in humidum demittatur, ita vt basis portionis non tangat humidum: figura insidebit recta, ita vt axis portionis sit secundùm perpendicularem.

Et si ab aliquo inclinetur figura, vt basis portionis humidum contingat: non manebit inclinata si demittatur, sed recta restituetur.

IX. Quod si figura humido leuior in humidum demittatur, ita vt basis tota sit in humido: insidebit recta, ita vt axis ipsius secundùm perpendicularem constituatur.

Accuratè legendi sunt isti libri, cùm in ijs multorum arcanorum, & machinarum admirabilium semina insint; nec possit afferri ratio plurimorum effectuum, qui tam in arte, quàm in natura quotidie cernuntur, nisi ex istis libris depromatur: quibus alia de differentiis ponderum in aëre, & aqua iungi possent; quod in mechanicis commodius fieri poterit.

ARCHIMEDIS DE IIS QVÆ vehuntur in humido.

LIBER II.

Propositiones & Theoremata.

I.

✠ SI magnitudo aliqua humido leuior demittatur in humidum, eam in grauitate proportionem habebit ad humidum æqualis

molis

molis, quam pars magnitudinis demersa habet ad totam magnitudinem.

Lemma. Si parabolem contingat linea in puncto, sumatur vero in diametro paraboles linea æqualis ei quæ vsque ad axem: tum à puncto contactus ducatur linea æquidistans diametro, in quam ab initio lineæ assumptæ ducatur perpendicularis secans ęquidistantem & tandem à fine lineæ assumptæ per punctum sectionis æquidistantis ducatur linea in tangentem, ad eandem linea ducta erit perpendicularis.

II.

✠ Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quàm sesquialterum eius quæ vsque ad axem, quamcumque proportionem habens ad humidum in grauitate: demissa in humidum, ita vt basis ipsius humidum non contingat, & posita inclinata non manebit inclinata, sed recta restituetur. Rectam dico consistere talem portionem, quando planum quod ipsum secuit, superficiei humidi fuerit æquidistans.

III.

✠ Recta portio conoides rectangulæ quando axem habuerit minorem quàm sesquialterum eius, quæ vsque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in grauitate, demissa in humidum, ita vt basis ipsius tota sit in humido, & posita inclinata, non manebit inclinata, sed ita restituetur, vt axis ipsius secundùm perpendicularem fiat.

IV.

✠ Recta portio rectangulæ conoidis, quando fuerit humido leuior, & axem habuerit maiorem quàm sesquialterum eius, quæ vsq; ad axem, si in grauitate ad humidum æqualis molis, non minorem proportionem habeat ea, quam quadratum quod fit ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quod vsque ad axem, habet ad quadratum quę ab axe: demissa in humidum, ita vt basis ipsius humidum non contingat, & posita inclinata, non manebit inclinata, sed recta restituetur.

Lemma 1. Si prima ad secundam non maiorem habuerit rationem, quàm tertia ad quartam; habebit conuertendo secunda ad primam, non minorem proportionem quàm quarta ad tertiam.

Lemma 2. Si fuerit tota ad partem sui in non minori ratione quàm alia tota ad partem sui: erit quoque conuertendo tota prima ad sui reliquum in non maiori ratione quàm secunda tota ad sui reliquum.

V.

✠ Recta portio conoidis rectangulæ quando leuior humido axem habuerit maiorem quàm sesquialterum eius, quæ vsque ad axem, si ad humidum in grauitate non maiorem proportionem habeat, quàm ex-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

cessus, quo quadratum quod fit ab axe maius est quadrato, quod ab excessu, quo axis maior est quàm sesquialter eius quæ vsque ad axem, ad quadratum quod ab axe: demissa in humidum, ita vt basis ipsius tota sit in humido, & posita inclinata, non manebit inclinata, sed restituetur ita, vt axis ipsius secundùm perpendicularem fiat.

Lemma. In triangulo, si ab altera extremitate basis, linea ducatur quomodocumque secans oppositum latus: tum in latere à quo incipit duci linea, sumantur aliquot puncta, à quibus singulis ducantur lineæ parallelæ cùm basi, tum lineæ recens ductæ: omnes lineæ rectæ inter illas parallelas ductæ æquidistanter opposito lateri, siunt alternatim proportionales. *Vide corollar. & scholion.*

VI.

✠ Recta portio conoidis rectangulæ, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius, quæ vsque ad axem, minorem verò quàm vt ad eam quæ vsque ad axem proportionem habeat, quam 15 ad 4; in humidum demissa adeo vt basis ipsius contingat humidum, nunquam consistet inclinata ita, vt basis in vno puncto humidum contingat.

VII.

Recta portio conoidis rectangulæ, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius, quæ vsque ad axem, minorem verò, quàm vt ad eam quæ vsque ad axem proportionem habeat, quam 15 ad 4: in humidum demissa, adeo vt basis ipsius tota sit in humido, nunquam consistet, ita vt basis contingat humidi superficiem, sed vt tota in humido sit, & nullo modo eius superficiem contingat.

VIII.

Recta portio conoidis rectangulæ quando axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius quæ vsque ad axem, minorem verò quàm vt ad eam quæ vsque ad axem proportionem habeat quàm 15 ad 4: si in grauitate ad humidum habeat proportionem ea minorem quàm quadratum, quod fit ab excessu quo axis maior est quam sesquialter illius, quæ vsque ad axem, habet ad quadratum quod ab axe, demissa in humidum, ita vt basis ipsius humidum non contingat: neque in rectum restituetur, neque manebit inclinata, nisi quando axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualem ei, de quo infra dicitur.

IX.

Recta portio conoidis rectangulæ, quando axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius, quæ vsque ad axem, minorem verò quàm vt ad eam quæ vsque ad axem proportionem hrbeat, quàm 1 ad 4:

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

& in grauitate ad humidum proportionem habeat maiorem quàm excessus, quo quadratum quod fit ab axe maius est quadrato quod ab excessu, quo axis est maior quàm sesquialter eius, quæ vsque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: in humidum demissa, adeo vt basis ipsius tota sit in humido, & posita inclinata, nec conuertatur ita vt axis ipsius secundùm perpendicularem sit, nec manebit inclinata, nisi quando axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualem angulo similiter vt priùs assumpto.

Propositio X. habens quinque conclusiones, quarum sit.

I. Recta portio conoidis rectanguli quando leuior humido axem habuerit maiorem quàm vt ad eam, quæ vsque ad axem, rationem habeat quàm 15 ad 4, in humidum demissa, ita vt basis ipsius non contingat humidum: nonnunquam quidem recta consistet: nonnunquam inclinata, vt basis ipsius in vno puncto contingat superficiem humidi, idque in duabus dispositionibus: interdum quidem, ita vt basis in humidum magis demergatur: interdum verò, vt superficiem humidi nullo modo contingat, secundùm proportionem, quam habet ad humidum in grauitate. Eorum quæ dicta sunt, singula inferiùs demonstrabuntur.

II. *Concl.* Si portio ad humidum in grauitate minorem quidem proportionem habeat, quàm quadratum S B ad quadratum B D, maiorem verò quàm quadratum X O ad quadratum B D I demissa in humidum, adeo inclinata, vt basis ipsius non contingat humidum, inclinata consistet, ita vt basis superficiem humidi nullo modo contingat, & axis cum humidi superficie angulum faciat maiorem angulo X.

III. *Concl.* Si portio ad humidum in grauitate eam habeat proportionem, quam quadratum X O ad quadratum B D; demissa in humidum inclinata adeo, vt basis ipsius non contingat humidum: consistet, & manebit ita, vt basis in vno puncto humidi superficiem contingat: & axis cum superficie humidi angulum faciat angulo X æqualem. Quod si portio ad humidum in grauitate eam proportionem habeat, quam quadratum P F ad quadratum B D, in humidum demissa, & posita adeo inclinata, vt basis ipsius non contingat humidum, consistet inclinata, ita vt basis in vno puncto humidi superficiem contingat, & axis cum ea faciat angulum angulo æqualem.

IV. *Concl.* Si portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionem habeat, quàm quadratum F P ad quadratum B D, minorem verò quàm quadratum X O ad B D quadratum: in humidum de-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

missa, & adeo inclinata, vt basis ipsius non contingat humidum, consistet, & manebit ita, vt basis in humidum magis demergatur.

V. *Concl.* Si portio ad humidum in grauitate proportionem habeat minorem, quàm quadratum FP ad quadratum BD, demissa in humidum, & posita inclinata adeo, vt basis ipsius non contingat humidum: consistet inclinata, ita vt axis ipsius cum humidi superficie angulum faciat minorem angulo φ; & basis nullo modo superficiem humidi contingat.

ARCHIMEDIS

ΨΑΜΜΙΤΗΣ, seu Arenarius.

PVtant quidam, ô Rex Gelon, infinitam esse arenam multitudinē. Dico verò non solùm eam quæ circa Syracusas est, reliquámve Siciliam, sed eam quæ omnem regionē, cùm habitabilem, tum inhabitabilem circūstat. Nō nulli verò sunt qui ipsam innumeram quidē non esse assumūt, sed negāt vllam esse nomenclaturam, quæ ipsius exuperet multitudinem. Qui verò sic sentiūt, manifestum, quòd si intelligāt ex arena tantum compositum esse aceruum, vt eo impleantur, & salsura, & terræ concauitates, vorsuræque vsque ad æqualitatem supremorum montium, repentè pronuntient deesse multo magis numerum qui hanc excedat multitudinem. Ego verò hoc tentabo demonstrare, & quidem Geometricis demonstrationibus, quibus consequeris numerorum à nobis recensitorum, & datorum ad Zeuxippum scriptis, aliquos esse qui non solùm & arenæ multitudinem æqualem terræ repletæ, vti diximus, sed eam, quæ haberetur par toti mundo, exuperent. Non autem ignoras quòd vocetur mundus à multis quidem Astrologis, sphæra cuius centrum est centrum terræ, radius vero æqualis rectæ, quæ à centro solis media est à centro solis media est ad centrum terræ. Ea verò quæ habentur ab Astronomis scripta discutiens Aristarchus Samius, hypotheses quasdam scriptis prodidit, ex quibus suppositis consequitur mundum multiplicem esse eius qui mox præscriptus est. Supponit enim errantia sydera, & solem non moueri. Terram verò ferri in gyrum circa solem qui in medio stadio iacet. Sellarum autem non errantium sphæram, circa ipsum solis centrum motam, ea esse magnitudine, vt circulus in quo terra ferri supponitur, eam habeat rationem ad stellarū fixarum interuallum, quam habet centrum sphęræ ad superficiem. Hoc ve-

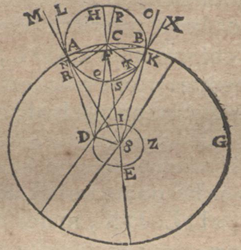
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

rò manifestò impossibile est. Cùm enim centrum sphæræ nullam habeat quantitatem, neque vllam rationem habere ipsum ad superficiem sphæræ supponendum est. Admittendum verò & istud intellexisse Aristarchum. Ex quo enim putamus terram circa mundi centrum constitutam, statuendum adstruxit demonstrationibus ex apparentiis petitis, quam terra rationem habet ad mundum à nobis dictum, eandem habere analogiam sphæram, cuius est circulus, secundùm quem terra gyrari supponitur ad sphæram stellarum fixarum. Et maximè videtur orbem in quo ponit terram moueri, supponi æqualem magnitudine ei quo mundum præscribi diximus. Dicimus itaque quod si ex arena fiat sphæra mole tanta, quantam Aristarchus esse inerrantium siderum orbem supponit, etiam aliquas demonstrari in principiis numerorum nomenclaturas, multitudinem arenæ, quæ congerie dictam stellarum sphęram adęquet: suppositis scilicet aliquibus. Quorum primum est, ambitum terræ esse ter mille millium stadiorum & ampliùs, idque ratum esse, & ab experimentatis demonstrari, sicut & tu assentiris eam ipsam esse trecentorum millium stadiorum. At ego singulatim terræ magnitudinem augens, decuplo maiorem pono ipsius ambitum eo, quem primi illi obseruarunt, nempe ter millies millium stadiorum, & ampliùs. Deinde diametrum terræ maiorem esse diametro lunæ. Tum diametrum solis maiorem esse diametro terræ. Similiter ista sumo & conuenienter multis superiorum Astrologorum. Præterea diametrum solis diametri lunæ esse vt trigecuplum & non maiorem; cùm inter antiquos Astronomos Eudoxo quidem visus sit tantùm noncuplus: Phidiæ verò Acupatris filio vt duodecuplus, Sed Aristarchus nixus sit ostendere diametrum solis maiorem esse quàm duodeuigintuplum diametri lunæ, minorem verò quàm vigecuplum. Ego verò istud excedens, vt hypothesis remaneat sine dubio, & clarè demonstrata, suppono diametrum lunæ vt trigecuplum esse, nec maiorem. Præterea diametrum solis maiorem esse latere figuræ mille angulorum inscriptæ circulo maximo qui sit in mundo. Hoc verò supponimus, cum Aristarchus dicat solem appareré ac si esset vigesima & septingentesima circuli zodiaci pars. Ipse enim considerauit quomodo instrumentis posset excipere angulum, quo sol accommodatur, habentem verticem in oculo. Simile autem quid verè assumere non ita in promptu est: quoniam neque instrumenta, quibus fit obseruatio, digna satis sunt fide, ad accuratè demonstrandum. Verùm de his disputare nunc intempestiuum est, cum & alias frequentiùs ista determinata fuerint. Cæterùm satis mihi est vt propositum demonstrem, angulum sumere, qui maior sit angulo cui sol

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

accommodatur, habeatque verticem in visu. Et rursum alium angulum sumere, qui non minor sit angulo, cui sol accommodatur, & apicem in visu habeat. Constituta ergo ad normam longa regula super plano recto in loco iacente, vnde sol oriens conspici queat: Tum paruo cylindro tornatili super regula posito confestim ab aurora & ortu solis, postquam inceperit eiaculari radios in horizontem, potueritque ex opposito videri, conuertatur regula ad solem. Deinde visus statuatur in extremo ipsius regulæ. Cylindrus verò in medio admoueatur inter visum & solem, ita vt adumbretur soli, tum separetur paulatim cylindrus ab oculo: & vbi inceperit quid minimum solis intueri ab vtraque parte cylindri, sistatur cylindrus. Sic enim accidit vt oculus ab vno puncto intueatur sub rectis ductis ab extremo regulæ in loco vbi constitit visus, tangentibus cylindrum, & quidem angulo comprehenso sub istis ductis minori eo angulo, cui sol accommodatur, habenti verticem in oculo: propterea quod apparet aliquid solis vndequaq; cylindri. Porro quoniam visus non respicit ab vno puncto, sed ab aliqua quantitate, sumatur aliqua magnitudo teres, non minor visu, & hoc rotundo corpore collocato in extremitate regulæ vbi oculus sistitur, recta agatur tangens, & hoc teres corpus & item cylindrum: etenim qui comprehenditur angulus sub lineis ductis, minor est angulo, in quo sol accommodatur, habente apicem in visu. Magnitudo autem non minor visu hoc pacto reperietur. Capiantur duo cylindruli leues, æquè crassi inter se, alter quidem albus, alter verò non; præponantur deinde visui, longius quidem à visu albus, qui verò non albus est, propè oculos, ita vt faciem attingat. Si quidem ergo assumpti cylindruli fuerint visu multo tenuiores, intercipitur à visu propior cylindrulus, ita vt appareat albus totus esse, figura multo exiliori. Si verò non multum quædam dumtaxat albi partes conspiciuntur, vndiquaque eius qui prope oculum est. Sumptis itaque cylindrulis eiusmodi vt alter sua crassitie alterum adumbret, & non ampliori loco talis quidem magnitudo qualis est crassities cylindrulorum hoc efficientium maximè est non minor visu. Verùm angulus non minor angulo cui sol accommodatur verticem habens in oculo, sic sumitur. Remoto secus regulam cylindro, ab oculo ita vt applaudat seu conculcet cylindrus totum solem, & recta linea à regulæ extremo in quo est visus, educta stet tangens cylindrum: comprehensus angulus à ductis lineis non minor fit angulo in quo sol accommodatur, verticem habens in oculo. Porro his angulis sic assumptis, dimensoque angulo recto, fiebat qui in signo erat, seu maior angulus, minor quàm vnius partis earum 164, in quas rectus fuerat diuisus: minor verò, maior inuenie-

batur quàm vna 200. partium, in quas rectus fuerat dissectus. Manifestum itaque est quod angulus cui sol accommodatur, verticem habens in oculo, minor est quàm vna pars earum 164, in quas rectus distribueretur: maior verò quàm vna pars ex 200 in quas rectus diuideretur. His verò persuasis, per quæ etiam diameter solis existit maior latere figuræ mille angulorum, descriptæ in maximo circulo qui sit in mundo, intelligatur planum eductum per centrum terræ, & per visum, statim ac sol fuerit supra horizontem. Et quidem traductum planum secet mundum secundùm circulum A B G: terram vero secundùm D E Z; solem autem iuxta S H circulum. Centrum quidem terræ sit θ, solis verò C, oculus sit D. Et ducantur rectæ tangentes circulum S H. à puncto quidem D, hæ D L & D X contingentes in N & T. Sed à puncto θ, hæ θ M, & θ O contingentes in K & R, & secantes circulum A B G in punctis A & B. Est quippe maior θ C, quàm D C, cùm supponatur sol esse supra horizontem, ita vt angulus comprehensus sub D L, D X maior sit angulo comprehenso sub θ M, θ O.

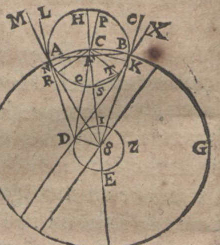


Qui vero comprehenditur sub D L, D X maior quidem est quàm ducentesima pars recti, sed minor parte eiusdem recti centesima sexagesima quarta. Iste enim angulus est æqualis angulo, cui sol accommodatur, verticem habenti in oculo. Angulus proinde comprehensus sub θ M θ O, minor est vna parte recti diuisi in 164. Recta vero linea A B minor est subtendente portionem circumferentiæ circuli A B G, diuisæ in 656 partes; peripheria vero huius polygon ad radiū circuli A B G, minorem rationem habet quam 44 ad 7, quia cuiuscumq; polygoni inscripti circulo diameter ad radium minorem rationem habet quàm 44. ad 7. Nosti enim à nobis fuisse demonstratum, omnem circuli circumferentiam maiorem esse quàm triplam diametri, parte minori quidem septima, maiore vero decem septuagesimis primis. Minorem ergo rationem habet linea A B ad θ C, quam 11 ad 1148. ita vt minor sit A B quàm lineæ θ C centesima pars. Lineæ autem B A æqualis est diametrus circuli S H: quoniam dimidia ipsius F A æqualis est radio C R. Æqua enim existente θ C lineæ θ A, à punctis A & C iunctæ perpendiculares ad eundem angulum, sunt æquales. Manifestum ergo est quod diameter circuli S H minor est centesima parte lineæ θ C. Est autem diameter E θ I minor diametro circuli S H, quia minor est circulus D E Z. circulo S H: minores ergo sunt ambæ θ I, & S C centesima par-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

te lineæ θ C, ita vt θ C minorem rationem habeat ad I S, quàm 100 ad 99. Atque cum θ R minor sit quàm θ C. Tum I S minor quàm D T, minorem proinde rationem habet θ R ad D T, quàm 100 ad 99.

Cùm verò trianguli, θ C R & D C T sint rectanguli, lateraque C R C T æqualia, alia verò θ R, D T, inæqualia. Et maior angulus T D C comprehensus sub D T, D C ad angulum comprehensum sub θ R, & θ C, maiorem habet rationem quam θ C ad D C, minorem verò quàm θ R ad D T. Si enim duorum triangulorum rectangulorum altera quidem latera quæ circa angulum rectum sunt, æqualia fuerint, altera inæqualia: maior quidem angulus eorum qui inæqualibus lateribus adhærent, ad minorem, maiorem quidem habet rationem, quàm maior linea quæ circa rectum angulum est; ad minorem, ita vt angulus comprehensus sub D L, D X ad angulum contentum sub θ O, θ M minorem rationem habeat, quàm θ R ad D T: quæ scilicet minor ratio est quàm 100 ad 99. In de fit vt angulus comprehensus sub D L, D X, angulum comprehensum sub illis θ M, θ O, minorem rationem habeat quàm 100 ad 99. Et quoniam est angulus contentus sub D L, D X, maior ducentesima recti parte, erit & angulus comprehensus sub θ M, θ O, maior quàm partes 99 earum viginti millium in quas rectus secaretur. Ita vt maior fuerit quàm vna portio recti dissecti in 203 partes. Igitur B A maior est subtẽdente portionem circũferentiæ circuli A B G distributæ in 812. Est vero lineæ A B æqualis solis diameter. Manifestum ergo est solis diametrum maiorem esse latere figuræ mille angulorum. His suppositis hæc quoque demonstrantur: Diametrum nempe mundi minorem esse decies millecuplum diametri terræ. Et adhuc diametrum mundi minorem esse quàm stadiorum decies millies millenorum millium. Cùm enim ponatur diametrum solis non esse maiorem quàm trigecuplum diametri lunæ, diametrum verò terræ maiorem esse diametro lunæ: manifestum est diametrum solis minorem esse quàm trigecuplum diametri terræ. Rursus verò cum sit ostensus diameter solis maior esse latere figuræ mille angulorum inscriptæ circulo qui sit in mundo, maximo: patet ambitum dictæ figuræ mille laterum, minorem esse quàm millecuplum diametri solis. Diameter vero solis minor est quàm trigecuplus diametri terræ. Proinde ambitus dictæ figuræ mille angulorum minor est quàm terdecies millecuplus diametri terræ. Cùm itaque ambitus figuræ mille laterum sit mi-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

nor quàm trigesies millecuplus diametri terræ, diametri verò mundi maior quàm triplus. Siquidem demonstratum est quòd omnis circuli diameter minor est tertia parte cuiuscumqne polygoni in eo inscripti, quod pluribus quam 6 lateribus contineatur. Quia id tantùm est Hexagoni in circulo inscripti. Sequitur inde diametrum mundi minorem esse quàm decies millecuplum diametri terræ. Cum igitur diameter mundi minor sit quàm decies millecuplus diametri terræ, nempe quàm decies millies millenorum millium stadiorum. Id ex hoc patet. Quoniam itaque supponitur ambitum terræ non maiorem esse quàm trecenties decies millium stadiorum: ambitus verò terræ maior est triplo diametri, quia cuiuslibet circuli circumferentia maior est quàm tripla diametri, patet diametrum terræ minorem esse quàm stadiorum centies decies millium. Itaque cùm mundi diameter minor sit quàm decies millecuplus diametri terræ, manifestũ est quòd ipsa mundi diameter minor est quàm stadiorum 1000000000. Porro de magnitudinibus & distantiis ista suppono.

De arena verò hæc: si aliqua magnitudo conflatur ex arena non maior papauere, numerum ipsius non maiorem esse quàm 10000. Et diametrum papaueris non minorem esse, quàm quadragesimam partem digiti. Hoc autem statuo quod hoc modo sum contemplatus. Super plana regula papaueres dispositi sunt in rectam lineam sese tangentes, occuparuntque 25 papaueres locum ampliorem longitudine digiti. Verùm minorem ponens diametrum papaueris, eam suppono $\frac{1}{40}$ tantùm esse digiti partem, nec minorem, volens ita absque vlla ambiguitate demonstrare propositum. Quæ igitur supposui, sunt hæc. Nunc vtile esse puto numerorum denominationem recensere, ne errent qui non inciderũt in alios numeros qui habentur libro per Zeuxippum scripto, cùm de ipsis in hoc etiam volumine nihil dictum fuisset. Accidit autem numerorum nomina vsq; ad myriadas esse data nobis, & supra myriadas quidem sufficienter nouimus numerum myriadum exprimentes ipsum semper ad myriadas referentes: verùm numeri qui ad myriadem myradum vsque protenduntur, dicantur nobis primi. Et horum quidem primorum numerorum myrias myriadum vocetur vnitas secundorum, & secundorum numerorum vnitates, & ab vnitatibus decem & centeni, & milleni & decies milleni sint centum millenorum millium. Rursus myrias myriadum secundorum numerorum vocetur vnitas tertiorum numerorum. Et numerentur tertiorum numerorum vnitates, & ab vnitatibus denarij & centenarij & millenarij & decupli millenarij sint centum millena millia. Atque hoc modo tertiorum numerorum myrias myriadum vnitas appelletur quartorum nu-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

merorum. Et quartorum numerorum myrias myriadum vnitas nuncupetur quintorum numerorum. Et semper sic procedentes erunt numeri nomina habentes centum millena millia per centum millena millia multiplicata. Ex his igitur cogniti numeri sat quidem sunt : quamuis liceat vlterius etiam progredi. Hi siquidem nunc recensiti numeri vocantur primæ periodi. Extremus verò numerus primæ periodi, vnitas vocetur secundæ periodi primorum numerorum. Rursus & centum millena millia secundæ periodi secundorum numerorum : similiter & horum extremus vnitas vocetur secundæ periodi tertiorum numerorum. Et semper sic numeri progredientes nomina habentes secundæ periodi sunt decies millies decem millium numerorum in centum millena millia ductorum. Rursum & vltimus secundæ periodi vnitas vocetur tertiæ periodi primorum numerorum. Et semper sic procedentium sunt decies millies decem millia periodi, aucta per decies millies decem millia numerorum adhuc ductorum per decies millies decem millia. His verò sic denominaris, si fuerint numeri ab vnitate proportionaliter deinceps positi : qui autem post vnitatem denarius, & ipsi fuerint octo illis cum vnitate eorum erunt qui primi numeri vocantur. Alij verò post ipsos 8. secundi vocantur. Et item reliqui hoc modo ipsis synonymi erunt distantia octadis numerorum à prima octade numerorum. Octauus igitur numerus primæ octadis numerorum est millies decem millia. Primus verò secundæ octadis quoniam decuplus est præcedentis, erit centum millena millia : hic verò est vnitas secundorum numerorum. Octauus verò secundæ octadis erit millies decem millia secundorum numerorum. Rursus & tertiæ octadis primus, quoniam decuplus est præcedentis, erit centies millena millia secundorum numerorum. Idemque est vnitas tertiorum numerorum.

Manifestum est igitur plurimas esse posse octades, vti dictum est. Cæterùm, vtile est & hoc nouisse. Quòd si numeri ab vnitate proportionales fuerint, & aliqui sese mutuò multiplicauerint, eorum qui huius proportionalitis sunt : quisque à suo multiplicante secundùm proportionalitatem tanto abest, quanto minor multiplicantium ab vnitate distat. Ab vnitate verò aberit vno minus, quàm quantus est numerus ex vtrisque constans, quibus sese inuicem multiplicantes ab vnitate absunt. Sint etenim aliqui numeri ab vnitate proportionales A. B. G. D. E. Z. H. T. I. C. L. Sit verò vnitas A; & D multiplicet T, factusque sit Q. Assumantur autem proportionalitatis T L, distetque L à T tanto, quanto D ab vnitate. Ostendendum Q esse æqualem ipsi L. Quoniã enim proportionales sunt & æquidistat D ab A, ac L à T, eandem rationem habet D ad A, quàm L ad T. Verùm D multiplex est ip-

sius A per D; multiplex igitur est L ipsius T per D, ita vt æqualis sit L ipsi Q. Manifestum igitur est quod aliquis factus ex proportionalitate à maiori multiplicantium sese inuicem, æquè dissitus est, ac minor ab vnitate dissidet. Patet item quod ab vnitate distat vno minus, quàm quantus est numerus ex vtrisque conflatus, quibus multiplicantes ab vnitate absunt. Quot enim sunt hi A. B. G. D. E. Z. I. T, tot distat T ab A vnitate. Isti verò I, C, L, vno minus sunr, quàm quibus, D ab vnitate differt. Etenim cum T tot sunt. His autem suppositis, illis quoque demonstratis propositum ostendetur. Cùm enim supponatur diametrum papaueris non minorem esse quadragesima digiti parte Manifestum, quòd sphæra quæ digitalem habuerit diametrum, non maior est quàm vt contineat plures quàm 64. papauerum millia. Sphæræ quippe habentis diametrum quadragesimam partem digiti, multiplex est secundùm numerum ductum. Demonstratur enim quod sphæræ triplam rationem habent eius, quæ est diametrorum inter se. Postquam ergo suppositum est arenam coaceruatam in molem papaueris, non maiorem esse numero quàm decem millium: manifestum, quod si arenâ impleatur sphæra digitalem habens diametrum, non maior erit arenæ numerus quàm 640000000. Est vero huiusmodi numerus, vnitates, videlicet 6, & numerus secundorum numerorum: tum primorum quadraginta millena millia. Minor ergo est quàm decem vnitates secundorum numerorum. Quæ vero centum digitorum diametrum habet sphæra, multiplex est eius quæ habet digitalem diametrum semel mille millies: quia rationem habet triplicatam diametrorum inter se sphæræ. Si igitur fiat ex arena sphæra tanta magnitudine, quanta est sphæra habens diametrum digitorum centum, patet minorem fore arenæ numerum, quàm sit numerus productus ex multiplicatis decem vnitatibus secundorum numerorum per semel millena millia. Cùm itaque secundorum numerorum decem vnitates decimum constituant numerum ab vnitate, in proportionalitate decuplorum laterum: semel verò millena millia septimus sint ab vnitate in eadem progressione: manifestum est quod factus, sextus erit huius progressionis, & sextusdecimus ab vnitate. Demonstratur enim quod vno minus distat ab vnitate quàm sit numerus ex vtrisque conflatus, quibus distant ab vnitate multiplicantes sese inuicem. Horum porro 16, octo priores cum vnitate eorum sunt qui primi appellati sunt. Qui verò post ipsos, octo, secundorum, & vltimus est decies millena millia, secundorum nempe numerorum Ergo constat multitudinem erenæ magnitudinis mole æqualis sphæræ diametrum habenti qui sit centum digi-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

torum, minorem esse quàm decies millena millia secundorum numerorum. Rursus verò, & sphæra quæ 10000 digitorum habuerit diametrum, multiplex eius est quæ fuerit dimetientis centum digitorum habuerit diametrum, multiplex eius est quæ fuerit dimetientis centum digitorum millies, millies semel. Si igitur fiat ex arena sphæra tanta mole, quanta est ea, quæ habuerit dimetientem 10000 digitorum, patet eam fore minorem, quàm sit arenæ numerus factus ex multiplicatione decies millenorum millium secundorum numerorum per semel millena millia. Cùm ergo secundorum numerorum decies millena millia decimus sextus sit numerus ab vnitate: tum proportionalia semel millena millia septimus ab vnitate in eadem progressione: patet numerum factum esse 22 eorum, qui in hac proportionalitate sunt ab vnitate. Horum verò 22, octo quidem primi cum vnitate eorum sunt qui dicuntur primi: Tum sequentes octo sunt eorum qui secundi appellantur: reliqui sunt tertiorum. Atque vltimus eorum est centum millia tertiorum numerorum. Patet igitur multitudinem arenæ in molem congestæ parem sphæræ, quæ diametrum habeat 10000 digitorum, esse minorem 100000 tertiorum numerorum. Quoniam autem minor est sphæra habens diametrum vnius stadij, sphærâ quæ habuerit diametrum 10000 digitorum: patet multitudinem arenæ cumulatæ in aceruum æqualem sphæræ dimetientis vnius stadij, minorem esse quàm 100000 tertiorum numerorum. Adhuc sphæra quæ habet diametrum centum stadiorum, multiplex est sphęræ diametri vnius stadij semel millies millies. Si igitur fiat ex arena sphæra tanta magnitudine, quanta est habens diametrum centum stadiorum, manifestum quod minor erit arenæ numerus eo qui produceretur ex multiplicatis 100000 tertiorum dumerorum per 1000000. Et quia hæc 100000 tertiorum numerorum sunt 22 numerus proportionalitatis ab vnitate: Hæc verò 1000000 septimus ab vnitate eiusdem proportionalitatis, erit sanè factus 28 ab vnitate istius progressionis. Porrò horum 28, primi quidem 8 cum vnitate sunt eorum qui primi dicuntur. Qui verò post ipsos alij 8, secundorum: alij rursus sequentes 8, sunt tertiorum: reliqui demum 4. sunt eorum qui dicuntur quarti. Et extremus illorum est mille vnitates quartorum numerorum. Manifestum itaque arenæ multitudinem in sphæram deformatæ diametri centum stadiorum, minorem esse mille vnitatibus quartorum numerorum. Præterea sphæra stadiorum 10000, multiplex est sphęræ diametri stadiorum centum, semel millies millies. Sphæra ergo si ex arena fiat tanta mole, vt eam adæquet sphæram quæ habeat diametrum 10000 stadiorum: equidem minor erit arenæ multitudo eo qui nasceretur numero ex mille vnitati-

bus quartorum numerorum ductis in 1000000. Quoniam verò quartorum numerorum mille vnitates faciunt 28 progressionis numerum ab vnitate: 1000000 verò 7 eiusdem progressionis ab vnitate: patet quod factus numerus erit ipsius progressionis ab vnitate 34. Horum verò 34 primi 8 cum vnitate primorum numerorum sunt. Qui verò post ipsos sunt 8 secundorum, tum qui sequitur 8 alij, tertiorum, & qui sunt deinceps quartorum. Reliqui duo sunt eorum qui vocantur quinti, & vltimus quidem eorum est decem vnitates quintorum numerorum. Clarum itaque est multitudinem arenularum ea mole collectarum quæ sphæræ æqualis sit habenti diametrum 10000 stadiorum, minorem esse quàm decem vnitates quintorum numerorum. Adhæc sphæra habens diametrum stadiorum 1000000, sphęræ diametrum habentis longam 10000 stadiis, est millies millecuplus. Si ergo fiat ex arena sphæra tanta magnitudine, quanta est sphæra habens diametrum stadiorum 1000000, constat arenæ numerum minorem fore eo qui fieret ex ductu 10 vnitatum quintorum numerorum per 1000000.

Atque, quoniam quintorum numerorum 10 vnitates constituunt 34 proportionalitatis numerum ab vnitate: 1000000 verò 7 ab vnitate ipsiusmet progressionis: patet quod factus erit eiusdem proportionalitatis 40 ab vnitate. Atque horum 48 quidem primi cum vnitate sunt primorum numerorum, Secundi 8 sunt secundorum: tertij 8 tertiorum; quarti 8 quartorum, & denique 8 postremi sunt quintorum: & vltimus eorum est 1000000 quintorum numerorum. Apparet ergo arenæ multitudinem magnitudinem habentem æqualem sphęræ diametrum habenti 1000000 stadiorum, non attingere 10000000 quintorum numerorum. Iam verò sphæra habens diametrum stadiorum 10000000. multiplex est sphætæ, cuius diameter sit 1000000 stadiorum, ductorum in 1000000. Si verò fiat sphæra ex arena tanta magnitudine, quanta est sphæra quæ diametrum habeat stadiorum 100000000, patet quod minor erit arenæ numerus producto numero ex 1000000 quintorum numerorum multiplicatis per 100000. Quoniam autem quintorum numerorum 10000000 quadragesimus est ab vnitate proportionalis: at 1000000 septimus ab vnitate eiusdem ordinis: constat genitnm esse 46 ab vnitate. Horum præterea 46, octo quidem primi cum vnitate, eorum sunt qui primi dicuntur: 8 alij proximi sunt secundorum: sequentes 8 sunt tertiorum: tum post tertios, alij 8 sunt quartorum: & qui post quartos, sunt quintorum: reliqui tandem sunt sextorum: & extremus eorum est 100000 sextorum numerorum. Clarum est itaque, quod multitudo arenæ ea quantitate conglobatæ, vt æquetur sphæræ diametrum habenti, stadiorum 1000000000000, minor est quàm 100000 sextorum

numerorum. Sphæra itidem habens diametrū stadiorum 10000000000, sphæræ hobentis diamettrum stadiorum 10000000, est semel millies millecupla. Si igitur fiat ex arena globus tantus crassitie, quanta est sphæra habens diametrum stadiorum decies millies millenorum millium: manifestum quod arenæ multitudo minor erit numero procreato ex centum millibus sextorum numerorum ductis in semel millena millia. Cùm autem sextorum numerorum centum millia, sextus & quadragesimus sit ab vnitate proportionis: semel verò millena millia septimus ab vnitate in eadem progressione: patet quod genitus numerus fuerit 52 ab vnitate eiusmodi progressionis. Horum vero 52 duorum primi 48 cum vnitate sunt eorum qui primi dicuntur, secundi, tertij, quarti, quinti, & sexti. Reliqui verò 4 sunt eorum quos septimos dicimus. Est postremus eorum est mille vnitatum septimorum numerorum. Apparet igitur arenæ multitudinem quæ tantæ molis sit, vt exæquet sphæram quæ diametro sit stadiorum decies millies millenorum millium, minorem esse mille vnitatibus septimorum numerorum. Quoniam itaque demonstratus est mundi diameter minor esse stadiorum decies millies millenorum millium; manifestum est arenæ multitudinem conformatæ in molem mundo æqualem: minorem esse quàm sint mille vnitates septimorum numerorum. Similiter & multitudo arenæ mole pari ei, quod à multis astrologis appellatum est mundus, ostenditur minor quàm sint mille vnitates septimorum numerorum. Quod etiam multitudo arenæ sphæricæ molis tantæ, quantam Aristarchus supponit inerrantium siderum spæram, minor sit decem millenis millibus octauorum numerorum demonstrabitur. Cum enim supponatur terram eam habere rationem ad hunc dictum à nobis mundum, quam habet rationem dictus mundus ad stellarum fixarum sphæram ab Aristarcho positam: Et diametri sphærarum eam ipsam rationem habeant inter se, diameter verò mundi ostensus sit minor quàm decies millecuplus diametri terræ: sequitur diametrum sphæræ stellarum fixarum minorem esse quàm diametri mundi decies millecuplum. Cum itaque sit vt sphæræ habeant inter se triplicatam rationem diametrorum, planum est, quod inerrantium astrorum sphæra quam Aristarchus supponit, minor sit, quàm semel milies, millies, millies, millecuplus mundi. Ostenditur enim, multitudinem arenæ mundum mole referentis, minorem esse, quàm mille vnitatum septimorum numerorum Patet ergo, quod si sphæra ex arena fiat, tanta magnitudine, quantam Aristarchus supponit inerrantium esse siderum sphæram, minor erit huius arenæ numerus, quàm qui sit ex multiplicatione mille vnitatum per semel millies, mille, millenaria, millia. Et quoniam istæ

mille vnitates septimorum numerorum, sunt progressionis 52 ab vnitate: semel verò millies mille millenaria millia 13 ab vnitate eiusdem proportionalitatis, consentaneum est factum fore eiusdem progressionis 64 ab vnitate. Iste verò est octauorum octauus, & decem millia octauorum numerorum. Consequens ergo est quòd arenæ multitudo quæ excreuerit in molem æqualem sphæræ non errantium siderum, quam Aristarchus supponit, minor sit quàm decem millena millia octauorum numerorum. Hæc autem, ô Rex Gelon, multis qui non facti sunt Mathematicarum artium participes, incredibilia apparere intelligo: ijs verò qui eas degustarint, quique meditati sunt distantias: & magnitudines terræ, solis, lunæ, totiusque mundi, credibilia ex demonstratione forent. Propterea existimaui quibusdam non incongruum videri, ista contemplari.

SVPPLEMENTVM ARCHIMEDIS.

TRES erunt partes istius supplementi, Theotime, quarum prima proportiones exhibebit, quibus librum Archimedis de circuli dimensione Snellius perfecisse videtur in suo cyclometrico. Secunda continebit propositiones Kepleri, quibus demonstrare voluit quæ deerant libro de sphæroidibus. Tertia denique complectetur nouam quadraturam parabolæ à Luca Valerio demonstratam.

PRIMA PARS. CYCLOMETRICI PROPOSITIONES.

✠ I. RECTANGVLVM sub inscriptæ à diametro differentia & radio comprehensum, æquatur quadrato inscriptæ dimidij complementi ad semicirculum.

II.

✠ Rectangulum sub recta à diametro, plus inscripta radio comprehensum æquatur quadrato inscriptæ quæ & datum & dimidium eius complementum ad semicirculum simul subtendit.

III.

✠ Rectangulum è figuræ ordinatæ circulo inſcriptæ latere vno & totidem radiorum ſemiſſibus, quot ipſum habet latera, æquatur areæ polygoni ordinati ſub duplo laterum numero in eodem circulo.

IV.

✠ Dodecangulum æquatur quadrato à latere trianguli æquilateri in eundem circulum inſcripti.

V.

✠ Sexangulum eſt duplum trianguli æquilateri in eodem circulo.

VI.

✠ Dodecangulum eſt ſeſquialterum quadrati eidem circulo inſcripti & ſubſeſquitertium circumſcripti.

VII.

✠ Triens lateris trianguli æquilateri circulo inſcripti æquatur ſemiſſi lateris circumſcripti ſexanguli.

VIII.

✠ Differentia diametri à latere inſcripti trianguli æquilateri æquatur lateris dodecanguli circumſcripti dimidio.

IX.

✠ Inter figuras ordinatas ſimiles eidem circulo adſcriptas, inſcripta duplo laterum numero media proportionalis eſt.

X.

✠ Differentia radij circularis à latere inſcripti quadrati æquatur lateris octanguli circumſcripti dimidio.

XI.

✠ Ambitus rectilinei circulo inſcripti eius peripheriæ cedit: circumſcripti verò eandem excedit.

XII.

✠ Sectio ſemicirculo non maior cedit trianguli æquicruri ſibi inſcripti duplo.

XIII.

Spatium à duabus ex eodem puncto tangentibus & peripheria comprehenſum, minus eſt duplo trianguli æquicruri ab earumdem ſegmentis & tertia eandem peripheriam tangente comprehenſi.

XIV.

Rectilineum circulo inſcribi poteſt maius dato quocumque ſpatio, quod eodem circulo ſit minus: & aliud circumſcribi minus dato quocumque ſpatio, quod eodem circulo ſit maius.

XV.

Duæ rectæ lineæ inueniri poſſunt, quarum maior ad minorem rationem

tionem habeat minorem, quàm data magnitudo quælibet maior ad minorem.

XVI.

Datæ peripheriæ duo similium multangulorum latera ita abscribi possunt, vt latus circumscriptum ad inscriptum minorem habeat rationem, quàm maior datarum magnitudinum ad minorem.

XVII.

Circulo duæ similes figuræ ita adscribi possunt vt circumscripta ad inscriptam maiorem habeat rationem, quàm data quælibet maior ad minorem.

XVIII.

Circulo dato poligonum circumscribere, vt spatia ab eius lateribus & peripheriæ conuexo comprehensa minora sint dato quocumque spatio.

XIX.

✠ Circulus æquatur triangulo, cuius altitudo radio basis peripheriæ eiusdem sit æqualis.

XX.

✠ Si diameter radio æqualiter continuetur, & recta à termino continuata circulum contingat, segmentum conuexi à contacta ad diametrum erit totius circuli sextans, reliquum triens.

XXI.

Si à termino diametri radio æqualiter continuata recta circulum contingens, rectæ in reliquo diametri termino eundem contingenti occurrat, intercipiet ab ea ad contactum rectam æqualem inscriptæ vtriusque contactum connectenti.

✠ *Consectarium.* Perpendicularis à vertice trianguli æquilateri circumscripti est tripla radij circuli inscripti.

XXII.

Si à puncto, quod diametri interuallo ab eius centro distat, duæ rectæ peripheriam secantes educantur, segmentum peripheriæ conuexum ab iis interceptum minus est concaui dimidio, maius triente.

XXIII.

✠ Si à termino diametri radio æqualiter continuatæ, rectæ per peripheriam educta eundem in reliquo diametri termino tàngenti occurat, absumet ad contactum rectam maiorem, quàm sit ea quæ peripheriæ absumptæ est inscripta.

XXIV.

✠ Circulorum peripheriæ, quorum anguli in centro peripheriáve suis radiis sunt reciprocè proportionales, sunt æquales.

XXV.

Si recta inter peripheriæ conuexum & diametrum continuatam sit radio æqualis, segmentum concaui inter eas interceptum erit conuexi triplum, & contra.

Lemma. Diameter circuli maior est quinque lateribus circumscripti

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ſedecanguli *vel*, Complementum lateris inſcripti ſedecanguli maius eſt eiuſdem lateris quintuplo.

XXVI.

Si recta inter diametrum continuatam, & peripheriæ contactum radio æqualis, occurrat rectæ circulum in remotiſſimo diametri termino contingenti, abſumet rectam maiorem peripheria inter has tangentes comprehenſâ.

XXVII.

Si à termino diametri radio æqualiter continutæ recta per peripheriam educta, tangenti eam in reliquo diametri termino occurrat, abſumet rectam minorem quàm ſit trientis concauæ peripheriæ inter eas interceptæ tangens tripla.

XXVIII.

Si à termino diametri radio æqualiter continuatæ recta per peripheriam educta, tangenti eam in reliquo diametri termino occurrat, abſumet rectam minorem quàm ſit peripheria inter eaſdem intercepta.

XXIX.

Linea quæ à limite triſectionis cuiuſque peripheriæ rectæ in reliquo diametri termino tangenti occurrit, abſumet è tangente ſegmentum maius quàm ſit peripheriæ concauum inter ipſam & diametrum interceptum.

XXX.

Linea recta quæ à limite triſectionis peripheriam in reliquo diametri termino tangenti occurrit, abſumit ex ea ſegmentum duobus ſinibus & vni tangenti, qui ad eiuſdem trientem pertinent, æqualem.

XXXI.

Rationem diametri ad ſuam peripheriam ſecundùm expoſitos limites tam accuratè quàm cuique collibitum erit, definire.

XXXII.

Diametro binario, & poſtpoſitis quotlibet circulis taxatâ, ratio diametri ad peripheriam in duplo tot circulis conſtans erit, quot nouenarij coutinui à principio in inſcripta cōplementi dati lateris inuenietur.

Conſectarium. Licet itaque hinc, quouſque ratio diametri ad peripheriam benè accuratè è ſingulis eruatur, quàm proximè definire.

XXXIII.

Lineam datæ peripheriæ quamlibet proximè æqualem exhibere.

XXXIV.

Datæ rectæ æqualem peripheriam è dato circulo aſſumere, & contra.

XXXV.

Datam peripheriam data ratione ſecare.

XXXVI.

Datæ inſcriptæ debitam peripheriam tam verè propinquam in numeris exhibere, quàm erit ratio diametri ad ſuam peripheriam data.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Lemma. Triens sinus datæ peri pheriæ minor est sinus trientis datæ peripheriæ. XXXVII.

Si duorum sinuum vtrimque à centro eidem diametro perpendicularium ille huius sit triens, recta per eorum vertices lineæ in hoc diametri termino tangenti occurens absumet segmentum tangentis maius peripheriâ sibi contiguâ. XXX VIII.

Datæ cuicumque peripheriæ inscriptam veræ tam propinquam in numeris exhibere, quàm erit ratio diametri ad suam peripheriam data. XXXIX.

✠ Si trienti datæ peripheriæ sinus æqualis vltra centrum constituatur, recta vtriusque verticem connectens, & continuata occurret diametro continuatæ intra limitem trisectionis & diametri continuationem radio æqualem. *His autem sequentia problemata praxi seruientia subiungit.*

I. Triangulum dato sectori æquale construere, & contra.
II. Dato sectori super data peripheria æquale trilaterum construere.
III. Dato trilatero in basi circulari æqualem sectorem construere.
IV. Datæ sectioni æqualem sectorem constituere.
V. Datis trianguli rectanguli lateribus eius angulos inuenire.
VI. Datis trianguli rectanguli angulis oppositorum laterum rationem inuenire.

SECVNDA PARS THEOREMATVM STEREOMETRIÆ nouæ Kepleri.

I. RAtionem circumferentiæ ad diametrum esse proximè eam, quæ est 22. ad 7. *ex Archimede.*

Episagma. Longitudo lineæ ellipticæ, id est describentis ellipsim, sese habet ad medium Arihmeticum inter duas eius diametros, quæ axis rectus, & transuersus dicuntur, vt 22. ad 27. ferè.

II. Circuli area ad aream quadratam diametri comparata, rationem habet eam quàm 11. ad 14. ferè.

Corollarium 1. Sectoris in circulo area æqualis est rectangulo sub semidiametro, & dimidio arcu.

Coroll. 2. Segmenti circuli minoris area minor est sectoris areâ, triangulo sub sectoris & segmenti rectis comprehenso: segmenti verò maioris area tanto maior est sectore suo.

Episag. 1. Circulo hoc est commune cum parabola, quod in vtrisque portiones quomodocumque per vnam rectam abscissæ, si æquales

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

habuerint diametros, & ipsæ inter se in qualibet figura sint æquales.

✠ *Epis.* 2. Paraboles area est sesquitertia areæ trianguli habentis eandem eum parabola basim rectam, & eandem altitudinem. *Ex Archimede.*

✠ *Epis.* 3. Ellipsis area ad aream circuli est, vt minor ellipsis diameter ad maiorem: & vt circulus ad quadratum diametri, sic ellipsis ad rectangulum diametrorum, scilicet etiam vt 11 ad 14. ferè. *Ex Archim.*

✠ III. Cylindri verò ad parallelepipedum columnare rectangulum æquè altum, quod cylindri corpus stringit quadratis suis basibus & parallelis lateribus, ratio est eadem, quæ circuli ad quadratum circumscriptum, hoc est eadem quæ 11. ad 14.

✠ IV. Si columna recta parallelarum basium cum pyramide, si cylinder cum cono eandem basim habuerit, eandemque altitudinem, triplum erit illius.

V. Superficies curua coni rectanguli inscripti hemisphærio, est semidupla baseos, seu circuli maximi in sphæra, dimidia baseos coni rectanguli circa hemisphærium.

✠ VI. Conuexum sphæricum est quadruplum areæ circuli maximi, qui sphæram per centrum secat. *Ex Archimede.*

✠ VII. Conuexum cuiuslibet segmenti sphæræ est æquale plano circuli, cuius semidiameter subtendit segmenti latitudinem à polo ad basim. *Vide corollarium.*

✠ VIII. Sphæricum conuexum & eius axis secantur à plano ad axem recto in eadem proportione.

✠ IX. Cylindri recti superficies est æqualis sphæricæ quam stringit.

✠ X. Superficies globi, eius cylindri, qui globum stringit, resectæ ab eodem plano ad axem recto sunt æquales.

XI. Corpus cylindri est ad corpus sphæræ, quam stringit, in proportione sesquialtera.

XII. Cubi corpus ad corpus sphæræ quam stringit, est duplum paulo minus, nimirum vt 21. ad 11. proximè.

✠ XIII. Corpus coni, cuius altitudo est æqualis diametro sphæræ; basis sphæræ, maximus circulus, est dimidium corporis sphæræ.

Coroll. Conus, *de quo theoremate* 5. in hemisphærio est ad cylindrum qui sphæram stringit, vt octaedron in sphæra ad cubum circa sphæram, sextam scilicet partem cylindri, quartam sphæræ, & sic dimidium hemispærij sui, dimidiumque coni theor. 15. descripti, quippe cuius basim habet integram, altitudinis verò saltem dimidium.

Epis. 1. Eadem est proportio corporis ab ellipsi producti, quod sphæroides dicitur, ad conum æquè altum. *Ex Archim.* 29. *&* 30 *pr. sphæroid.*

Epis 2. Sicut sphæroides est coni sui duplum: sic conoides paraboli-

cum est coni sui sesquialterum. *Ex eod. l. p. 23. & 24.* Conoides verò hyperbolicum sesquialteram proportionem magis ad æqualitatem adducit, nam ad lineas sesquialteram proportionem continentes (quæ habent duplum & triplum eius quæ inter verticem, & centrum figuræ) addit vtrinque diametrum.

XIV. Segmento sphæræ æqualis est conus super eadem basi, habens altitudinem tanto maiorem, vt sit eius excessus ad semidiametrum globi, sicut est altitudo ipsa segmenti ad residuum diametri. *Vide coroll.*

Epis. 1. Vt sectio globi facta plano axi parallelo semper est circulus: sic sectio sphæroidis non omnis, sed quæ fit plano axi parallelo, est ellipsis, sphæroidi similis, ellipses verò diuersarum, & dissimilium specierum, aut circuli fiunt, quoties vel sphæroides vtcumque, vel conoides per vtrumquue oppositorum laterum secatur. *Vide Archim. sphær. p. 12. 13. 14. & l. 5.*

Episag. 2. Segmentorum sphæroidis ratio eadem est, quæ segmentorum globi, si recta sit ratio ad axem: sin obliqua, tunc vsurpatur non dimidium axis, sed dimidium eius quæ vertices portionnum factarum) id est puncta earum super sectionem altissima, coniungit. Nam in ellipsi quæ gignit sphæroides, axis quidem est inter diametros; diametrorum verò multæ sunt, diuersæ longitudinis, quilibet binos oppositos vertices coniungens.

XV. Quemadmodum curuis superficiebus segmentorum theor. 7. fecit æquales circulos planos: 8 æquè valentes lineas rectas ostendit, comparabiles inter se diuersarum sectionum: sic etiam soliditati segmentorum assignare possumus non tantùm conos æquales, vt theor 14. sed etiam plana æquiualentia, seu proportionis eiusdem comparabilia inter se diuersarum sectionum. *Vide authorem qui hæc exhibet.*

Episag. Sic segmenta conoidis parabolici sunt inter se in proportione, quæ est inter quadrata axium. *Vide Arch. 16. p. sphæroid.*

Coroll. 1. Segmenta segmentorum sphæræ easdem habent leges, quoad corpora atinet, quæ supra fuerunt eiusdem generis segmentorum superficie in coroll. ad theor 7.

Coroll. Zona sphæræ & sphęroidis, seu corpus annulare, contentum parte superficiei sphęræ vel sphęroidis media, quæ zona dicitur, & superficie cylindrica intus, ita inuestigatur. A sphęra, vel sphęroide auferuntur bina segmenta æqualia, & cylinder zonæ æquè altus, basibus iisdem cum segmentis ablatis: remanetque corpus zonæ. Quod si zona non sit media globi, vel sphæroidis, sed inclinata ad polum seu verticem, auferuntur segmenta inæqualia, truncus coni, vt remaneat talis zona. Intelligitur autem zona, cui circum circa sit æquabilis

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

latitudo, & sub qua sit truncus conicus parallelarum basium: cuius dimensiones sequuntur.

XVI. Conus secatur variè: aut enim per verticem & basim, & id vel plano, vel superficie alia coni minoris habentis eundem verticem. In vtroque casu segmenta coni æquè alta sunt vt eorum bases inter se. Verum est autem theor 11. sphæroid. de omni segmento verticali, iuxta quod coni, segmentique verticalis ad conum proportio componitur ex proportione basium inter se, & altitudinum inter se. *Vide plura apud authorem in hoc theormate.*

XVII. Segmenta cylindri recta, parallelis axi, superficiebus rescissa, sunt inter se, vt segmenta basis: segmenta verò, plano per axem transeunte, dummodo non secet alteram basium, sunt vt segmenta axis inter se. *Vide etiam authorem hîc, vbi explicat prædictas figuras.*

XVIII. Omnis aunulus sectionis circularis, vel ellipticæ, est æqualis cylindro, cuius altitudo æquat longitudinem circumferentiæ, quam centrum figuræ circumductæ descripsit, basis verò eadem est cum sectione annuli. *Vide coroll.*

XIX. Annulus strictus est æqualis cylindro, qui habet basim, circulum sectionis annuli, altitudinem æqualem circuli longitudini. *Vide coroll. & analogiam.*

Coroll. Globus est ad circulum strictum eodem circulo creatum, vt 7. ad 33. nam tertia pars semidiametri ducta in quadruplum circuli maximi, vel duæ tertiæ diametri in aream circuli maximi, creant cylindrum æqualem cubo. At cylinder æqualis stricto, habet basim quidem eandem: altitudinem verò, circum ferentiam. Ergo vt circumferentia ad bessem diametri 33 ad 7. ita strictum ad globum.

XX. Zona Mali componitur ex zona globi, & segmento recto cylindri, cuius segmenti basis est segmentum, quod deficit in figura, quæ gignit Malum; altitudo verò, æqualis circulo, quem centrum segmenti maioris describit. *Vide 2. corollaria pro praxi geometrica.*

XXI. Corpus Citrij est differentia inter zonam globi, & dictum segmentum cylindri. *Vide 1. coroll.*

Coroll. 2. Sic corpus Oliuæ, vel Pruni elliptici est differentia inter zonam sphæroidis illic longi, hic lati & inter segmentum cylindri elliptici.

XXII. Zona Citrij truncati vtrinque æqualibus circulis, componitur ex corpore minoris Citrij quod creatur ab eodem circuli segmento, quo zona proposita creata est, & ex segmento cylindri cuius basis idem minus segmentum circuli: altitudo æqualis circumferentiæ circuli truncantis. *Vide coroll. 2 & episag.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

XXIII. Coni duo, creati à rectangulo ſcaleno: alter minori, ſaltem maiori latere eorum, quæ circa rectum, pro axe conſtitutis, ſunt in proportione laterum, quæ baſes ipſis conis deſcribunt.

XXIV. Sphęroides longum in inſcriptum ſphęroidi lato ſic vt eaſdem habeant diametros, ſed axes in iis permutatos, eſt ad ſphæroides latum vt diameter breuior ad longiorem.

XXV. Segmentum globi ad Citrium eodem ſegmento circuli deſcriptum, videtur eam habere ptoportionem, quam habet diameter baſis ſegmenti ad axem ſeu altitudinem ſegmenti.

XXVI. Si recta quædam ſectionem conicam, & genitum ab illa ſegmentum ſphæroidis, aut conoidis contigerit in circumferentia baſeos, concurrens cum axe & circumductæ lineæ circa diametrum baſeos immobilem, creauerint ſolida, contingens quidem conum, ſectiones verò conicæ, prunum, Oliuam vel fuſum, quælibet ſuum congenere: eadem verò contingens: circum ducta circa axem immobilem, creauerit conum alium: proportio dimidij Pruni vel Oliuæ ad ſegmentum ſphæroidis, fuſi verò ad ſuum conoides, pıoximè erit æqualis proportioni prioris coni, ad conum poſteriorem.

XXVII. Si cuiuſlibet trianguli latus alterum circa rectum angulum ſecetur, & in duo æqualia, & in proportione laterum reliquorum: in angulo verò oppoſito concurrant ſectiones conicæ variæ: communiter ſeipſas, & latus recto angulo oppoſitum, tangentes, vertices primarios in latere ſecto habentes: quæ ſunt à ſummo ad medietatem, omnes erunt hyperbolæ: quæ in ipſam biſectionem incidit, parabole; quæ hinc vſque ad ſectionem proportionalem, omnis generis ellipſes rectæ: quæ in ipſam proportionalem incidit, circulus: quæ denique hinc vſque ad rectum angulum, omnis generis ellipſes tranſuerſæ erunt, in quibus vertex impropriè dicitur, pro extremo axis breuioris. *Videantur 2. corollaria.*

XXVIII. Si quatuor ſpecies conicarum ſectionum circulus, ellipſes, parabola, hyperbolæ ſe ſe in communi vertice contingunt: præterea que in duobus aliis punctis, æqualiter à vertice remotis, concurrunt, omnes in duobus punctis ſecantur ab omnibus, & circuli circumferentia intra ſectiones eſt exteriùs, continet que ellipticas: hæ parabolicam: intimæ ſunt hyperbolicæ, & ex iis interiores, quæ obtuſiores, eædemque ſuis aſymptotis propriores.

XXIX. Si Citrium, Pruna, fuſum parabolicum, fuſa hyperbolica, & conus duplicatus, omnia truncata, habuerint eoſdem circulos, tam truncantes, quàm medium corporum: Citrium erit maximum, reliqua eodem ordine magnitudinis corporum, quo hic ſunt recenſita.

XXX. Proportionem indagare segmentorum Citrij, Oliuæ, Pruni, aut fusi, factorum plano axi parallelo. *Placet autem his adere theormata quæ in gratiam doliorum statuit, postquam hocce 30. proposuit Snellio, vel alteri soluendum, cùm illius solutionem se nescire fateatur.*

THEOREMATA.

CYlindrorum rectorum sectiones per axem, quæ diagonios habent æquales, nisi proportio diametri basis ad altitudinem fuerit, eadem, aut permutata, inæquales habent areas: estque inter has illius area maxima, quæ secat cylindrum æquealtum diametro suæ basis.

II. In truncis conicis reliqua omnia manent, nisi quod inter truncos proximos ab illo, qui latus diametro basis habuerit æquale, plus variatur arearum suarum proportio, quàm si cylindri pro truncis conicis essent, inter truncos remotiores minus.

III. Cylindrorum rectorum quorum sectiones habent eandem diagonium, corpora non habent inter se proportiones analogas proportionibus arearum, quibus secantur per axem: nec cuius est maxima sectrix area, eiusdem & corpus maximum est. *Vide praxim.*

IV. Omnium parallelepipedorum seu columnarum inscriptarum sphæræ eidem, quæ binis ex opposito quadratis basibus constant, cubus est maximo corpore.

V. Omnium cylindrorum, diagonium eandem habentium, maximus & capacissimus est is, cuius diameter basis, est ad altitudinem in proportione semidupla, seu vt latus tetragoni aut diagonios quadrati cubici ad latus cubi in eadem sphæra. *Videantur 2. corollaria, & admonitio.*

Definitio. Cylinder, & trunci coniugati dicantur, quando sectionibus vtrorumque per axem fuerit eadem, vel æquales diagonij, & vt diameter basis cylindri ad eius altitudinem: sic diametri minoris basis truncorum ad eorum latera accliuia.

VI. Dato cylindri & trunci coniugati latere, vel basis minoris diametro, inuenire trunci coniugati lineas reliquas. Oportet autem proportionem lateris vel basis in cylindro ad datum latus vel basim trunci esse minorem proportione diametri, & altitudinis cylindri iunctarum, ad diagonium.

VII. Si fuerit cylinder, & truncus conicus coniugati, & differentia diametrorum in basibus trunci secetur in proportione, quam habent inter se quadrata, diametri basis, & altitudinis cylindri: erit hoc diame-

tri

tri quadratum, æquale rectangulo, ſub minore diametro trunci, & ſub compoſita ex hac & ſegmento, quod diametro cylindri reſpondet. *Videantur 4. Corollaria practica.*

VIII. In cyliudro & trunco conico coniugatis altitudinum proportio componitur ex proportione diametrorum in baſibus, minori conici trunci & vtrâque cylindri, & ex proportione perpendiculi, ad latus accliuertunci.

IX. Si differentia diametrorum trunci ſecetur in proportione laterum cylindri coniugati & addatur pars reſpondens diametro baſis cylindri ad minorem, fiantque rectangula. 1 ſub minore & maiore. 2 ſub minore & modo compoſita: proportio rectanguli primi, aucti tertia parte quadrati à differentia diametrorum, ad rectangulum ſecundum, & proportio altitudinis cylindri ad altitudinem trunci, in vnum compoſitæ, conſtituunt proportionem corporis trunci ad corpus cylindri coniugati. *Videantur 3. Corollaria, & pulchra analogia.*

X. In omni coniugatione, trunci per augmentum proportionis diametrorum tandem fiunt minores quacumque data quantitate ſolida.

XI. Cylinder æqualis trunco æquialto, baſim habet compoſitam ex duarum baſium trunci & earum medij proportionalis trietibus ſingulis.

XII. Cylindri habentis altitudinem eandem cum trunco recto, & diagonion eandem, diameter baſis eſt medium arithmeticum inter diametros baſium trunci.

XIII. Exceſſus trunci, habentis eandem cum cylindro altitudinem, eandémque diagonion, proportionem ad illum habet, quam pars duodecima quadrati differentiæ ad quadratum de diametro cylindri. *Videatur Corol arium & analogia.*

XIV. Cylinder æqualis trunco & æquealtus, maiorem illo diagonion habet.

XV. Omnes proportiones diametrorum trunci locum habentes in coniugatione proportionis certæ, locum etiam habent in coniugatione proportionis maioris.

XVI. Omnis cylinder, altior maximo, ſuper eadem diagonio, habet ex cylindris maximo humilioribus, ſocium ſibi æqualem, quem ſubcontrarium dicemus.

XVII. In vna qualibet coniugatione, quæ quadratum diametri habet minus, quàm duplum quadrati altitudinis, omnes trunci ab ipſo cylindro coniugato maiores, nonobſtante quod minuitur eorum altitudo, poſtea decreſcunt iterum, ſemper adhuc maiores cylindro coniugato, quoad altitudinem habuerint maiorem, quàm cylinder coniugati ſubcontrarius.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

XVIII. In coniugatione proportionis dupla minoris, truncus æqualis cylindro coniugato, habet altitudinem minorem altitudine cylindri, qui coniugati socius, eidemque æqualis est, coniugationis tamen diuersæ. *Vide corollarium.*

XIX. In omnibus coniugationibus truncorum, & cylindri, quibus diameter basis minoris est minor semidupla lateris accliuis, datur bis aliqua proportio diametrorum trunci, per quam truncus fiat æqualis cylindro ex omnibus coniugationibus maximo.

XX. Trunci variarum coniugationum eandem habentes inter se diametrorum proportionem, quo propius assecuti fuerint altitudine cylindrum super eadem diagonio maximum, hoc erunt maiotes; quo altiores illo, hoc minores.

XXI. Ex omnibus truncis coniugationis eiusdem, maximus est ille, qui habet altitudinem cylindri maximi subsemitriplam scilicet diagonij: Ab hoc verò fastigio cæteri omnes, tam qui altiores, quam qui humiliores, iterum decrescunt.

XXII. In coniugationibus, quæ quadratum diametri habent duplum quadrati altitudinis aut maius, trunci omnes sunt minores cylindro maximo, coniugato scilicet suo: & hoc tanto plus, quanto recesserimus à proportione dupla. *Vide corollar.*

XXIII. Data proportione diametrorum trunci, coniugationem inuenire, in qua talis truncus æquet cylindrum coniugationis maximæ.

XXIV. Data coniugatione, qua quadratum diametri in basi cylindri, minus est duplo quadrati altitudinis, inuenire proportiones duas diametrorum, quæ truncos coniugationis eiusdem efficiat æquales cylindro maximo. *Hæc duo, 23. & 24. Problemata Geometris proponit.*

XXV. Si diuersarum coniugationum trunci habuerint eandem inter se proportionem diametrorum, constituti super eadem diagonio, proportio corporum erit composita ex tribus elementis, ex proportione cylindrorum coniugationis, & ex proportionibus cylindri cuiusque ad suum truncum coniugatum, prioris quidem cylindri euersa, posterioris verò directa. *Videantur 3. corollaria practica.*

XXVI. In dolijs, quæ sunt inter se figuræ similis proportio capacitatum est tripla ad proportionem illarum longitudinum, quæ sunt ab orificio summo ad imum calcem alterutrius orbis lignei. *Vide 2. corollaria pro structura virgæ ad dolia mensuranda proposita.*

XXVII. Etiam binæ medietates dolij Austrici non planè fuerint similes, sed orbium ligneorum alter paulo minor & angustior reliquo, dummodo longitudo in mensoria sit eadem, insensibilis erit capacitatum in vtraque medietate differentia.

XXVIII. At si longitudo virgæ per vtrumque dolij truncum non sit æqualis, quod vsu venit: medium proportionale inter vtramque virgæ longitudinem, id est medius inter duos ab vno & altera medietate notatos, sine errore pro indice capacitatis vsurpatur.

XXIX. Curuatura tabularum, seu buccositas inter orificium medium & orbem vtrumque ligneum, in dolio Austriaco nihil derogat indicio virgæ, in oblongis doliis auget capacitatem virgâ indicatam (per se quidem, cæteris paribus) in Curtis minuit. *Videatur vsus totius libri circa dolia, quorum mensuram Keplerus varijs modis inuestigat.*

TERTIA PARS. DE QVADRANDA PER FALSVM SIMPLEX PARABOLA.

Propositio prima.

I. SI quælibet figura plana grauitatem acciperet, tanta esset, quanta si nullam grauitatem accepisset.

II. Si quælibet duæ magnitudines eiusdem generis graues fierent; eandem inter se haberent proportionem, quam ante grauitatem habuissent.

III. Si duo quælibet grauia eiusdem generis extra suum locum posita, deinde sibi relicta in eandem aliquam superficiem planam, quam finientem appello, caderent ad perpendiculum: duo verò quælibet grauia eiusdem generis suspensa non secundum sua centra grauitatis in terminis cuiusdam rectæ lineæ, quæ libra dicitur, in vno puncto, quod in ea sit, detentæ, ita vi proprij ponderis grauarent libram, vt ea æqualiter distaret à finiente: ea grauia inter se eandem, quam brachia libræ haberent proportionem: si qui ad contrarias partes attinent proportionis termini, antecedentes, & consequentes inter se comparentur. Brachia autem libræ dicimus duas illas partes, quæ inter punctum, in quo libra suspensa est, & terminos interijciuntur.

Lemma. Sit graue A B suspensum in puncto A, quod non sit eius centrum grauitatis: sit autem grauis A B centrum grauitatis C, quod quidem & punctum suspensionis A sit in eodem perpendiculo A H: & punctum perpendiculi, cui congruit C, sit D. Voco autem perpendiculum hîc generaliter rectam lineam, quam describit grauis naturaliter moti centrum grauitatis. Dico graue A B manere vt nunc.

IV. Grauium eiusdem generis pondera inter se sunt vt magnitudines. *Quibus positis sequentes propositiones Lucas demonstrat.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Propositio prima.

I. SI à cuiuslibet triãguli vertice recta linea ad medium basis cadat, omnem aliam rectam lineam lateribus interceptam nec basi parallelam sic secabit, vt pars propinquior basi sit maior reliquâ.

II. Omnem parabolem diameter bifariam diuidit, vtraque autem talium partium vocetur semiparabola.

III. Si duæ parabolæ æquales diametros habuerint in directum inter se constitutas, & communem ordinatim applicatam: figuræ ex duabus semiparabolis compositæ diameter erit prædicta communis ordinatim applicata.

IV. Omnem prædictam figuram diameter bifariam diuidit.

V. Si sint duæ rectæ lineæ terminatæ: quotcumque autem magnitudinum centra grauitatis fuerint in vna earum, totidem sint in altera: sint autem & magnitudines, & partes prædictarum linearum, quæ à centris fiunt, binæ deinceps in eadem proportione, sumpto ordine ab iisdem terminis: centra grauitatis duarum magnitudinum cuiusque ex iis, quæ ad eandem lineam pertinent compositarum centra grauitatis, prędictas lineas diuidunt in easdem rationes.

VI. Omnium parabolarum diametri à centris grauitatis ipsarum figurarum in easdem rationes diuiduntur.

VII. Omnis figuræ ex duabus semiparabolis compositæ, cuius diameter sit ad vtriusque parabolæ diametros æquales, & in directum inter se constitutas communis ordinatim applicata, centrum grauitatis est punctum illud, in quo dicta diameter sic diuiditur, vt pars quæ ad verticem, sit ad reliquam vt 5 ad 3.

VIII. Omnis semiparabolæ centrum grauitatis est in ea recta linea, quæ diametro æquidistans basim ita diuidit, vt pars, quæ est ad curuam, sit ad reliquam, vt 5 ad 3.

IX Omnis parabola sesquitertia est trianguli eandem ipsi basim, & eandem altitudinem habentis.

X. Quęlibet parabolæ inter se proportionem habent, eosdem ipsis vertices, & easdem bases habentium triangulorum.

XI. Omnis parabola sesquitertia est trianguli eandem ipsi basim, & eandem altitudinem habentis.

Axioma. Si quodlibet graue secetur in duas partes vtcũque, contiguas autem eas aliqua causa teneat alterius ad alteram situ non mutato, earum partium simul centrum grauitatis esse in eodem puncto, in quo fuerat centrum grruitatis priusquam diuideretur. FINIS.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

THEODOSII, MENELAI, ET MAVROLYCI, SPHÆRICA.

VIX quidpiam Aſtronomi, & Coſmographi demonſtrare poſſunt abſque ſphęricorum librorum ſcientia; quapropter omnes libentiſſimè libros iſtos excipient, qui ſolidè de ſphæricis agunt, quos libello concludi oportuit, vt paſſim à quopiam citari poſſint. Quibus ea pręmitto quæ Pitiſcus de triangulorum ſphęricorum dimenſione ſuggerit in ſua Trigonometria, quibus ſinguli problemata omnia ſoluant, quæ ad triangula tam plana quàm ſphęrica pertinent. Sequuntur ergo definitiones, & propoſitiones, quæ partim ex Euclidis elementis, partim ex aliis locis deſumptæ ſunt, vt ex Ptolomęo, Regiomontano, Copernico, &c.

Definitiones & propoſitiones Trigonometriæ.

I. TRigometria eſt doctrina de dimenſione triangulorum.

II. Triangulum eſt figura tribus lateribus tres angulos comprehendens.

III. Latera duo quęlibet ſunt crura anguli à ſe comprehēſi; tertium, baſis.

IV. Latus vnumquodque dicitur ſubtendere angulum ſibi oppoſitum.

V. Latera maiora maiores angulos ſubtendunt: & minora minores, & æqualia æquales.

VI. Anguli menſura eſt circuli ex angulari puncto deſcripti arcus, inter crura ſatis prolongata interceptus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

VII. Circulus omnis diuiditur in 360. gradus, gradus in 60. minuta, minurum in 60. secunda, &c. vsque infinitum. Quæ tanto sunt maiora, quanto circulus est maior, Arcus autem, qui eodem partium numero constant, in circulis æqualibus æquales, in inæqualibus similes dicuntur.
VIII. Hinc fit vt circuli dati quadrans sit arcus 90. partium.
IX. Arcus quadrante minoris complementum est, quod ipsi ad 90. gradus deest.
X. Arcus quadrante maioris excessus supra quadrantem est, quod ipsi supra 90. gradus adest.
XI. Semicirculus est arcus 180. partium.
XII. Arcus semicirculo minoris complementum est quod ipsi ad 180. partes deest.
XIII. Anguli per crucem oppositi sunt æquales.
XIV. Angulus est rectus, vel obliquus.
XV. Angulus rectus est, cuius mensura est quadrans.
XVI. Angulus obliquus est obtusus vel acutus.
XVII. Obtusus est cuius mesura est arcus quadrante maior.
XVIII. Acutus verò, cuius mensura quadrante minor est.
XIX. Angulorum complementa dicuntur, vt arcuum.
XX. Anguli quilibet super eadem linea vtrinque protensa concurrentes simul sumpti sunt æquales duobus rectis.
XXI. Igitur obliquorum super prædicta linea concurrentium alter est alterius ad duos rectos complementum.
XXII. Triangulum primò est laterum quorumdam æqualium, vel inæqualium.
XXIII. Si sit æqualium quorumdam laterum, perpendicularis à concursu laterum æqualium bisecat basim & angulum basi oppositum.
XXIV. Triangulum laterum quorumdam æqualium est æquicrurum, vel æquilaterum.
XXV. Æquicrurum, est quod duo tantum habet latera æqualia.
XXVI. Estque ad basim æquiangulum, & contra.
XXVII. Æquilaterum est, quod omnia latera habet inuicem æqualia.
XXVIII. Estque æquiangulum, & contra.
XXIX. Triangulum secundò est rectangulum, vel obliquangulum.
XXX. Illud est quod vel vnum habet rectum.
XXXI. In rectangulis subtendens rectum specialiter hypotenusa dicitur: includentia verò rectum, perpendiculum, & basis.
XXXII. Obliquangulum, est quod omnes angulos habet obliquos.
XXXIII. Estque vel obtusangulum, vel acutangulum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

XXXIV. Illud est, quod habet vel vnum obtusum.

XXXV. Hoc autem quod omnes angulos habet acutos.

XXXVI. Triangulum denique est planum vel sphæricum, illud in plano, hoc in globo.

XXXVII. Trianguli plani sub Trigonometriam cadentis latera sunt tantùm lineæ rectæ, *de quibus propterea deinceps agendum est sequentibus septem propositionibus.*

XXXVIII. Linea recta in rectas parallelas incidens angulos similes, similiterque aut alternatim sitos facit: eapropter si plures rectæ in eandem rectam sint perpendiculares, sunt inuicem parallelæ.

XXXIX. Si plures rectæ pluribus rectis parallelis intersecentur, intersegmenta sunt proportionalia.

XL. Si duæ rectæ in se mutuò ducantur, efficitur inde quadrangulum rectangulum.

XLI. Rectangulum è tota vna & segmentis alterius simul sumptæ, sunt æqualia rectangulo ex vtraque tota.

XLII. Si quatuor rectæ sint proportionales, *id est si se habeant vt prima ad secundum, ita tertia ad quartam*, rectangulum mediarum æquatur rectangulo extremarum. *Hinc fit vt datis tribus, detur quarta, cum quatuor rectæ sunt proportionales, rectangulum enim mediarum diuisum per extremarum alteram, relinquit alteram.*

Deinde rectangula æqualia latera habent reciprocè proportionalia hoc est, in rectangulis æqualibus habent sese vt latus minus rectanguli primi ad latus minus secundi, ita latus maius rectanguli secundi ad latus maius primi, & contra.

XLIII. Si tres rectæ sint proportionales, *id est, si secunda ad tertiam se habet vt prima ad secundam*, quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum.

XLIV. Si recta bisecta continuetur, oblongum continuatæ & continuationis est ęquale quadrato rectę ex bisegmento & continuatione compositæ, minus quadrato bisegmenti, ex 6. prop. 2. Eucl. *sed ad triangula reuertamur.*

XLV. In triangulo plano parallela basi, crura secat proportionaliter.

XLVI. Si plura triangula comparentur, æquiangula habent latera circa æquales angulos proportionalia, & contra. *Hoc autem theorema ex 4. 6. Eucl. sumptum est totius trigonometriæ fundamentum.*

XLVII. Si plura triangula plana componantur, & rectis parallelis intersecentur, intersegmenta sunt proportionalia.

XLVIII. Si trianguli plani quodcumque latus continuetur, angulus exterior per continuationem illam factus, est æqualis angulis duobus interioribus oppositis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Hinc fit 1. non posse esse nisi vnum rectum, vel obtusum in triangulo plano. 2. vno existente recto, vel obtuso, reliquos duos necessariò acutos esse. 3. duorum quorumcumque tertium esse ad duos rectos complementum. 4. denique, cum duo triangula, binis angulis sunt æquiangula, prosus esse æquiangula.

L. In triangulo plano rectangulo, latera includentia rectum æquè possunt hypotenusæ: per penult. 1 Euclid. *Hinc, datis lateribus qui buscumque duobus trianguli plani rectanguli, datur terciam.*

LI. In rriangulo plano rectangulo latera includentia rectum ad hypotenusam sępè sunt irrationalia, seu numero exacto datæ mensuræ inexplicabilia.

LII. In eodem, acutorum alter est alterius complementum.

LIII. Si trangulum planum circulo sit inscriptum, anguli ad circferentias oppositas sunt subdupli.

Vnde si latus trianguli plani circulo inscr pti sit diameter, angulus illi oppositus est rectus.

Deinde si plura triangula plana eidem circuli segmento ad eandem basim inscribantur, sunt in fastigiis æquiangula.

LIV. Si duo triangula plana eidem circuli segmento ad eandem basim inscripta supernè connectantur, sic vt inde existat figura quadrilatera diagoniis intersecta: rectangulum diagoniorum est ęquale rectangulis oppositorum laterum simul sumptis, ex Ptol. & Copern. *Nunc verò de sphæricis triangulis loquamur.*

LV. Trianguli sphęrici latera sunt arcus circulorum maximorum sigillatim quadrantibus minores.

LVI. Circulus sphęræ maximus est qui totam sphæram in duo hemisphæria diuidir: adeoque à polis suis vndique per quadtantem circuli itidem maximi distat.

LVII. Si maximus sphęræ circulus per maximi polos transeat, rectè eum secat, & contra.

LVIII. Mensura anguli sphærici, si in circulo maximo accipiatur, est arcus circuli maximi ex angulari puncto descripti, inter crura quadrante tenus continuata interceptus.

LIX. Si anguli sphærici crura continuata concurrant, semicirculos efficiunt, & comprehendunt angulum angulo prædicto & opposito æqualem.

LX. Triangulum sphæricum quodlibet ex quouis angulari puncto habet oppositum sibi triangulum aliud, cuius basis est eadem, & angulus basi oppositus: reliquæ partes sunt partium prioris trianguli complementa.

LXI. Trianguli sphærici latera in angulos, & contra, permutiar

possunt

possunt: complementis ad semicirculum pro latere & angulo maximo hinc inde sumptis.

LXII. Triangulum sphæricum rectangulum aut vnum habet rectum, aut plures vno.

LXIII. Vnum rectum, vel cum duobus acutis, vel cum duobus obtusis, vel cum obtuso, & acuto.

LXIV. Triangulum sphæricum rectangulum cum duobus acutis habet ex angulo recto oppositum sibi triangulum rectangulum cum duobus obtusis, & contra.

LXV. Trianguli sphærici rectanguli cum duobus acutis latera singula sunt quadrantibus minora.

LXVI. Trianguli sphærici rectanguli cum duobus obtusis latera duo sunt quadrantibus maiora: tertium quadrante minus.

LXVII. Triangulo sphærico rectangulo cum acuto, & obtuso opponitur ex acuto triangulum rectangulum cum duobus acutis.

LXVIII. Trianguli sphærici plures rectos habentis latera rectos subtendentia sunt quadrantes.

LXIX. Triangulum sphæricum plures rectos habens, habet tres, vel duos rectos: adeoque de lateribus, tres, vel duos quadrantes.

LXX. Si Trianguli sphęrici duos rectos habentis tertius angulus sit acutus, tertium latus est quadrante minus, sin obtusus, maius.

LXXI. Triangulum sphæricum obliquangulum aut constat ex puris acutis, vel obtusis: aut ex his vtrisque mixtis.

LXXII. Triangulo sphærico purè acutangulo opponitur triangulum sphæricum cum duobus obtusis & vno acuto, & contra.

LXXIII. Triangulo sphærico purè obtusangulo opponitur triangulum sphæricum cum duobus obtusis & vno acuto, & contra.

LXXIV. Trianguli sphærici cuiuscumque, tres anguli sunt duobus rectis maiores.

Hæc sunt, quæ primo libro docet: Omissis autem quæ habet l. 2. de tabulis sinuum, tangentium, & secantium addo 6. axiomata proportionum l. 3. quibus docet triangulorum planotum solutionem. 4. postmodum allaturus l. 4. quibus sphærica triangula soluantur: sic igitur habet pro triangulis rectangulis.

Axioma primum.

Vt hypotenusa ad perpendiculum, ita radius ad sinum anguli perpendiculo oppositi, & contra.

II. Vt basis ad perpendiculum, ita radius ad tangentem anguli perpendiculo oppositi, & contra.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

III. Vt basis ad hypotenusam, ita radius ab secantem anguli perpendiculo oppositi. *Iam pro triangulis planis vniuersis.*
IV. Latera sinibus angulorum oppositorum directè sunt proportionalia.
V. Vt summa duorum laterum ad differentiam eorumdem: ita tangens dimidij summæ duorum angulorum oppositorum, ad tangentem differentiæ infra vel supra dimidium.
VI. Vt latus maximum ad summam reliquorum laterum: ita differentia reliquorum laterum ad segmentum lateris maximi: quo dempto, in relicti dimidium perpendiculum cadit. Sequuntur axiomata 4 proportionum ad triangulorum sphæricorum solutionem sufficientia.

Axioma primum.

In triangulis sphæricis rectangulis pluribus, acutum ad basim eundem habentibus, sinus hypotenusarum & perpendiculorum omnes sunt inter se proportionales.

In iisdem, sinus basium & tangentes perpendiculorum omnes sunt inter sese proportionales.

II. In triangulis sphæricis vniuersis, sinus laterum sinibus oppositorum angulorum sunt directè propotionales.

IV. In jisdem, Si duo latera sigillatim quadrantibus minora, primum ipsa inter sese, deinde latus minus cum complemento maioris componas: Et sinui arcus compositi posterioris sinum complementi arcus compositi prioris subtrahas, vel sinum excessus addas, vt est radius ad medietatem rectæ per illam siue substractionem, siue additionem factæ: ita sinus versus anguli à dictis duobus lateribus comprehensi ad rectam, qua subtracta de sinu arcus compositi posterioris, relinquitur sinus complementi terij lateris, vel, de qua subtractus sinus arcus compositi posterioris relinquit sinum excessus tertij lateris. Quorum omnium plures casus, & exempla plurima apud Autorem videri possunt.

De vsu, & constructione canonis triangulorum.

His omnibus addo nonnulla ex eiusdem libro 2. & 5 quæ ad dimensionem triangulorum, & ad tabulas sinuum, tangentium, & secantium attinent, vt latera, vel anguli siue puri, siue mixti reperiantur, & adcalculum redigantur, eapropter præcipua notanda subijcio.

I. Omnis dimensio triangulorum fit per regulam auream, quæ datis tribus numeris inter sese proportionalibus reperit quartum.

II. Partes triangulorum, eorumque proportiones numero certo explicari debent, quod fieri nequit in vllorum angulorum mensura, nec

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

in sphæricorum lateribus, nisi quidquid est curuilineum ad rectas lineas reducatur, cum proportio recti, & curuilinei necdum inuenta sit.
III. Hæc reductio fit definiendo quantitatem rectarum ad circulum applicatarum respectu radij: quæ sunt sinus recti & versi, & tangentes atque secantes. qua definione tabulæ construuntur.
IV. Sinus rectus est semissis subtensæ dupli arcus, qui est eidem in arcu quadrante minori, & maiori vsque ad semicirculum: cum autem sinum rectum complementi audis, intellige complementi arcus quadrante minoris.
V. Sinus rectus est quæcumque perpendicularis ducta in diametrum ex altero arcus termino.
VI. Sinus rectus complementi est æqualis segmento diametri inter sinum rectum arcus, & centrum intercepti.
VII. Sinus versus est segmentum diametri inter sinum rectum & circumferentiam interceptum, qui est maior, cùm est sinus arcus quadrante maioris, minor vero, minoris.
VIII. Tangens est recta perpendicularis ducta à secante in extremitatem diametri ad alterum arcus terminum.
IX. Secans est recta per alterum arcus terminum vsque ad summitatem tangentis ducta.
X. Cùm autem nullæ tangentes, aut secantes possint esse arcuum quadrante maiorum; tabulæ sinuum rectorum, quæ solæ necessariæ sunt, non vltra quadrantem extenduntur, cum arcum quadrante maiorum sinus sunt ijdem qui minorum: at verò tabulæ sinuum versorum vsque semicirculum extendi possunt.
XI. Tabulæ vulgò construuntur ad singula prima minuta, Rhetico tamen ad decimas minutorum secundorum.
XII. Porrò radius certarum partium assumi debet, ad quem omnes sinus secantes, & tangentes ferè irrationales sunt; quapropter nullæ tabulæ exactæ dari possunt: quæ tamen tales esse debent, vt nullus numerus absit à vero per integram earum partium, quarum radius est assumptus.
XIII. Vt nullus error committatur in tabularum constructione, & fractiones nullum negotium facessant, tantus radius assumatur, vt error in tot à sinistra numeris, quot in tabulis collocare volumus, nullus inesse possit, & numeri à dextra versus sinistram erronei post supputationem finitam abscindantur: vt cùm Regiomontanus supputauit tabulas ad partes radij 6000000. sumpsit radium partium 60000000000. vt post supputationem quatuor notas abscinderet. Rheticus verò assumpsit radium partium 1000000000000000. vt haberet radium

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

partium 1000000000. & post supputationem abscidit 5. notas de singulis sinibus à sinistra dextrorsum: autor verò radium partium 100000, tantùm assumit.

XIV. Primò sinus recti arcuum quadrante minorum in iisdem partibus radij quærendi: ex quibus inuentis deducantur sinus versi, secantes & tangentes: illi autem sinus recti, è quibus alij deducuntur, dicuntur primarii, qui 3. statuuntur, nempe semisses laterum quadranguli, sexanguli, & decanguli circulo inscriptorum: id est, sinus graduum 45.30. & 18. latus enim quadranguli æquè potest duobus radiis; latus sexanguli æquale est radio; & latus decanguli est maius segmentum radij proportionaliter secti: secatur autem recta quæcumque proportionaliter, cum segmentum maius ita se habet ad minus, vt tota ad segmentum maius.

XV. Reliqui verò sinus, qui secundarij vocantur, ex primariis reperiuntur per inuestigationem sinuum complementorum, arcuum dimidiorum, & duplorum, & sinuum summæ, vel differentiæ duorum arcuum inæqualium coniunctim quadrante minorum. Quibus positis addit in quinto libro compendia quædam canonis condendi, & vsurpandi, quæ sequuntur.

XVI. Differentia sinuum arcuum duorum à 60. gradibus hinc inde pariter distantium, est æqualis sinui distantiæ: vnde sinibus datis 60. quorumque graduum, sinus reliquorum 30. per solam additionem, vel substractionem reperiuntur.

XVII. Differentia tangentium duorum arcuum quadrantem simul adimplentium est dupla ad tangentem differentiæ arcuum: quapropter datis tangentibus duorum arcuum quadrantem simul adimplentium, datur tangens differentiæ duorum illorum arcuum, & contra,

XVIII. Secans arcus est æqualis tangenti eiusdem arcus & dimidij complementi: eapropter datis tangentibus arcus & dimidij complementi, datur eiusdem arcus secans; & contra. Dato secante arcus, vna cum eiusdem arcus tangente, datur tangens dimidij complementi, ibi per additionem, hic per substractionem.

XIX. Secans arcus, cum tangente eiusdem, est æqualis tangenti arcus ex arcu dato & dimidio complemento compositi. Hinc data secante cuiuscumque, vnà cum tangente eiusdem, datur tangens ex arcu dato & dimidio complemento compositi. Et contra: data tangente arcus vna cum tangente arcus ex arcu dato, & dimidio complemento compositis, datur arcus primi secans. Ibi per additionē; hic per substractionem

XX. Vt sinus ad radium, ita radius ad secantem complementi.

XXI. Vt tangens ad radium, ita radius ad tangentem complementi.

Qui plura voluerit, legat πεὸχειεσν, Vietæ, c. 19. l. 8. Responsorum: hoc enim ante libros sphæricorum attulisse sufficit, vt ea possint intelligi quæ ad triangula, & ad eorum sinus pertinent.

Est & alius modus quo triangula per logarithmos soluantur, de quibus Neperus, & Keplerus fusè: sed via communis per tabulas sinuum plerisque magis naturalis, & commodior esse videtur; id tamen habet commodi via logarithmica, vt sola multiplicatione, & additione diuisionem in alia methodo necessariam suppleat. Quidquid sit, vtrôque modo ex latetibus angulos, & ex angulis latera vel purè, vel mixtim assequimur; nam ex sex in triangulo spectandis, nempe tribus lateribus, & tribus angulis, tribus quibuslibet datis, tria reliqua facile innotescunt. Hinc datorum in triangulo quocumque sex species oriuntur: duæ puræ, scilicet vbi tria latera solùm, aut tres anguli solùm dantur: reliquæ 4. mixtæ sunt, cum nempe duo latera, & angulus vnus datus est, qui vel datis lateribus comprehenditur, aut alterutro datorum laterum opponitur: aut cum duo anguli cum vno laterum dati sunt, siue latus illud alterutri datorum angulorum opponatur, siue ei adiaceat: quæ sphæricis præposuisse, *Theotime*, satis superque fuerit,

Nunc autem Theodosij, Menelai, atque Maurolyci sphærica aggredior, quibus omnia complecti possis animo quæ ad singulos sphæræ tam cœlestis quam terrenæ circulos attinent, nihil vt esse possit in vtrôque mundo, ex quo ad mundi conditorem non exurgas.

THEODOSII SPHÆRICORVM ELEMENTORVM ex traditione Maurolyci.

LIBER PRIMVS.

DEFINITIONES.

I. SPhæra est figura corporea vna quidem superficie cõtenta, intra quam vnum punctorum existit: à quo omnes lineæ protractæ, quæ illi superficiei occurrunt, sunt ad inuicem æquales.

II. Et punctum illud est sphæræ centrum.

III. Diameter sphæræ est quælibet linea per centrum eius transiens ad superficiem sphæræ extremitates applicans.

IV. Axis autem sphæræ est diameter fixa, super quam sphæra circumuoluitur.

V. Extrema verò axis poli dicuntur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

VI. Polus circuli punctum est in superficie sphæræ, à quo omnes rectæ lineæ ad circumferentiam circuli protractæ sunt ad inuicem æquales.

VII. Circulorum in sphęra à centro elongatio æqualis dicitur, cùm perpendiculares, quæ à centro sphæræ ad circulorum superficies protrahuntur, ad inuicem sunt æquales.

VIII. Circulus magis remotus à centro est, super quem longior cadit perpendicularis.

IX. Superficies super superficiem inclinata dicitur, cùm super communem sectionem superficierum quodlibit punctum signatur: à quo in vtraque duarum superficierum linea recta perpendiculariter erigitur.

X. Et tales duæ lineæ angulum continent acutum.

XI. Inclinatio autem est angulus, qui ab illis duabus rectis lineis continetur.

XII. Angulus inclinationis est differentia recti anguli ad angulum acutum.

XIII. Inclinationes autem superficierum æquales sunt, quæ angulos æquales dicto modo suscipiunt:

XIV. Maior verò inclinatio, quæ minorem suscipit angulum acutum, vel cuius inclinationis angulus maior est.

PETITIO.

Super quodlibet punctum in superficie sphæræ ad datum spatium circulum describere. Vnde punctum illud erit polus circuli.

Propositio Prima.

Cum sphæræ superficiem secat aliqua planâ superficies, sectio facta in superficie sphæræ circulus est.

Corollarium.

Ex hoc itaque manifestum est, quod centrum omnis circuli, signati in sphæra, aut est centrum sphæræ: aut punctum, cui occurrit perpendicularis ducta à centro sphæræ ad superficium circuli.

Propos. II.

Sphæræ propositæ centrum inuenire.

Cor. *Manifestum igitur ex hac est, quod si à centro cuiuslibet circuli in sphæra signati linea perpendicularis ad eius superficiem educatur vtrinque ad sphæricam vsque superficiem, necesse est eam per centrum ipsius sphæræ transire.*

Propos. III.

Si sphæram plana superficies contingat: in vno tantùm puncto contingere necesse est.

Vnde manifestum est, quod signatis duobus punctis in superficie sphæræ: linea recta coniungens signata puncta cadit intra superficiem sphæræ.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Prop. IV.

Sphæram plana superficie contingente, si à puncto contactus ad centrum sphæræ recta linea ducatur, necesse est eam supra superficiem contingentem stare perpendiculariter.

Prop. V.

Si spheram plana superficies contingat: à puncto autem contactus recta linea ad contingentem superficiem perpendiculariter inter sphæram ducatur, in eadem centrum sphæræ esse necesse est.

Prop. VI.

Si in sphæra plures circuli fuerint signati: Qui per centrum sphæræ transierit, omnibus erit maior. Reliquorum autem, hi quidem, quorum longitudo à centro æqualis fuerit erunt æquales: At cuius longitudo maior fuerit, erit minor,

Prop. VII.

Omnis circulus maior in sphæra signatus transit per centrum sphæræ: Et circulorum minorum æqualium æquales sunt à centro sphæræ longitudines Minoris autem eorum maior erit longitudo.

Prop. VIII.

Si in sphæra circulus, qui per eius centrum non transeat, signetur: & à centro sphæræ ad centrum circuli recta linea ducatur, necesse est eam super circuli signati superficiem esse perpendicularem.

Prop. IX.

✠ Omnis perpendicularis ducta à centro sphæræ ad superficiem cuiuslibet circuli in sphæra signati, cùm in ambas partes producitur, transit per polos ipsius circuli.

Propos. X.

✠ Omnis perpendicularis à centro cuiuslibet circuli in sphæra signati in vtramque partem égressa per pulos ipsius circuli transire ex necessitate conuincitur.

Prop. XI.

✠ Omnis linea recta continuans alterum duorum polorum cuiuslibet circuli signati in sphæra cum centro ipsius, ad eius superficiem perpendicularis esse probatur.

Prop. XII.

✠ Omnem perpendicularem ab alterutro duorum polorum alicuius circuli in sphæra signati ad ipsius superficiem ductam in centrum eius cadere necesse est, eamque, si in continuum & directum protrahatur, reliquo polo eiusdem circuli obuiare necesse est.

Prop. XIII.

✠ Omnis recta linea continuans duos polos alicuius circuli in sphæra

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ſignati ſuper ipſum perpendicularis eſſe, ac per eius centrum & centrum ſphæræ tranſire probatur;

Prop. XIV.

✠ Omnis recta linea, quæ alterum duorum polorum alicuius circuli in ſphæra ſignati cum centro ſphæræ continuat, ſi quouſque ex altera parte ſuperficiei ſphæræ obuiet, protrahatur, ſuper reliquum polum ipſius circuli cadere ex neceſſitate conuincitur.

Manifeſtum ergo eſt quod omnis circulus maior tranſiens per alterum polorum alicuius circuli in ſphæra ſignati tranſit per reliquum.

Prop. XV.

✠ Omnis recta linea à centro ſphæræ ad centrum cuiuſlibet minoris circuli in ſphæra ſignati protacta, cúm in ambas partes quod ſuperficiei ſphęræ obuiet producitur, ſupra polis ipſius circuli cadere neceſſariò comprobatur.

Prop. XVI.

Omnes circuli maiores in ſphæra diuidunt ſe inuicem per æqualia.

Prop. XVII.

Omnes circuli in ſphæra ſe inuicem per æqualia diuidentes, ſunt maiores.

Prop. XVIII.

Omnis circulus maior ſecans alium circulum in ſphęra orthogonaliter ſecat, eum per æqualia, & tranſit per polos eius.

Prop. XIX.

Omnis circulus maior ſecans aliquem ex circulis minoribus ſphæræ per æqualia, ſecat eum orthogonaliter, & tranſit per polos eius.

Prop. XX.

Omnis circulus maior tranſiens per polos alicuius circuli ſignati in ſphęra, ſecat eum per æqualia, & orthogonaliter.

Prop. XXI.

Omnis circulus maior, per cuius polos tranſit alius circulus maior in ſphæra, tranſibit viciſſim & per polos illius.

Prop. XXII.

Omnis circulus tranſiens per polos alicuius alterius circuli ſignati in ſphęra eſt circulus maior, & ſecat eum per æqualia & orthogonaliter.

Prop. XXIII.

Omnis circulus ſecans aliquem ex circulis, qui in ſphæra ſunt, per æqualia, & orthogonaliter, eſt circulus maior, & tranſit per polos eius.

Prop XXIV.

Omnis circulus in ſphæra ſignatus à cuius vtrolibet polo perpendi-

cularitet

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

cularis ad ipsum ducta æqualis est semidiametro eius, est circulus maior.

Lemma.

Si à puncto in diametro circuli signato ducatur ad peripheriam recta linea æqualis vtrilibet portionum diametri punctum signatum erit centrum circuuli.

Prop. XXV.

✠ Omnis recta linea, quæ à polo alicuius maioris circuli in sphæra signati ad ipsius peripheriam protrahitur, est æqualis lateri quadrati in eodem circulo designati.

Prop. XXVI.

Omnis circulus in sphæra signatus à cuius polo ad ipsius peripheriam linea protracta æqualis est lateri quadrati, quod in eo describitur, est circulus maior,

Prop. XXVII.

Omnis circulus, à cuius polo recta linea ad ipsius peripheriam ducta est æqualis lateri quadrati maiori circulo in sphæra signato inscripti est circulis maior.

Prop. XXVIII.

Proposita sphæra, circuloque in ea dato, rectam lineam æqualem diametro ipsius circuli exponere.

Prop. XXIX.

Data sphæra rectam lineam diametro ipsius æqualem exponere.

Prop. XXX.

Si à polo alicuius circuli in sphæra signati recta linea ad sphæræ superficiem ducatur, quæ sit æqualis lineæ ab eodem polo super circuli ipsius peripheriam descendenti, necesse est eam in eiusdem circuli peripheriam terminari.

Prop. XXXI.

Quibuscumque duobus punctis in sphæræ superficie datis, circulum maiorem, qui per ea transeat, designare.

Prop. XXXII.

Circuli in sphæra signati polum inuenire.

Ex hoc autem manifestum, est quod omnium circulorum maiorum in sphæra descriptorum, quicumque transit per polos alterius: & reliquus quoque versa vice transibit per polos ipsius. Amplius autem omnes maiores circuli orthogonaliter se inuicem secantes vterque per alterius polos transeunt.

Prop. XXXIII.

In sphæræ superficie, puncto signato, si ab eo in alicuius circuli in eadem sphæra descripti peripheriam plures, quàm duæ rectæ lineæ ductæ fuerint æquales: punctum illud polum eiusdem circuli esse necesse est.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Propos. XXXIV.

Æquales sibi inuicem sunt cuncti circuli in sphæra signati, à quorum polis rectæ lineæ ad ipsorum peripherias fuerint æquales. Contra & in circulis æqualibus in sphæra signatis rectæ lineæ à polis ad peripheriam terminatæ sunt ad inuicem æquales.

LIBER SECVNDVS

THEODOSII DEFINITIO.

Circuli in sphæra se inuicem contingentes dicuntur, quorum communis sectio est vtrumque contingens.

Propositio prima.

✠ Quicumque circuli in sphæra sunt æquidistantes, eosdem polos habere probantur. *Probl.* II.

✠ Quicumque circuli in sphæra habent eosdem polos, sunt æquidistantes.

Propos. III.

✠ Circuli æquales & æquidistantes in sphęra non erūt, nisi duo tātùm.

Propos. IV.

✠ Omnes duo circuli in sphæra secantes super vnum idemque puuctum aliquem circulum maiorem per amborum polos transeuntem, in eodem puncto inuicem sese contingent.

Propos. V.

✠ Omnis maior circulus in sphæra transiens per polos duorum circulorum sese contingentium transibit per locum contactus.

Propos. VI.

✠ Duobus circulis se inuicem in sphæra contingentibus, circulus maior, qui transit per polos vnius eorum, & per punctum contactus, transit etiam per polos alterius.

Propos. VII.

✠ Omnis circulus maior contingens aliquem circulum in sphæra, contingit alium ei æqualem & æquidistantem.

Propos. VIII

Si fuerint in sphæra duo circuli æquales & æquidistantes: Quicumque circulus maior vnum eorum contingit, alterum quoque contingere necessariò probatur. *Propos.* IX.

Omnes duo circuli æquidistanter in sphæra, quos aliquis maior

circulus contingit, ſibi inuicem ſunt æquales.

Propoſ. X.

Omnis maior circulus ſuper alium circulum maiorem in ſphæra inclinatus contingit duos circulos æquales ad inuicem: eique ſuper quem inclinatur æquidiſtantes.

Propoſ. XI.

Omnis circulus maior contingens aliquem circulum ſignatum in ſphæra inclinatus eſt ſuper maiorem circulum, cui æquidiſtat circulus quem contigit.

Propoſ. XII.

✠ Omnis circulus maior tranſiens per polos duorum circulorum ſe inuicem in ſphæra ſecantium, diuidit vtraſque portiones eorum per æqualia.

Propoſ. XIII.

Duobus quibuſcumque circulis ſe inuicem in ſphæra quomodolibet ſecantibus, quicumque circulus diuidit vtraſque portiones eorum per æqualia, eſt circulus maior, & tranſit per polos eorum.

Propoſ. XIV.

Si circulus maior ſecet per æqualia ſingulas duas portiones circulorum duorum ſe inuicem in ſphæra ſecantium, portiones, inquam, ſiue eiuſdem, ſiue diuerſorum circulorum, arcum tamen habens inter tales portiones minimè ſemicirculo æqualem: idem reliquas duas earumdem portiones per æqualia ſingulas ſecabit per ipſorum polos incidens.

Propoſ. XV.

Si in ſphæra fuerint circuli æquidiſtantes, per quorum polos circuli maiores ducantur. Arcus circulorum æquidiſtantium, qui ſunt inter circulos maiores, erunt ſimiles: Et arcus circulorum maiorum, qui ſunt inter circulos æquidiſtantes, erunt æquales.

Propoſ. XVI.

Si ſupra diametros circulorum æqualium æquales circulorum portiones ſuper ipſos circulos orthogonaliter erigantur: ſuper quas duo puncta eas per inæqualia ſed æqualiter diuidentia ſignentur, quæcumque rectæ lineæ æquales ad inuicem ab his punctis in circulorum peripherias deſcendunt, ſeparant ex eis à diametrorum extremitatibus æquos arcus: Et lineæ, quæ à diametrorum extremis ex eis ſeparant æquos arcus, ſibi inuicem ſunt æquales.

Propoſ. XVII.

Circulo minore propoſito, punctoque in eius peripheria ſignato, circulum maiorem, qui ipſum ſuper punctum ſignatum contingat deſcribere.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Propos. XVIII.

Si in sphęra fuerint plures circuli æquidistantes, vnum quorum duo circuli maiores contingant. & reliquos secent, Erunt portiones circulorum æquidistantium, quæ sunt inter medietates circulorum duorum, quæ non concurrunt, similes: Et portiones circulorum maiorum, quæ sunt inter circulos æquidistantes, erunt æquales.

Propos. XIX.

Dato circulo minore in sphęra, punctoque sphęræ in superficie inter ipsum & alium sibi æqualem, & æquidistantem assignato, maiorem circulum, qui per signatum punctum transeat, circulumque datum contingat describere.

Vnde manifestum est, quod per punctum in superficie sphæræ signatum inter duos circulos æquales & æquidistantes possunt semper describi duo circuli maiores, qui contingant dictos æquidistantes.

Propos. XX.

Omnes circuli maiores ex circulis æquidistantibus in sphęra inter se arcus similes separantes, aut transeunt per polos ipsorum, aut contingunt vnum & eundem ex illis æquidistantibus.

Propos. XXI.

Omnes circuli æquidistantes in sphęra, quos secat aliquis circulus maior, separantes à duabus partibus circuli maioris, qui est vnus ex æquidistantibus, æquos arcus ex circulo secante sibi inuicem sunt æquales. Qui autem ex eis maiorem arcum separat, minor esse conuincitur.

Propos. XXII.

Quicumque circuli in sphęra sunt æquales & æquidistantes, separant ex omni circulo maiori, qui secat eos, à duabus partibus maioris circuli, qui est vnus ex æquidistantibus, æquos arcus. Qui autem est maior, minorem.

Propos. XXIII.

Omnis circulus maior secans circulos quotlibet æquidistantes in sphæra, & inclinatus super ipsos diuidit eos omnes in duas partes inæquales, præter circulum maiorem, qui eis æquidistat: vnaquæque autem portionum apparentium, quæ sunt inter circulum maiorem ex æquidistantibus & polum manifestum, est semicirculo maior. At verò quælibet earum, quæ sunt inter eundem circulum maiorem & polum occultum, est semicirculo minor. Coalternæ autem portiones circulorum æquidistantium & æqualium sunt ad inuicem æquales.

Propos. XXIV.

Si circulus maior in sphæra secet quemlibet æquidistantium circulorum per quorum polos ipse non transit, erunt portiones eorum ap-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

parentes inter circulum maiorem ex æquidiſtantibus & polum manifeſtum interceptæ, quæ polo propinquiores exiſtunt, maiores portionibus ſimilibus, portionibus quæ ab eodem polo remotiores exiſtunt.

Prop. XXV.

Si in ſphæra maiores circuli ſuper alios maiores circulos fuerint inclinati, quorum poli altiores fuerint à ſuperficiebus circulorum ſuper quos inclinantur, eorum erit inclinatio maior. Quorum autem poli æquè alti fuerint, eorum inclinationes neceſſe erit eſſe æquales.

Et manifeſtum eſt ſimul quod ſi circulorum maiorum in ſphæra ſuper alios circulos inclinatorum poli æquè remoti ſunt à polis eorum, ſuper quos inclinantur: eorum inclinationes æquales erunt: cuius verò polus vicinior fuerit polo eius, ſuper quem inclinatur, eius inclinatio maior erit.

E contrario verò, quorum inclinatio maior fuerit: Eorum poli altiores erunt à ſuperficiebus circulorum, ſuper quos inclinantur: Quorum autem inclinationes æquales fuerint, eorum polares altitudines æquales eſſe neceſſe eſt.

Æquas circulorum inclinationes æquales polorum diſtantiæ: Et maiorem inclinationem maior polorum vicinitas ſequetur.

Propoſ. XXVI.

✠ Circuli maiores in ſphęra ſuper circulum maiorem, cuius æquidiſtantem circulum tangunt, æqualiter inclinantur. Et ſi circuli maiores ſuper circulum maiorem æquè inclinati ſunt, contingent circulum ei, ſuper quem inclinati ſunt, æquidiſtantem Qui autem maiorem æquidiſtantem contingit, magis inclinatur. Et qui magis inclinatur, continget maiorem æquidiſtantem.

Propoſ. XXVII.

✠ Circulorum maiorum in ſphęra ſuper aliquem circulum maiorem æqualiter inclinatorum poli ſunt in peripheria circuli æquidiſtantis ei, ſuper quem inclinantur. Contra, ſi circulorum maiorum poli ſint in peripheria circuli æquidiſtantis ei, ſuper quem inclinantur, æquales erunt eorum inclinationes.

Propoſ. XXVIII.

Si ſupra diametrum circuli portio quælibet circuli orthogonaliter erigatur, cuius peripheria in duo inæqualia ſecetur: & à puncto ſectionis ad peripheriam circuli ſupra quem ipſa erecta eſt, plurimæ rectæ lineæ protrahantur: Tunc ex eis, quæ minori arcui ipſius portionis ſubtẽdetur, omnium erit minima: Quæ autem maiori, omnium erit maxima. Cęteræ autem tanto maiores erunt, quanto à minima remotiores: tanto breuiores, quanto eidem propinquiores. Duæ verò vtrinque ab eadem æqualiter diſtantes erunt ad inuicem æquales.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Propos. XXIX.

Si circulum recta linea præter centrum secet, super quam portio circuli non maior semicirculo ad ipsum circulum orthogonaliter erigatur: & huius portionis peripheria in duo inæqualia diuidatur: & à puncto diuisionis ad maiorem arcum circuli, super quem portio ipsa erigitur, plurimæ rectæ lineæ demittantur: tunc ex eis, quæ minori arcui portionis subtenditur, omnium erit breuissima: Quæ autem terminat diametrum trãseuntem per punctum, in quo perpendicularis à puncto diuisionis portionis descendens ad planum circuli plano ipsi occurrit, omnium erit longissima; earum verò, quæ inter extremitatem minoris arcus, & huius diametri cadent, semper propinquior extremitati minoris arcus breuior erit. At verò earum, quæ inter extremitatem eiusdem diametri & extremitatem maioris arcus ceciderint, illa quæ maiori arcui subtenditur, erit omnium breuissima, eique semper vicinior, breuior erit.

Prop. XXX.

Si ex circulo linea recta portionem semicirculo non minorem abscindat, super quam describatur portio circuli semicirculo non maior, quæ inclinata sit super portionem semicirculo non maiorem: At arcus huius portionis inclinatæ in duo inæqualia diuidatur, ac etiam à puncto diuisionis ad arcum portionis semicirculo non minoris plurimæ rectæ lineæ demittantur, tunc ex eis quæ minori arcui portionis inclinatæ subtenditur, omnium erit breuissima. Quæ autem diametrum terminat transeuntem per punctum in quo perpendicularis à puncto diuisionis descendens in superficiem circuli, ipsi superficiei occurit, omnium erit longissima. Earum verò, quæ inter extremitatem huius diametri, & minoris arcus cadent, semper vicinior extremo minoris arcus breuior erit. At verò earum, quæ inter extremitatem eiusdem diametri, & maioris arcus ceciderint, illa quæ maiori arcui subtenditur, erit omnium breuissima, eique semper propior breuior erit.

Prop. XXXI.

Si in sphęræ superficie intra circuli cuiuscumq; peripheriam pũctum præter polum signetur, & ab eo ad ipsam perpheriam plurimi arcus circulorum maiorum ducantur, tunc ex eis qui per circuli polum transierit, omnium erit maximus: qui verò ei adiacet, omnium erit minimus. Cæterorum autem, quanto quilibet maximo transeunti per polum propinquior, tanto maior: duo verò ab eodem, siue à breuissimo vtrinque æqualiter distantes, inuicem æquales erunt.

Prop. XXXII.

Si in sphæra extra cuiuslibet circuli peripheriam punctum præter

polum ſignetur: & ab eo ad peripheriam circuli plurimi arcus circulorum maiorum ipſum ſecantes ducantur: Tunc ex eis, qui per circuli polum tranſierit, omnium erit maximus. Qui verò ei adiacet propinquior, ſemper maior erit. Partialium autem arcuum extrinſecorum peripheriæ applicatorum, qui tranſeuntis per polum pars eſt, erit omnium breuiſſimus: Qui verò ei magis appropinquat, breuior eſt. Duoque demum à breuiſſimo, aut longiſſimo æqualiter vtrinque remoti æquales erunt.

Propoſ. XXXIII.

Si quem circulum in ſphera quilibet maior circulus contingat, ac ſui æquidiſtantem inter ipſum & ſphæræ centrum cadentem idem circulus maior ſecet: fueritque vnus duorum polorum huius circuli maioris inter duos prædictos æquidiſtantes interceptus: Tunc quicumque maiores circuli illum duorum æquidiſtantium, qui poſitus eſt ſecari, contingunt, ſunt ſuper primum maiorem circulum inclinati: eritque illius, qui contingit ipſum punctum ſuper punctum medium minoris portionis, maxima inclinatio, & minima altitudo: eius autem, qui contingit ipſum ſuper punctum medium maioris portionis, erit inclinatio minima, & maxima altitudo. Cęterorum àutem, quanto punctum contactus vicinius erit puncto medio portionis minoris, tanto erit inclinatio maior, & minor altitudo. Duorum verò, quorum contactus à medio puncto ipſius minoris portionis æqualiter diſtant, erunt & inclinationes & altitudines æquales. Poli autem omnium horum circulorum contingentium ſuper peripheriam vnius circuli duobus primis æquidiſtantibus æquidiſtantis, ac vtraque eorum minoris neceſſariò erunt.

Propoſ. XXXIV.

Si quem circulum in ſphæra quilibet circulus maior contingat, & illius æquidiſtantem inter ipſum & ſphęræ centrum cadentem idem circulus maior ſecet, fueritque vnus duorum polorum huius maioris circuli inter duos prædictos æquidiſtantes interceptus; tunc quicumque duo maiores circuli illum duorum æquidiſtantium, qui poſitus eſt ſecari, contingunt ſuper duo puncta à locis, in quibus maiorem circulnm ſecant primum, æqualiter diſtantia, ſunt ſuper ipſum maiorem circulum æqualiter inclinati.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

THEODOSII SPHÆRICORVM,

LIBER TERTIVS.

Propositio prima.

CVm in ſphæra duo circuli maiores ſe inuicem ſecant: ſi ab alterutra duarum ſectionum ex vtroque eorum duo arcus æquales ad inuicem, quos punctum commune ſectionis eorum continuet, ſeparentur, tunc rectas lineas, quæ eorum extremitates continuant, oportet eſſe inter ſe æquales.

Propoſ. II.

Si duo circuli magni in ſphæra ſe inuicem ſecent: ex vno quorum ſeparentur duo arcus æquales, qui continuentur ad vnam duarum ſectionum: & protrahantur duæ ſuperficies æquidiſtantes per extremitates duorum arcuum ſeparatorum, abſcindenteſque ex reliquo circulo à puncto dictæ ſectionis duos arcus minores duobus prioribus: fueritque altera iſtarum duarum ſuperficierum æquidiſtantium, concurrens cum communi ſectione duorum circulorum extra ſphęram à parte illius puncti, ad quem continuantur arcus ſeparati: Tunc erunt arcus, quos hæ duæ ſuperficies ſeparant de circulo ſecundo à duabus partibus puncti ſectionis inæquales: maiorque eorum erit arcus, qui eſt inter communem ſectionem & ſuperficiem, quæ cum communi prædicta planorum circularium ſectione non concurrit.

Propoſ. III.

Si circulus maior in ſphæra fuerit ſuper alium circulum maiorem inclinatus: fuerintque duo arcus circuli inclinati æquales continui ſeparati per tres circulos æquidiſtantes ab eadem parte maioris circuli, qui eis æquidiſtat: tunc erunt duo arcus circuli maioris tranſeuntis per polos circulorum æquidiſtantium, & circuli inclinati, quos iidem æquidiſtantes ſeparant, inæquales, maiorque eorum erit, qui propinquior fuerit circulo maiori ex circulis æquidiſtantibus.

Propoſ. IV.

✠ Si circulus maior in ſphæra fuerit ſuper alium circulum maiorem inclinatus: fuerintque ex vna qualibet quarta circuli inclinati, cuius principium ſit alterutra duarum ſectionum duo arcus æquales continui ſeparati: tunc arcus circulorum magnorum à polo alterius per extremitates duorum arcuum ſeparatorum in ipſius peripheriam deſcen-

descendentes ex ipsa periphęria arcus inęquales abscindent: quorum ille erit maior, qui erit ab eorum communi sectione remotior.

Prop. V.

✠ Si super maiorē circulum in sphęra contingentem duos circulorum ęquidistantium fuerit alius maior circulus inclinatus, contingēs duos eorumdem circulorum ęquidistantium prædictis duobus maiores, fuerintque loca contactuum super primnm circulum maiorem, ex circulo autem inclinato separati fuerint duo arcus æquales continui ab eadem parte circuli maioris ex æquidistantibus: tunc tres circuli æquidistātes transeuntes per extremitates duorum arcuum separatorum separabunt ex primo circulo maiore arcus inæquales, quorum qui propinquior erit maiorum circulorum æquidistantium, erit maior.

Prop. VI.

✠ Si super circulū maiorem in sphæra contingentem duos circulorum æquidistantium fuerit alius maior circulus inclinatus contingens duos eorumdem æquidistantium prædictis duobus maiores, fuerintque loca contactuum super primum circulum maiorē: ex circulo autem inclinato separati fuerint duo arcus æquales continui ab eadem parte circuli maioris ex ęquidistantibus: tunc tres circuli maiores cōtingentes duos primos æquidistantes, quos contingit circulus maior primus, transeuntes per extremitates duorum arcuum separatorum separabunt ex circulo maiore circulorum æquidistantium duos arcus inæquales, quorum qui propinquior erit circulo maiori primo, maior erit.

Prop. VII.

Si circulus maior in sphæra fuerit super alium maiorem circulū inclinatus: fuerintque duo arcus circuli inclinati æquales non continui separati per quatuor circulos æquidistantes ab eadem parte maioris circuli qui eis æquidistat: Tunc erunt duo arcus circuli maioris transeuntis per polos circulorum æquidistantium, & circuli inclinati quos æquidistantes separant, inæquales: maiorque eorum erit, qui propinquior fuerit circulo maiori ex æquidistantibus.

Prop. VIII.

Si circulus maior in sphæra super aliū maiorem circulum fuerit inclinatus: fuerintque ex vna qualibet quarta circuli inclinati, cuius principium sit alterutra duarum sectionum duo arcus æquales non continui separati: tunc arcus circulorum magnorum à polo alterius per extremitates horum duorum arcuum in ipsius peripheriam descendentes ex ipsa peripheria arcus inæquales abscindent: quorum ille

erit maior, qui est ab eorum communi sectione remotior.

Prop. IX.

Si super circulum maiorem in sphæra contingentem duos circulorum æquidistantium fuerit alius maior circulus inclinatus contingens duos eorumdem circulorum ęquidistantium, prædictis duobus maiores: fuerintque loca contactuum super primum circulum maiorem, ex circulo autem inclinato separati fuerint duo arcus æquales non continui ab eadem parte circuli maioris ex æquidistantibus: tũc quatuor circuli æquidistantes transeuntes per extremitates duorum arcuum separatorum, separabunt ex primo circulo maiore duos arcus inæquales: quorum, qui propinquior maiori circulo æquidistantium, erit maior.

Prop. X.

Si super circulum maiorem in sphæra contingentem duos circulorum ęquidistantium fuerit alius maior circulus inclinatus contingens duos eorumdem æquidistantium prædictis duobus maiores: fuerintque loca contactuum super primum circulum maiorem: ex circulo autem inclinato separati fuerint duo arcus æquales non continui ab eadem parte circuli maioris ex æquidistantibus, tunc quatuor circuli maiores contingentes duos primos æquidistantes, quos contingit circulus maior primus, transeuntes per extrema duorum arcuum separatorum, separabunt ex circulo maiore circulorum æquidistantium duos arcus inæquales, quorum, qui propinquior erit circulo maiori primo, maior erit.

Prop. XI.

Si polus circulorum æquidistantium supra lineam continentem circulum maiorem fuerit, & secuerint hunc circulum duo circuli maiores orthogonaliter: quorum vnus sit ex circulis æquidistantibus, & alter sit inclinatus super circulos æquidistantes. & signata fuerint supra circulum inclinatum duo puncta qualitercumque contingat in vna & eadem parte à circulo maiore, qui est ex circulis æquidistantibus, & producti fuerint circuli maiores à polo per puncta signata, tunc erit proportio arcus circuli maioris ex æquidistantibus cadentis inter circulum primum maiorem, & sibi propinquum per eosdem polos, & vnum punctorum signatorum productum ad arcum circuli inclinati inter eosdem circulos interceptum maior, quàm proportio arcus circuli maioris ex æquidistantibus cadentis inter circulos productos per puncta signata ad arcum circuli inclinati inter signata puncta recepti.

Prop. XII.

Si polus circulorum æquidistantium fuerit supra lineam continen-

tem circulum maiorem: & secuerint hunc circulum duo circuli maiores orthogonaliter: quorum vnus sit ex circulis æquidistantibus, & alter super eos inclinatus: Et fuerit alius circulus maior secans circulum inclinatum inter circulum maiorem ex æquidistantibus, & inter circulum, quem circulus inclinatus cōtingit ex ipsis æquidistantibus, & fuerit transiens per polos æquidistantium, tunc proportio diametri sphæræ ad diametrum circuli, quem contingit circulus inclinatus, erit maior proportione arcus circuli maioris æquidistantium cadentis inter circulos, qui per polos æquidistantium ab arcum circuli inclinati inter eosdem circulos interceptum.

Prop. XIII.

Iisdem suppositis, proportio diametri sphæræ ad diametrum circuli ex æquidistantibus, transeuntis per sectionem vltimi circuli maioris, & circuli inclinati, erit minor proportione arcus circuli maioris æquidistantium cadentis inter circulos, qui polos per æquidistantium ad arcum circuli inclinati inter eosdem circulos clausum.

Prop. XIV.

Cum in sphæra fuerint duo circuli maiores contingentes vnum & eundem circulum ex circulis æquidistantibus, & separauerint inter se ex circulis æquidistantibus arcus similes. Et fuerit alius arcus circulus maior inclinatus super circulos æquidistantes contingens duos circulos maiores duobus circulis, quos duo primi circuli contingebant, & secuerit ipsos duos circulos primos inter circulum maiorem ex æquidistantibus, & circulum, quem contingunt duo primi circuli: tunc proportio diametri sphæræ ad diametrum circuli, quem contingit circulus inclinatus, est maior, quàm proportio arcus circuli maioris ex circulis æquidistantibus cadentis inter circulos primos, qui contingunt eundem circulum, ad arcum circuli inclinati inter eosdem circulos interceptum.

Prop. XV.

Cum circuli æquidistantes in sphæra fuerint, separantes ex aliquo circulo maiore arcus æquales ab ea parte, qua sequitur circulus maior, qui est ex æquidistantibus: & descripti fuerint circuli maiores per arcuum separatorum terminos qui aut transeant per polos circulorum æquidistantium, aut contingant vnum & eundem circulum ex æquidistantibus, tunc ipsi separabunt ex circulo maiore æquidistantium angulos æquales: Et ipsorum arcus à maiore æquidistantium hinc inde ad minores recepti sunt æquales.

Prop. XVI.

Cum in sphæra tetigerit circulus maior aliquem ex circulis æquidi-

stantibus, qui sunt in sphæra: & fuerit circulus alius inclinatus super circulos æquidistantes contingens duos circulos æquidistantes maiores circulis, quos primus circulus contingit: Tunc hi duo circuli separabunt inter se ex circulis æquidistantibus arcus dissimiles: Et quicunque horum arcuum fuerit magis propinquus vni duorum polorum, quicunque fuerit, erit maior arcu sui circuli simili ei, qui est magis remotus ab eo.

PRÆFATIO IN SPHÆRICA MENELAI.

MENELAVS, qui & Mileus, Geometra præstantissimus, per annos fermè centum ante Ptolomæum stellas Romæ ac Rhodi obseruasse narratur in ipsis magnæ constructionis libris, vbi Ptolomæus suas cum illius obseruationibus confert. Scripsit hic post Theodosium, qui sphærica elementa primus tradidit, sphæricorum libellos tres acutissimis demonstrationibus refertos. Ex quorum tertio Ptolomæus sumpsisse videtur quidquid de sphæralibus triangulis tradidit in primo & secundo sui magni voluminis. Hos Menelai libellos cùm ego in antiquis ex membrana codicibus reperissem, conatus sum eos, quoniam corruptissimum erat exemplar, emendare, ac restituere, necnon quamplurimis tum necessariis, tum argutis ad augere propositionibus. Audierimus Tebitij supplementum in dictas Ptolomæi demonstrationes: quippe quod non minus huc pertinet. Nam quod hic Menelaus in principio tertij, & Ptolomæus in fine primi hinc sumptum ostendit, Tebitius correxit supplens quod in demonstrando fuerat omissum: ac deinde faciliùs demonstrauit: Tum etiam, quod ad rem pertinet, cum vna ratio componitur ex duabus, duo de viginti modos compositionis esse tantùm, certis concludit argumentis, sed ante Menelai lectionem hæc prælibanda duximus, Angulum sphæralem esse eum, qui in sphæræ superficie sub arcubus magnorum circulorum continetur. Talem autem angulum rectum esse circulis se inuicem orthogonaliter secantibus: acutum angulum esse recto minorem: obtusum verò maiorem.

✠ Æquales sphærales angulos esse illos, qui sub arcubus circulorum æquos ad angulos inclinatorum continentur. Triangulum sphærale esse, quod sub tribus arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ comprehenditur. Nadir arcus cuiuspiam esse rectam siue chordam, quæ duplo ipsius arcus subtenditur. Sinum rectum alicuius

arcus esse dimidium ipsius nadir, seu chordæ dupli eiusdem arcus. Vnde manifestum est, quod quidquid Menelaus de ipsis nadir arcuum demonstrauit, idem de sinibus, & è contrario, concludi potest.

✠ Ptolomæus quoque Menelaum sequutus chordam dupli propositi arcus in demonstrationibus accipit. Nos autem Ioannem de Monte-regio, & Georgium Peurbachium imitati, pro chorda dupli, sinum ipsius arcus breuitati consulentes consideramus: quandoquidem vtrobique demonstratio est eadem. Et vbicumque opus fuerit inter demonstrandum, Euclidis elementa, ac Theodosij sphærica, quæ necessariò præmittenda sunt, citabuntur.

MENELAI SPHÆRICORVM,

LIBER PRIMVS.

PROPOSITIONES.

Propositio prima.

PRopositis in sphæræ superficie duobus circulis æqualibus, dato in vno eorum arcui æqualem arcum in reliquo ab assignato puncto abscindere.

Prop. II.

Super assignatum punctum arcus circuli magni in superficie sphæræ angulum sphæralem dato angulo sub duobus arcubus circulorum magnorum in eadem superficie contento æqualem constituere.

Corollaria.

I. Hinc ergo manifestum est, quod anguli sub arcubus circulorum magnorum in superficie sphæra contenti, qui æquos arcus assumunt de circulis æqualibus, ad quorum polos sunt constituti, sunt inuicem æquales. Contra, si anguli fuerint æquales, & assumpti quoque arcus inuicem erunt æquales.

II. Et quando duo circuli maiores in superficie sphæræ se inuicem secant, anguli sub illis contenti contra positi & oppositi sunt æquales.

III. Item si circuli se se orthogonaliter secant: rectos faciunt angulos: Et è contrario, si recti sunt anguli; circuli se se orthogonaliter secant.

IV. Item si angulus sphæralis quadrantem assumat de circulo, ad cuius polum constitutus est, rectus est contra, & rectus sphæralis angulus quadrantem assumit de circulo, ad cuius polum constituitur.

V. Demum angulus sphæralis minus quàm circuli quartam assumens

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

de circulo, ad cuius polum constituitur, acutus est: Et è contrario, plus verò quàm circuli quartam assumens, obtusus est, & è contrario.

VI. *Ad summam, anguli sphærales semper sunt proportionales assumptis arcubus circulorum æqualium, ad quorum polos sunt constituti: sicut & ipsi inclinationum anguli, per vltimam sexti elementorum Euclidis.*

Prop. III.

Omnis trianguli duorum æqualium crurum ex circulis magnis in superficie sphæræ, duo anguli super latus tertium positi sunt ad inuicem æquales.

Prop. IV.

Cum æquantur duo anguli trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ; crura æqualis angulis opposita sunt inter se ęqualia.

Prop. V.

Omnium duorum triangulorum ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ, quorum vnus angulus vnius æqualis est vni angulo alterius, & arcus, qui continent angulum vnius, æquales arcubus, qui continent angulum alterius, singuli singulis: Et duo reliqui arcus æquales erunt. Quod si duo reliqui arcus æquales fuerint, tunc & duo anguli, quos continent arcus æquales in duobus triangulis, æquales erunt.

Prop. VI.

Cuiuslibet trianguli ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ quilibet duo arcus simul aggregati sunt maius arcu reliquo.

Prop. VII.

Cuiuslibet trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ tres arcus simul aggregati sunt minus integro circulo.

Coroll.

Et manifestum simul est, quod omnis sphæralis trianguli arcus minor est semicirculo.

Prop. VIII.

Ex tribus datis arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ, triangulum in eadem superficie construere. Oportet autem vt datorum arcuum quilibet sit minor semicirculo, vtque eorum duo quilibet aggregati sint maius reliquo.

Prop. IX.

Cum producuntur à duobus extremitatibus arcus ex arcubus circulorum magnorum continentium triangulum in superficie sphæræ duo arcus concurrentes super punctum vnum infra triangulum:

tunc ipsi producti sunt minores duobus arcubus trianguli.

Prop. X.

Cuiuslibet trianguli ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ angulus vnus fuerit maior altero, arcus, qui subtenditur angulo maiori, maior est arcu, qui subtenditur angulo minori.

Prop. XI.

Omnium duorum triangulorum ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ, quorum vnius duo arcus æquantur duobus arcubus alterius, singuli videlicet singulis: angulus autem sub duobus illis arcubus vnius, maior est angulo contento sub dictis duobus alterius arcubus: tunc & arcus, qui subtenditur angulo maiori, maior est arcu, qui subtenditur angulo minori. Item è contrario, angulus, quem subtendit arcus maior, erit & maior angulo, quem subtendit arcus minor.

Prop. XII.

Cuiuslibet trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ arcus vnus fuerit maior altero: angulus, quem subtendit maior arcus, maior erit angulo quem subtendit minor arcus.

Prop. XIII.

Triangulo cuiuscumque ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphęræ, arcus duo coniuncti ęquales fuerint semicirculo, tunc producto arcu reliquo angulus extrinsecus æqualis est angulo extrinsecus opposito super arcum productum. Si autem duo arcus coniuncti minus sint semicirculo, tunc angulus extra factus maior est angulo dicto interiori. Quod si duo arcus coniuncti semicirculum excedant, angulus exterior minor erit angulo ipso intus opposito.

Prop. XIV.

Contra, si ponatur angulus extrinsecus æqualis angulo sibi intus opposito in productione vnius arcus: tunc reliqui arcus coniuncti semicirculum conficiunt. Si autem extrinsecus angulus intrinseco maior fuerit, tunc reliqui arcus coniuncti minus sunt semicirculo. Si verò exterior angulus minor fuerit interiore, tunc reliqui arcus coniuncti semicirculum excedunt.

Corollaria.

Quæ propositio etiam ostendi potest ex præcedenti, vt destructis contrarijs propositum astruatur.

Manifestum est igitur quod quãdo trianguli sphæralis duo arcus coniuncti conficiunt semicirculum, tunc anguli arcubus illis oppositi coniuncti faciunt duos rectos.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Quando autem duo arcus coniuncti minus fuerint semicirculo, tunc & anguli illis oppositi congregati minus etiam erunt quàm duo recti: At cum duo arcus coniuncti semicirculum excesserint: & anguli quoque eis oppositi simul sumpti duos rectos angulos excedent.

Contra, si trianguli sphæralis duo anguli compositi conficiunt duos rectos; & arcus illis angulis subtensi simul sumpti semicirculum perficient. Quod si duo anguli aggregati minus fuerint, quàm duo recti: tunc & arcus eis subtensi simul positi semicirculum nequaquam attingent. Si demum duo anguli colligati duos rectos excesserint. Et arcus item eis subtensi pariter accepti semicirculum superabunt.

Prop. XV.

Cuiuscumque trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ habentis duo crura æqualia, si fuerint arcus æquales circuli quadrantes, erunt illis oppositi anguli recti. Si autem arcus æquales fuerint quadrantibus minores: Et anguli eis oppositi acuti erunt. Si verò arcus æquiquartas circulorum excesserint: tunc item illis obiecti anguli erunt obtusi. Contra, si in triangulo sphærali isosceles anguli arcubus æquis subtensi recti fuerint, & arcus illi quadrantes erunt: Si autem anguli acuti, & arcus minores quadrantibus. Si obtusi, minores quadrantibus erunt.

Corollarium.

✠ *Vnde manifestum est quod triangulum sphærale æquilaterum ex tribus quadrantibus constructum habet tres angulos rectos: Ex arcubus verò quadrante singulis minoribus, tres acutos: Ex arcubus tandem singulis circuli quarta maioribus, tres obtusos.*

Contra, triangulum sphærale æquiangulum habens tres rectos angulos, habet & tres arcus quadrantes. Habens autem tres acutos, habet tres arcus quadrantibus minores. Habens demum tres obtusos, habet tres arcus circulorum quartis longiores.

Prop. XVI.

Cuiuslibet trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ fuerit vnus arcuum quadrans, & vnus angulorum rectus: Erit & reliquorum arcuum saltem vnus quadrans: & reliquorum angulorum saltem vnus rectus.

Corollarium.

Constat ergo impossibile esse inueniri triangulum sphærale rectangulum, cuius vnus dumtaxat arcus sit circuli quadrans.

Prop. XVII.

✠ Cuiusque trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ fuerint arcus singuli quadrantibus maiores, erunt eius anguli

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

anguli obtusi; Et similiter, si duo arcus excedant quartas modo tertius sit quadrans.

Prop. XVIII.

Cuiusque trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ anguli singuli fuerint acuti: erunt eius arcus singuli quadrantibus minores. Et similiter, si duo tantùm anguli sint acuti, ac tertius rectus.

Corollarium.

Notandum quod tam præsens quam præcedens propositio non conuertitur. Non enim necesse est, si trianguli sphæralis anguli sint obtusi, & arcus subtensos omnes esse quadrantibus maiores. Neque rursum arcus quadrantibus minores cogunt omnes angulos esse acutos. Potest enim esse triangulum sphærale habens tres angulos obtusos, & duos tantùm arcus quadrantibus maiores: reliquo autem quadrante aut minore existente. Et productis dictis arcubus quadrante maioribus ad concursum, fiet sphærale triangulum trium arcuum quadrantibus minorum habens duos tantùm acutos & reliquum obtusum angulum.

Prop. XIX.

Cuiuscunque trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ vnus arcuum fuerit quadrante maior, duóque cæteri singuli quadrantibus minores; eiusdem nullus rectus erit angulus.

Corollarium.

Ex prædictis manifestum est, quod omne triangulum sphærale rectangulum aut habet tres quadrantes, trésque rectos angulos: aut duos quadrantes, totidémque rectos angulos: aut nullum quadrantem vnúmque tantummodo rectum angulum. Quando autem nullum habet quadrantem, tunc aut omnes arcus habet quadrante minores, aut duos quadrante maiores, & reliquum minorem. Præterea si habet omnes arcus quadrante minores, tunc habet duos angulos reliquos acutos. Si autem duos arcus quadrante maiores; tunc habet angulorum reliquorum vnum acutum, & reliquum obtusum, quando rectus angulus vni dictorum arcuum opponitur. Nam quando rectus angulus arcuum quadrante minorem respicit, habet duos reliquos angulos obtusos.

Prop. XX.

✠ Omnis trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ anguli tres coniuncti sunt maius quàm duo recti, minus verò quàm sex recti.

Prop. XXI.

Omnium duorum triangulorum ex arcubus circulorum magno-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

rum in superficie sphæræ habentium duos angulos rectos: duósque angulos ex reliquis æquales non autem rectos: Item duos arcus rectis oppositos æquales: erunt & duo anguli reliqui æquales, & duo reliqui vnius arcus duobus reliquis alterius arcubus singuli singulis æquales.

Prop. XXII.

Omnium duorum triangulorum ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ habentium inuicem duos angulos æquales, quorum arcus, qui continent duos alios angulos, duo duobus, vnusquisque suo relatiuo, fuerint æquales: reliqui autem anguli, aut ambo acuti, aut ambo obtusi: Erit & arcus reliquus vnius arcui reliquo alterius æqualis: & duo anguli reliqui duobus angulis reliquis alterius singuli singulis ęquales

Prop. XXIII.

Omnium duorum triangulorum ex arcubus circulorum magnorum super superficiem sphæræ, si ęquantur duo anguli vnius duobus angulis alterius, vnusquisque suo relatiuo, & duo arcus super quos sunt anguli, sunt inuicem æquales duo; tunc duo arcus reliqui vnius, sunt æquales duobus arcubus reliquis alterius, quisque suo relatiuo, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis.

Prop. XXIIII.

Omnium duorum triangulorum ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ, quorum vnius duo anguli duobus alterius angulis singuli singulis sunt æquales, Et duo arcus qui continent tertium angulum in vno, æquales duobus arcubus, qui continent tertium angulum in altero, quisque suo relatiuo; Et tertius angulus in neutro est polus reliqui lateris, seu arcus: Erunt & reliqui arcus inter se æquales: & tertij anguli æquales.

Prop. XXV.

Omnium duorum triangulorum ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ, si æquales fuerint duo anguli vnius duobus angulis alterius, singuli singulis: & vnus arcuum subtensorum in vno æqualis arcui relatiuo in altero: reliqui autem subtensi in vtroque coniuncti minimè conficiant semicirculum; erunt & hi arcus subtensi æquales: & reliqui arcus æquales: & reliqui anguli æquales.

Prop. XXVI.

Omnium duorum triangulorum ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ, si fuerint anguli vnius æquales angulis alterius, quisque scilicet angulus suo relatiuo: erunt & æquis angulis subtensi arcus æquales; relatiuos relatiuis videlicet conferendo.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Corollarium.

Manifestum est igitur ex quinta huius, & ex præsenti, quod omnia duo sphæralia triangula, si fuerint ad inuicem æquilatera, erunt & inter se æquiangula: Contra, & si æquiangula supponantur ad inuicem, erunt & inter se æquilatera. Vnde patet quod multæ proprietates insunt sphæricis triangulis, quæ non dantur planis.

Prop. XXVII.

Cum duorum triangulorum ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ duo anguli vnius æquātur duobus angulis alterius, singuli scilicet singulis: & angulus reliquus vnius maior angulo reliquo alterius: tunc arcus qui subtenditur angulo maiori, maior est eo, qui subtenditur angulo minori. Et si fuerit vnus duorum reliquorum arcuum vnius trianguli cum suo relatiuo trianguli alterius sumptus æqualis semicirculo: tunc arcus reliquus vnius æqualis erit arcui reliquo alterius. Et si maior fuerit semicirculo, tunc arcus reliquus trianguli, cuius angulus est minor, est maior arcu reliquo alterius. Et si minor fuerit semicirculo, tunc iterum ipse minor erit.

Prop. XXVIII.

Cum duorum triangulorum ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ arcus vnus vnius æquatur arcui alterius, anguli autem contermini tali arcui vnius collati ad angulos dicto alterius arcui conterminos fuerint, vnus maior & alter minor suo relatiuo, anguli verò reliqui arcubus æqualibus oppositi singuli nequaquam minores angulo recto: tunc arcus angulis maioribus subtensi maiores erunt arcubus, qui minores angulos respiciunt.

Prop. XXIX

In omni triangulo ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ, cuius vnus angulorum æquatur duobus angulis reliquis, pariter acceptis, cùm protrahitur ab angulo magno arcus circuli magni secans per æqualia oppositum arcum: tunc arcus protractus est æqualis dimidio arcus secti.

Prop. XXX.

Cuiusque trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ vnus angulorum fuerit non minor angulo recto, & vnusquisque duorum arcuum ipsum continentium minor quadrante: erit & vterque reliquorum angulorum acutus.

Prop. XXXI.

Cuiusque trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ vnus angulorum fuerit non minor angulo recto. Et quilibet duorum arcuum alium angulum continentium minor quadrante: Erit

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

& arcus reliquus minor quadrante, & quilibet reliquorum angulorum acutus.

Prop. XXXII.

Omnis trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ, si diuidantur duo ex arcubus singuli per æqualia: tunc arcus circuli magni interiectus diuisionum notis est maior dimidio reliqui arcus.

Prop. XXXIII.

Cuiusque trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ fuerit vnus angulorum non minor recto, si diuidatur arcus ei angulo subtensus per æqualia, & à puncto diuisionis protrahantur duo arcus circulorum magnorum ad puncta media duorum reliquorum arcuum: quilibet factorum angulorum à protractis & ipsis reliquis extrinsecorum ad angulum, qui non minor est recto, minor erit, quàm ipse angulus non minor recto.

Prop. XXXIV.

Cuiusque trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ fuerit vnus angulorum non minor recto, reliqui autem aut ambo obtusi, aut ambo recti, aut ambo acuti: Arcus circuli magni interiectus punctis per æqualia diuidentibus arcus subtensos dictis reliquis angulis faciet cum diuisis arcubus extrinsecos angulos prædictis, quemque suo opposito minorem.

Prop. XXXV.

Si trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ duo arcus simul sumpti fuerint æquales semicirculo, & angulum sub ipsis contentum per æqualia secuerit arcus circuli magni, secabit & per æqualia reliquum trianguli arcum. Contra si arcus circuli magni secuerit per æqualia reliquum; secabit & per æqualia oppositum angulum; Et secans arcus est circuli quadrans.

Prop. XXXVI.

Quod si duo arcus trianguli inæquales simul semicirculum faciant, angulumque sub illis contentum & arcum reliquum secans arcus circuli magni quadrans fuerit; tunc tam angulus, quàm arcus per æqualia secatur.

Prop. XXXVII.

Si trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ duo arcus simul fuerint æquales semicirculo, & ab angulo sub eis contento descenderint ad tertium latus complexi cum illis æquos angulos duo alij arcus, separabunt ex tertio latere duos arcus æquales. Contra, si arcus descendentes separauerint ex arcu tertio duos arcus

æquales, complectentur cum primis duos angulos æquales, & simul sumpti semicirculo æquales erunt.

Prop. XXXVIII.

Quod si trianguli duo arcus diuersi & simul æquales semicirculo fuerint, duoque alij ab eorum angulo descendentes simul semicirculum perfecerint, tunc descendentes cum arcubus lateralibus continebunt angulos æquales; & separabunt ex arcu reliquo trianguli arcus æquos.

Prop. XXXIX.

Si trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ duo arcus simul sumpti fuerint minus semicirculo, & angulum sub ipsis comprehensum per æqua diuiserit arcus, siue per medium secuerit arcum angulo subtensum, tunc diuidens siue secans arcus minor est quadrante.

Prop. XL.

Si trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ duo arcus fuerint diuersi, & simul sumpti semicirculo minus: tunc secto per medium angulo sub illis comprehenso: arcus secans diuidet reliquum trianguli arcum per inæqualia: nam maior portio erit, quæ contermina arcui maiori ex arcubus primis. Contra verò si secans arcus per æqualia diuiserit arcum trianguli dictum: tunc secabit angulum prædictum inæqualiter: eritque maior portio anguli adhærens arcui minori ex arcubus primis, trianguli.

Prop. XLI.

Item si, stantibus cæteris, arcus dictus trianguli sphæralis per medium secetur, tunc arcus reliqui trianguli simul sumpti sunt maius duplo arcus secantis.

Prop XLII.

Item si iisdem subiectis, angulus prædictus per æqualia secetur, adhuc & arcus angulum complexi coniuncti sunt maius quàm duplum arcus secantis.

Prop. XLIII.

Quod, si iisdem suppositis, duo arcus angulum dictum complexi sint simul iuncti æquales duplo arcus secantis: tunc tam angulus dictus, quàm ei subtensus arcus per inæqualia secabitur: & maior portio tam anguli, quàm arcus erit contermina minori ex arcubus angulum diuisum complectentibus: minor verò maiori.

Prop. XLIV.

Iisdem suppositis: arcuque secante per medium dictam basim trian-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

guli, & à quolibet puncto arcus secantis ductis duobus arcubus ad terminos basis, Arcus ducti cum lateribus trianguli reliquis facient angulos inæquales: eritque angulus maior cum latere, minori: minor verò cum maiore.

Prop. XLV.

Si trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ duo arcus fuerint inęquales: & eorum aggregatum minus semicirculo: tunc, cùm separabuntur à duabus extremitatibus arcus reliqui duæ portiones æquales: duo arcus ducti à punctis diuisionum ad angulum oppositum, abscindent ex eo angulos duos inæquales: Eritque arcus maior apud arcum trianguli minorem: minor autem apud minorem: Et duo arcus ducti coniuncti minus quàm aggregatum arcuum trianguli prædictum.

Prop. XLVI.

Quod si arcus ducti abscindant angulos æquales: tunc ipsi separabunt ex arcu subtenso arcus inæquales, quorum maior contiguus erit arcui maiori trianguli: & minor minori: Et arcus ducti compositi minus item erunt aggregato arcuum trianguli conterminorum.

Prop. XLVII.

Iisdem subiectis: si duorum arcuum ductorum congeries æqualis ponatur aggregato duorum arcuum trianguli conterminorum: tunc arcus ducti facient cum arcubus trianguli angulos inæquales: & separabunt ex arcu reliquo trianguli arcus inæquales: eritque portio maior tam anguli quàm arcus apud arcum trianguli minorem: minor verò apud maiorem.

MENELAI SPHÆRICORVM
EX TRADITIONE MAVROLYCI.
LIBER SECVNDVS.

Propositio prima.

IN omni triangulo ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphærę constituto; cuius duo arcus coniuncti sunt minus semicirculo: reliquus arcus habet polos extra trianguli ambitum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Prop. II.

Arcus autem circuli magni ab angulo, quem continent duo arcus minores ſemicirculo, ad reliquum latus deſcendens omnino minor eſt aut vtróque aut alterutro collateralium arcuum.

Prop. III.

Quod ſi duorum arcuum trianguli, quorum ſumma ſemicirculum non attingit, maior non excedat quadrantem, cum ſunt inæquales: Tunc ſi à quolibet puncto reliqui arcus ducatur arcus circuli magni faciens cum ipſo arcu angulum æqualem angulo trianguli vtrilibet ſuper eundem arcum intrinſecus oppoſito: ductus arcus ſecabit arcum trianguli, qui prædicto angulo ſubtenditur.

Prop. IV.

Omnis trianguli ex arcubus circulorum magnorum in ſuperficie ſphæræ, cuius duo arcus coniuncti ſunt minus ſemicirculo: arcus reliquus maior eſt quàm arcus ſui circuli ſimilis ei arcui circuli minoris ſibi æquidiſtantis, qui inter primos trianguli arcus vbicunque intercipitur.

Prop. V.

Iiſdem ſuppoſitis: poſſibile erit à quolibet puncto vnius arcuum, quorum ſumma minor eſt ſemicirculo: ducere arcum circuli magni ad arcum tertium trianguli, ita vt arcus ductus faciat cum arcu tertio angulum æqualem angulo ſibi intrinſeco, quem ſubtendit latus trianguli, in quo ſignatum fuit punctum.

Prop. VI.

Quod ſi arcuum, quorum ſumma minor eſt ſemicirculo, cum inæquales ſunt, longior non excedat quadrantem, poſſibile erit à quolibet puncto intra triangulum ſignato ducere arcum circuli magni: qui cum arcu tertio faciat angulum æqualem angulo ſibi intrinſeco trianguli, ſecétque productus arcum tali angulo ſubtenſum.

Prop. VII.

Omnis trianguli ex arcubus circulorum magnorum in ſuperficie ſphæræ ſi fuerit vnus angulorum non maior angulo recto: & duo arcus ipſum continentes minus ſemicirculo. Et maior eorum (inæquales ſunt) non maior quadrante: Tunc, cum ſignabitur punctum intra triangulum: & protrahentur ab eo ad arcum ſubtenſum angulo, qui non eſt maior recto: duo arcus circulorum magnorum continentes cum eo duos angulos æquales duobus anguli trianguli reliquis extrinſecos intrinſecis: & producentur in diuerſas partes, vt concurrãt cancellatim arcubus reliquis, trianguli, facti quadrilateri vtrumque latus circa angulum non maiorem recto, minus eſt latere ſibi oppoſito circa punctum ſignatum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Prop. VIII.

Iisdem subiectis, si punctum signatum ponatur in tertio arcu trianguli, ductis arcubus ab ipso puncto vt prius, eadem sequentur.

Prop. IX.

Si trianguli ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ fuerint duo crura æqualia quadrantibus minora: & angulus sub eis contentus non maior recto: tunc cum separabuntur ex vno duorum crurium duo arcus æquales non continui; à quorum terminis ducantur ad basim arcus circulorum magnorum facientes cum basi angulos æquales angulo trianguli ad basim eis intrinseco, arcus ducti separabunt ex basi arcus diuersos: quorum maior erit ille, qui vicinior erit cruri trianguli non diuiso, cuius cruris cum minimo ex ductis congeries æqualis erit aggregato duorum mediorum.

Prop. X.

Quod si ponantur arcus de basi per arcus ductos separati æquales inuicem, tunc arcuum de crure separatorum minor erit, qui continuatur cruri non diuiso. Et summa extremorum minor, quàm summa mediorum arcuum ductorum.

Verùm huius propositionis prima pars posset ostendi ex præcedenti, ex destructione contrariorum astruendo propositum.

Prop. XI.

Item si arcus de crure separati ponantur æquales & continui: tunc arcuum de basi ab eisdem arcubus ductis separatorum maior erit, qui adhæret cruri non diuiso. Cuius cruris cum minore arcuum ductorum congeries æqualis erit duplo arcus ducti medij.

Prop. XII.

Rursum si ponantur arcus de basi per arcus ductos separati continui & æquales: tunc arcuum de crure separatorum minor erit, qui contiguus est cruri non diuiso: & congeries extremorum minor erit duplo arcus ducti medij.

Prop. XIII.

Adhuc, si arcus de crure separati sint dimidia totius cruris, arcu ducto medio vt dictum est, ad basim: tunc basis portio, quæ cruri non diuiso adhæret, maior est, quàm reliqua. Et arcus ductus est dimidium cruris vtriuslibet.

Prop. XIV.

Demum si basis per medium secetur, arcus per punctum diuisionis, vt dictum est, ductus crus trianguli per inæqualia secabit. Et minor portio indiuiso cruri contigua erit. Et arcus ductus maior erit dimidio cruris triangularis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Prop. XV.

Item, si arcus de crure separati sint æquales, disiuncti, & ad terminos cruris finiti: arcus, vt dictũ est, ducti per medios terminos arcuum separatorum, separabunt ex basi portiones inæquales, quarum maior erit, quæ adhæret cruri non diuiso. Et crus ipsum æquale erit aggregato duorum arcuum ductorum.

Prop. XVI.

Contra, si ponantur arcus de basi separati æquales, discreti, ac cæterum cum basi contermini: arcus ducti abscindent ex crure portiones diuersas; quarum minor erit apud crus indiuisum. Et crus ipsum tunc minus aggregato arcuum ductorum.

Prop. XVII.

Si trianguli ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ vnus angulorum fuerit non maior recto: & duo crura ipsum continentia diuersa, & maius non excedat quadrantem: tunc, cùm separabuntur ex basi duo arcus æquales non continui: à quorum terminis ducantur arcus circulorum magnorum facientes cum basi angulos æquales angulo trianguli apud basim eis intrinseco sub basi & vno crurum contento, arcus ducti separabunt ex reliquo crure trianguli arcus diuersos: quorum minor erit, qui contiguus est cruri non diuiso. Cuius cruris cum remotissimo ex arcubus ductis aggregatio minor erit congerie mediorum.

Prop. XVIII.

Quod si ponantur arcus de basi separati æquales & continui: tunc portionum de crure trianguli per arcus ductos, vt dictum est, separatarum minor erit, quæ apud crus indiuisum. Cuius cruris cum minore arcuum ductorum congeries minor erit duplo arcus medij.

Prop. XIX.

Item, secta per medium basi, arcus per punctum diuisionis ductus, vt dictum est, inæqualiter secabit crus trianguli: minorque portio apud crus indiuisum. Et ductus arcus maior dimidio eiusdem cruris.

Prop. XX.

Denique si arcus de basi separati sint æquales, disiuncti, & cùm terminis basis finiti, arcus ducti separabunt ex crure arcus inæquales, quorum minor apud crus indiuisum. Et crus ipsum minus composito duorum arcuum ductorum.

Prop. XXI.

Si trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ vnus angulorum fuerit non maior recto: & duo crura ipsum cõtinentia diuersa: & maius non excedat quadrantem: tunc cùm separa-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

buntur ex vno crurum duo arcus æquales non continui, à quorum terminis ducantur arcus circulorum magnorum facientes cum basi angulos æquales angulo eis extrinseco, quem continet basis cum reliquo crure, arcus ducti separabunt ex basi portiones diuersas, quarum maior erit apud crus indiuisum.

Prop. XXII.

Iisdem suppositis: arcubus, vt dictum est, dispositis ac ductis: arcubus tamen æqualibus de crure maiori separatis, ostendendum est, quod cruris reliqui, minimique ductorum arcuum congeries minor est aggregato duorum arcuum mediorum.

Prop. XXIII.

Quod si in prædicto triangulo arcus æquales ex vtrolibet crure separati continui fuerint: arcus, vt dictum est, per illorum terminos ducti separabunt ex basi portiones diuersas, quarum maior apud crus indiuisum.

Prop. XXIV.

Et si arcus æquales continui de crure maiori separentur; tunc reliqui cruris cum maiore ductorum aggregatum minus est quàm duplum arcus medij.

Prop. XXV.

In eodem triangulo, si arcus separati fuerint vtriuslibet cruris dimidia: tunc arcus per diuisionis notam, vt diximus, ductus basim per inæqualia secabit: & maior portio apud crus reliquum.

Prop. XXVI.

Et si crus maius sic dimidiatum ponatur; tunc arcus ductus maior est dimidio cruris indiuisi.

Prop. XXVII.

Demum in tali triangulo, si arcus separati æquales ex vtrolibet crure discreti quidem, sed eosdem limites vtrinque cum crure habuerint, tunc arcus, vt dictum est, per terminos medios ducti separabunt de basi diuersas portiones, quarum maior cruri non diuiso contermina est.

Prop. XXVIII.

Et si arcus sic separati sint in crure maiori trianguli: tunc crus indiuisum minus est aggregato duorum arcuum ductorum.

Prop. XXIX.

Si trianguli ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ vnus angulorum fuerit non maior recto: Et duo crura ipsum angulum complexa inæqualia & maius non excedat quartam circuli: tunc, cùm ab vno crurum ducentur ad basim tres arcus, qui faciant cum basi an-

gulos æquales angulo sibi intrinseco, quem continet basis cum reliquo crure: fueritque huius cruris cum extremo ductorum arcuum congeries æqualis aggregato duorum mediorum: arcus ducti separabunt ex basi arcus diuersos, quorum maior erit, qui adhæret cruri non diuiso.

Prop. XXX.

Quod si iisdem suppositis, arcus prædicto modo ab vno crurum ducti duo fuerint, ita vt cruris reliqui cum minore ductorum congeries æqualis sit duplo arcus medij: arcus ducti similiter diuersas de basi portiones separabunt: eritque maior earum apud crus indiuisum.

Prop. XXXI.

Item, si stantibus iisdem, arcus vnus ab vno crurum prædicto modo ducatur, qui cruris reliqui sit dimidius: Et ductus arcus totam basim in duas diuersas diuidet portiones: quarum maior apud crus indiuisum.

Prop. XXXII.

Demum in eodem triangulo, si arcus prædicto modo ab vno crure ducti duo fuerint, quorum aggregato ęquale sit crus reliquum; arcus item ducti diuersas ex basi portiones separabunt; quarum maior apud crus indiuisum.

Prop. XXXIII.

Si trianguli ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ vnus angulus fuerit non maior recto: Et duo crura ipsum continentia diuersa, & longius non maius quadrante. Et ab ipso crure maiori ducantur ad basim tres arcus ita vt faciant cum basi angulos æquales angulo, quem crus reliquum & basis continent, sibi intrinseco. Et huius cruris cum extremo arcuum ductorum summa fuerit æqualis summæ duorum mediorum: tunc portiones de crure maiori per arcus ductos separatæ inæquales erunt: & earum maior, quę apud crus breuius.

Prop. XXXIV.

Quod si iisdem omnibus suppositis, arcus à crure maiori ad basim, vt dictum est, ducti duo fuerint, ita vt reliqui cruris cum minore ductorum aggregatum æquale sit duplo maioris ducti: tunc & portionum de crure longiori per arcus ductos separatarum maior erit apud crus breuius.

Prop. XXXV.

Adhuc iisdem subiectis, si arcus dumtaxat dicto modo ductus à crure magno ad basim dimidiũ fuerit cruris reliqui, tunc portionũ in crure longiori ab arcu ducto factarũ maior erit contigua breuiori.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Prop. XXXVI.

Denique suppositis iisdem, si arcus à crure longiori ad basim eodem modo ducti duo fuerint, ita vt reliquum crus æquale sit aggregato arcuum ductorum: tunc & portionum in crure magno ab arcubus ductis segregatarum ad extrema cruris, maior est cum crure minori.

Prop. XXXVII.

Si trianguli ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ vnus ex angulis fuerit non maior recto: & duo crura ipsum complexa inæqualia: quorum maius non excedat quadrantem, tunc cùm separabuntur ex crure breuiori duo arcus æquales non continui, à quorum terminis ducantur arcus circulorum magnorum, qui faciant cum basi angulos æquales angulo eis intrinseco, quem continent basis cũ reliquo crure: Huius cruris & minimi arcuum ductorum aggregatum maius erit aggregato duorum arcuum mediorum. Quod si huiusmodi aggregata supponantur æqualia: tunc portiones de crure breui separatæ inæquales erunt: & earum minor, quæ contigua longiori cruri.

Prop. XXXVIII.

Iisdem suppositis, si arcus æquales de crure breui separati continui fuerint, ductis modo prædicto per eorum terminos duobus arcubus, tunc aggregatum cruris longi, & arcus ducti minoris maius erit duplo arcus medij. Quod si aggregatum ductum tali duplo æquale fuerit, tunc portionum de crure breui per arcus ductos separatarum minor erit apud crus longius.

Prop. XXXIX.

Et si in eodem triangulo, per cruris breuis per medium secti notam arcus, sicut dictum est, ducatur: Tunc arcus ductus minor erit dimidio cruris longi. Quod si arcus ductus prædicto dimidio æqualis ponatur, per inæqualia diuidet crus breue, & minor portio apud crus longum.

Prop. XL.

In memorato demum triangulo, si arcus de crure paruo separati æquales disiuncti terminentur ad extrema cruris, ductis iam per terminos eorum medios duobus, qualiter dictum est, arcubus: Tunc crus magnum maius erit aggregato duorum arcuum ductorũ. Quod si crus magnum tali aggregato æquale extiterit: Tunc portiones de crure paruo per arcus ductos separatæ inæquales erunt: Et earum minor erit cruri magno contigua.

Prop. XLI.

Post hæc, demonstrandum est quod si in eo, quale in præmissis sup-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

positum est, triangulo arcus separati, quos diuersos esse constitit, supponantur æquales: tunc talis æqualitas diuersificabit aliquem angulorum ad basim, qui omnes æquales antea supponebantur.

Prop. XLII.

Cum se inuicem secant duo circuli magni in superficie sphæræ & separantur ex vno eorum duo arcus æquales vtrinque à puncto sectionis: & à polo vtriuslibet eorum descendunt per extremitates arcuum separatorum circuli magni: tunc hi separant ex reliquo circulorum se secantium arcus æquales, & eorum portiones secantibus se inclusæ sunt æquales.

Prop. XLIII.

Quod si circuli descendentes non à polo quidem descendant, sed contingant parallelum quempiam circuli, de quo separantur, arcus æquales: tunc ijdem separabunt etiam de reliquo secantium hinc & inde peripherias æquas. Et ipsorum descendentium portiones circulis secantibus interceptę adhuc æquales erunt.

Prop. XLIIII.

Item si circuli descendentes tangant parallelum non eius, de quo separantur arcus æquales, sed alterius secantis: hac tamen conditione, vt portionum secantibus inclusarum aut neutra, aut vtraque sit maior quadrante: Tunc non minus ipsi descendentes de dicto secante peripherias æquas separabunt: Et ipsæ descendentium portiones secantibus inclusę adhuc æquales arguentur.

Prop. XLV.

Si autem arcus ex vtrolibet secantium separati æquales & ęqualiter hinc & inde à sectione fuerint remoti: Tunc quatuor arcus maiores siue à polo vtriuslibet se secantium, siue à contactibus paralleli vnius eorum cum prædictis conditionibus descendentes per arcuum separatorum terminos: separabunt & ex reliquo secantium peripherias æquales.

Prop. XLVI.

Si in superficie sphæræ circulus magnus fuerit inclinatus super circulum magnum ex numero ęquidistantium seu parallelorum tangens vnum ex parallelis: per puncta verò sectionum inclinati circuli & parallelorum descendant circuli magni siue à polo parallelorum, siue à contactibus vnius eorum minoris prædicto, ad vnam inclinationem: Tunc si arcus circuli inclinati siue continui, siue disiuncti inter parallelos fuerint æquales, portionum cuiuslibet circulorum descendentium inter eosdem parallelos interceptarum maior erit, quæ propinquior circulo magno ex parallelis, portionum verò circuli magni

ex parallelis inter circulos descendentes per terminos dictorum arcuum æqualium inclusarum maior erit, quæ remotior à sectione circuli inclinati circulique magni ex parallelis.

Et notandum quod id, quod demonstratum est de portionibus vnius descendentium circulorum, idem sequitur de portionibus cuiuslibet alterius ex descendentibus: Nam talium descendentium duæ portiones iisdem parallelis interiectæ, per 14. vel 17. 2. sphæricorum Theodosii, sunt inæquales. Item quod ostensum est de portionibus circuli magni ex parallelis: idem sequitur de portionibus cuiuslibet ex iisdem parallelis: Nam per easdem Theod. proposit. portiones parallelorum iisdem descendentibus, quales dicti sunt, circulis interclusæ sunt similes.

Prop. XLVII.

Quod si vnius circulorum descendentium arcus parallelis interpositi ponantur ęquales: Tunc portionum de circulo inclinato iisdem parallelis intercidentium maior erit, quæ à dicta sectione remotior: portionum quoque circuli maioris ex parallelis inter circulos descendentes cadentium, maior indidem distantior.

Prop. XLVIII.

Item, si arcus circuli maioris ex parallelis circulis descendentibus interiecti ponantur æquales: Tunc portionum de circulo inclinato inter eosdem circulos descendentes cadentium maior erit, quæ dictæ sectioni vicinior: portionum autem cuiuslibet descendentes inter parallelos, qui per terminos portionum inclinati ducuntur, acceptarum maior erit, quæ propinquior circulo magno ex parallelis.

Quod si per puncta sectionum extremi circuli descendentis & parallelorum descendant circuli magni tangentes eum parallelum, quem tangit circulus inclinatus, & loco priorum descendentium sumantur, nihilominus eadem omnia demonstrabuntur.

MENELAI SPHÆRICORVM LIBER TERTIVS.

Propositio prima.

CVm fuerint in superficie sphæræ quatuor arcus circulorum singuli semicirculo minores: duo quidem ab angulo vno descentes duoque à descendentium terminis se vicissim secantes, & alternatim ad descendentes reflexi: tunc ratio sinus partis inferæ arcus vnius des-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

cendentium ad sinum partis eiusdem supernæ componetur ex duabus: quarum vna est ratio sinus partis superæ eiusdem: altera est ratio sinus partis inferæ alterius descendentis ad sinum totius eiusdem descendentis.

Lemma I.

Si à terminis duarum linearum rectarum ab angulo vno descendentium duæ rectæ se vicissim secantes ad descendentes reflectantur: tunc ratio inferioris partis vnius descendentium ad partem eius superiorem componetur ex duabus: quarum vna est ratio partis inferioris reflexæ à termino eiusdem descendentis ad partem eius superiorem: altera est ratio partis inferioris reliquæ descendentis ad totam ipsam descendentem.

Lemma II.

Item iisdem lineis suppositis ratio vnius descendentis ad partem eius superiorem componetur ex duabus: quarum vna est ratio reflexæ à termino dictæ descendentis ad partem eius superiorem: altera est ratio partis inferioris reliquæ reflexæ ad totam ipsam reflexam.

Lemma III.

Si à centro circuli recta linea exiens arcum quempiam eiusque chordam vtcumque secet: chordæ segmenta erunt sinibus portionum arcus proportionalia.

Lemma IV.

✠ *Si à puncto quopiam extra circulum duæ rectæ lineæ ducantur circulum secantes, vna quidem per centrum; altera præter centrum: Ratio eius, quæ præter centrum ad partem sui extrinsecam est sicut ratio sinus arcus compositi ex arcu abscisso, ab ea quæ per centrum & ex arcu intercepto lineis ad sinum arcus intercepti.*

Propositio secunda ex Ptolomæi magna constructione liber I.

Iisdem suppositis, ratio sinus arcuum descendentium ad sinum partis supernæ eiusdem arcus componetur ex duabus, quarum vna est ratio sinus arcus reflexi à termino dicti descendentis ad sinum partis supernæ talis reflexi: altera est ratio sinus partis inferę alterius reflexi ad sinum totius eiusdem reflexi.

Lemma I.

✠ *Duorum arcuum semicirculum perficientium eundem esse sinum.*

Lemma II.

✠ *Si chorda cuiuspiam arcus æquidistet diametro, sinus inter diametrũ & chordã intercepti æqualis erit sinui arcus ex prædictis arcubus compositi.*

Lemma III.

✠ *Si fuerint tres rectæ, quarum binæ quælibet sint in vno plano, quamuis non omnes in vno: Et ex ijsdem duæ tantum æquidistent: tunc & reliqua ijsdem æquidistans erit.*

Lemma IV. habens 18. modos.

I. *Si fuerint sex quantitates, quarum ratio primæ ad secundam componitur ex rationibus tertiæ ad quartam, & quintæ ad sextam.*

II. *Tunc & ratio primæ ad secundam componetur ex rationibus tertiæ ad sextam, & quintæ ad quartam.*

III. *Item ratio primæ ad tertiam componetur ex rationibus secundæ ad quartam, & quintæ ad sextam.*

IV. *Item ratio primæ ad tertiam componetur ex rationibus secundæ ad sextam, & quintæ ad quartam.*

V. *Item ratio primæ ad quintam componetur ex rationibus secundæ ad sextam, & tertiæ ad quartam.*

VI. *Item ratio primæ ad quintam componetur ex rationibus secundæ ad quartam, & tertiæ ad sextam.*

VII. *Item ratio secundæ ad quartam componetur ex rationibus primæ ad tertiam, & sextæ ad quintam.*

VIII. *Item ratio secundæ ad quartam componetur ex rationibus primæ ad quintam, & sextæ ad tertiam.*

IX. *Item ratio secundæ ad sextam componetur ex rationibus primæ ad tertiam, & quartæ ad quintam.*

X. *Item ratio secundæ ad sextam ex rationibus primæ ad quintam, & quartæ ad tertiam.*

XI. *Item ratio tertiæ ad quintam componetur ex rationibus primæ ad secundam, & sextæ ad quintam.*

XII. *Item ratio tertiæ ad quartam componetur ex rationibus primæ ad quintam, & sextæ ad secundam.*

XIII. *Item ratio tertiæ ad sextam componetur ex rationibus primæ ad secundam, & quartæ ad quintam.*

XIV. *Item ratio tertiæ ad sextam componetur ex rationibus primæ ad quintam, & quartæ ad secundam.*

XV. *Item ratio quartæ ad quintam componetur ex rationibus secundæ ad primam, & tertiæ ad sextam.*

XVI. *Item ratio quartæ ad quintam componetur ex rationibus secundæ ad sextam, & tertiæ ad primam.*

XVII. *Item ratio quintæ ad sextam componetur ex rationibus primæ ad secundam,*

ſecundam, & quartæ ad tertiam.

XVIII. *Item ratio quintæ ad ſextam componetur ex rationibus primæ ad tertiam, & quartæ ad ſecundam.*

Lemma Tebitij.

Si ab alterutro duorum circulorum maiorum ſe inuicem in ſuperficie ſphæræ ſecantium ſeparentur duo arcus ab vtralibet ſectionum incepti: à quorum terminis ducantur rectæ perpendiculares ad diametrum ſphæræ, quæ communis diameter & ſectio circulorum eſt: Itemque rectæ perpendiculares ad planum reliqui circuli: tunc illa perpendiculares ad diametrum his perpendicularibus ad planum circuli proportionales erunt.

Si fuerint ſex lineæ, in quibus ratio primæ ad ſecundam componatur ex ratione tertiæ ad quartam, & ex ratione quintæ ad ſextam, tunc ſolidum ſub prima, quarta & ſexta contentum æquale erit ſolido ſub ſecunda, & tertia & quinta lineis comprehenſo.

Contra, ſi ſolidum ſub prima, quarta & ſexta lineis contentum æquale fuerit ſolido, quod à ſecunda, & tertia & quinta lineis producitur, tunc ratio primæ ad ſecundam compoſita erit ex rationibus tertiæ ad quartam, & quintæ ad ſextam.

Prop. III.

Si duo triangula ex arcubus circulorum maiorum in ſuperficie ſphæræ habeant duos angulos æquales, vel iunctim duobus rectis æquales. duoſque angulos ex reliquis vel inter ſe æquales, vel ſimul aggregatos duobus rectis æquales: tunc ſinus arcuum his angulis oppoſitorum erunt ſinibus arcuum illis angulos ſubtendentium proportionales.

Prop. IV.

Quod ſi triangulorum ex arcubus circulorum maiorum in ſuperficie ſphæræ duo anguli fuerint æquales, vel iunctim duobus rectis æquales: atque arcuum circa duos angulos ſinus ſint proportionales: tunc tertij eorum anguli aut inuicem æquales erunt, aut ſimul ſumpti duobus rectis æquales.

Prop. V.

Si duo triangula ex arcubus circulorum magnorum in ſuperficie ſphæræ habeant duos angulos rectos; duoſque ex reliquis acutos æquales: tunc ratio ſinus arcus in primo triangulo reſpicientis acutum angulum ad ſinum arcus, qui cum eo rectum continet angulum, componetur ex duabus, quarum vna eſt ratio ſinus arcus alterius trianguli acutum angulum ſubtendentis ad ſinum arcus, qui cum eo

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ad rectum concurrit angulum: altera est ratio sinus complementi arcus primi trianguli respicientis acutum ad sinum complementi arcus in altero triangulo acutum angulum subtendentis.

Prop. VI.

Si duo triangula ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ habuerint inter se duos angulos æquales, duosque alios inæquales, nullum tamen ex his rectum: ab angulis autem reliquis ceciderint arcus perpendiculares ad bases: tunc sinus portionum basis vnius trianguli erunt proportionales sinibus portionum basis alterius trianguli iuxta ordinem angulorum æqualium.

Prop. VII.

In omni triangulo ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ constituto, cuius vnus angulorum fuerit rectus ac cæteri acuti, sinus arcus compositi ex arcubus continentibus angulum vtrumlibet ex acutis ad sinum arcus differentiæ eorumdem arcuum eam habent rationem, quam seruat aggregatum ex sinu toto, sinuque complementi prædicti anguli acuti ad differentiam eorumdem sinuum.

Prop. VIII.

Si duo triangula ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphærę habuerint inter se duos angulos rectos, duosque acutos ęquales, & duos cæteros acutos: tunc sinus arcus aggregati ex arcubus vnum acutorum æqualium continentibus ad sinum arcus differentiæ eorumdem arcuum est sicut sinus aggregati ex arcubus reliquum acutorum æqualium circumstantibus, ad sinum arcus excessus eorumdem.

Prop. X.

Contra, si in talibus triangulis sinus arcuum aggregatorum ex dictis arcubus proportionales fuerint sinibus differentiarum: tunc anguli acuti sub dictis arcubus contenti æquales erunt.

Lemma.

Si duæ quantitates duabus quantitatibus proportionales fuerint, erunt & aggregata differentijs proportionalia. Quod si aggregatis differentijs proportionalia fuerint, & duæ quantitates duabus quantitatibus proportionales erunt.

Prop. X.

Si ab vno angulorum trianguli sphæralis arcus descendat angulum illum per æqualia secans vsque ad basim, sinus arcuum, qui angulum continent, erunt sinibus portionum basis proportionales.

Prop. XI.

Quod si sinus arcuum angulum quempiam sphæralis trianguli con-

tinentium sint proportionales sinibus portionum basis separatarum per arcuum ab angulo dicto descendentem, tunc arcus descendens arcum ipsum per æqualia diuidit.

Prop. XII.

Si fuerint duo triangula ex arcubus circulorum magnorum in superficie sphæræ: quorum vnius duo anguli ad basim æquales sint duobus alterius angulis ad basim, singuli singulis: siue bini coniuncti duobus rectis æquales: atque vnus ex reliquis arcubus vnius trianguli vni arcui ex reliquis alterius trianguli æqualis, sintque arcus ipsi non relatiuis angulis oppositi: Tunc quadratum quod ex sinu vnius dictorum arcuum æqualium, æquum est ei, quod ex sinibus reliquorum laterum describitur, rectangulo.

Prop. XIII.

Quod si triangulorum sphæralium vnius anguli ad basim angulis ad basim alterius singuli singulis fuerint æquales. Et quadratum, quod ex sinu vnius reliquorum arcuum vtriuslibet triangulorum æquale sit rectãgulo, quod fit ex sinu reliqui arcus dicti trianguli in sinum arcus in altero triangulo non æqualem angulum subtendentis: Tunc & reliquus arcus huius trianguli æqualis erit arcui illius trianguli, cuius de sinu quadratum capiebatur.

Prop XIV.

Si trianguli sphæralis angulum quempiam arcus per æqualia secet: duóque arcus descendentes ex dicto angulo æquales hinc inde separent angulos, Tunc rectangula sub sinibus laterum trianguli angulum dictum complexorum, sinibusque collateralium arcuum descendentium contenta, sunt proportionalia rectangulis, quæ sub sinibus portionum basis ab arcu secante ad dicta latera & arcus receptarum continentur eodem ordine susceptis.

Prop. XV.

Quod si angulum trianguli sphæralis arcus quidam per æqualia secet: duóque arcus ab eodem angulo ita descendant, vt rectangula rectangulis quo dictum est ordine sint proportionalia, tunc & anguli ab arcubus descendentibus separati æquales erunt.

Prop. XVI.

Si ab angulo trianguli sphæralis ad basim descendant duo arcus complexi cum lateribus conterminis angulos æquales, hac tamen conditione, vt quos angulos faciunt arcus descendentes cum vno laterum trianguli eosdem, hoc est æquales, sed permutatim collatos suscipere possint deorsum producti cum arcubus ab extremo reliqui lateris venientibus. Tunc quadrata, quæ ex sinibus laterum, propor-

tionalia ſunt rectangulis, quæ ſub ſinibus portionum baſis ab ipſius lateralibus ad arcus deſcendentes receptarum continentur, eodem ordine ſumptis.

Prop. XVII.

Quod ſi quadrata prædicta memoratis rectangulis proportionalia ponantur, cum præfata conditione, vt arcus deſcendentes inferius producti ſuſcipiant cum per extremum vnius laterum trianguli ductis angulos æquales ſinguli ſingulis ijs, quos continent supernè cum reliquo latere trianguli, Tunc arcus deſcendentes cum lateribus æquales complectuntur angulos.

Prop. XVIII.

Si ab angulo recto trianguli ſphæralis rectanguli deſcendant duo arcus ad baſim, vnus intra triangulum, alter extra, facientes cum latere trianguli interpoſito angulos æquales: Tunc ratio ſinus arcus compoſiti ex baſi & ex arcu ſibi in continuum adiecto vſque ad deſcendentem ad ſinum ipſius arcus adiecti eſt ſicut ratio ſinus portionis baſis interceptæ à reliquo latere trianguli & arcu intrinſecus deſcendente ad ſinum relique portionis baſis.

Prop. XIX.

Quod ſi ratio ſinus arcus compoſiti ex baſi & arcu adiecto vſque ad deſcendentem exteriorem ad ſinum ipſius arcus adiecti fuerit ſicut ratio ſinus portionis baſis interceptæ à reliquo latere trianguli, & deſcendente inferiori ad ſinum reliquæ portionis baſis: tunc arcus deſcendentes cum latere trianguli interpoſito æquos faciunt angulos.

Prop. XX.

Quod ſi anguli prædicti, quos faciunt arcus deſcendentes cum latere trianguli interpoſito ponantur æquales: fueritque ratio ſinus arcus compoſiti ex baſi & arcu adiecto vſque ad deſcendentem exteriorem ad ſinum ipſius adiecti, ſicut ratio ſinus portionis baſi interceptæ à reliquo latere trianguli, & arcu intus deſcendente ad ſinum reliquæ portionis baſis: tunc angulus trianguli, à quo deſcendunt arcus, rectus eſt.

Prop. XXI.

Si duos angulos trianguli ſphæralis duo arcus ſinguli ſingulos per medium ſecent: tunc, qui per reliquum angulum & ſecantium concurſum producitur, arcus ipſum quoque reliquum angulum per æqualia ſecabit.

Prop. XXII.

Si à duobus angulis trianguli ſphæralis duo arcus ad ſubtenſa latera perpendiculares progrediantur: tunc, qui à reliquo angulo per ipſorum perpendicularium coincidentiam ducetur, arcus reliquo etiam lateri perpendicularis erit.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Lemma I.

Quadrilaterum rectilineum, cuius duo anguli oppositi simul sumpti sunt duobus rectis æquales, est à circulo scircumscriptibile.

Lemma II.

Si fuerint duo quadrilatera rectilinea circuli inscripta: quorum vnus angulus vnius fuerit æqualis vni angulo alterius: Et latera circum illos angulos proportionalia: itemque ipsi æquales anguli per quadrilaterorum diametros diuisi in portiones singulas, singulis æquales: tunc similia ad inuicem erunt quadrilatera.

Lemma III.

Cum exeunt à duobus angulis trianguli rectilinei duæ rectæ perpendiculares ad subtensa, latera tunc quæ reliquo angulo per sectionem perpendicularium recta producitur, reliquo etiam lateri perpendicularis est.

Lemma IV.

Si per duas hypotenusas triangulæ pyramidis duo plana ad oppositas singulæ bases perpendicularia deducantur, tunc productum per reliquam pyramidis hypotenusam, & communem sectionem perpendicularium planorum, est etiam ad oppositam basim pyramidis perpendiculare.

Prop. XXIII.

Si à trianguli sphæralis duobus angulis duo arcus exeuntes opposita singuli latera per medium diuidant: tunc arcus, qui ab angulo reliquo per diuidentium arcuum coincidentiam producitur, oppositum quoque latus per medium secabit.

Lemma I.

Si de duobus lateribus trianguli rectilinei sumantur duæ portiones ad angulum sub dictis lateribus contentum continuatæ, quarum vtraque sui lateris sit pars tertia: & per earum terminos agantur duæ rectæ lateribus ipsis vicissim æquidistantes sese intra triangulum secantes: tunc recta, quæ à quolibet trium angulorum trianguli per sectionem dictarum æquidistantium ad oppositum latus progreditur, latus ipsum per æqualia diuidit.

Lemma II.

Si à trianguli rectilinei duobus angulis duæ rectæ lineæ progressæ opposita latera singulæ per medium diuidant, tunc recta, quæ ab angulo reliqua per diuidentium coincidentiam producitur, oppositum quoque latus per æqualia dispescit.

Prop. XXIV.

Cum fuerint in superficie sphæræ duo circuli magni alter alteri inclinatus: in quorum vno signentur duo puncta, à quibus ad reliquum circulum duo arcus perpendiculares ducantur: tunc ratio sinus arcus cadentis inter casus perpendicularium ad sinum arcus, quem termi-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

nant puncta signata, est sicut ratio rectanguli contenti sub diametro sphæræ, & diametro circuli tangentis alterum inclinatorum, & æquidistantis reliquo ad rectangulum contentum sub diametris circulorum transeuntium per puncta signata in circulo inclinato, & æquidistantium reliquo ex circulis inclinatis.

MAVROLYCI SICVLI SPHÆRICORVM.

LIBER PRIMVS.

PRÆFATIO.

POst Theodosium, qui sphærica elementa tribus libellis complexus est, Menelaus sphæricorum totidem libris prosequutus multa de sinuum proportione in tertio acutissime demonstrauit. Inde sumpsisse videtur Ptolomæus ea, quæ in principio magnæ constructionis, post chordarum doctrinam, de sphæricis tradidit. Quæ cùm postea Tebitius legisset perspicacissimus, animaduertit eadem & meliori ordine, & facilius ostendi potuisse. Quemadmodum in libello apparet, in quo ipse Ptolomęum carpit. Adiecit his nonnulla Geber, qui nouem libros in magnam Ptolomæi constructionem conscripsit. Vnde multa sumpserunt Georgius Peurbachius, & Ioannes Regiomontanus, dum prædictum Ptolomaicum opus in epitomen ordinatissimè redigunt. Tradidit & complura super his Ioannes prædictus in libellis triangulorum non spernenda. Quæ omnia cum ego proximis his annis vidissem ac contulissem, non passus sum præcepta tanti momenti, & Astronomiæ, post planorum triangulorum scientiam apprimè necessaria sparsim legi. Ea itaque in hos duos libellos congessi adiiciens de ingenij mei riuulo demonstrationes nonnullas Sic tamen vt post elementa Theodosij ac Menelai demonstrata, detur his locus, vt hæc sint quasi illorum paralipomena. Vnde possint absolui questiones, quæ circa sphæralia triangula fieri solent, quæque ad primi mobilis circulos in Astronomia pertinent. Igitur expositis definitionibus, quasi negotij fundamentis, veniemus ad demonstrationes, & à facilioribus exorsi ordinem quàm commodissimum seruabimus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

DEFINITIONES.

✠ I. SInus rectus arcus cuiuſpiam eſt dimidium chordæ dupli talis arcus.

✠ II. Vnde, duorum arcuum qui coniuncti conflant ſemicirculum idem eſt ſinus, ſicut duorum arcuum circulorum integrantium eadem eſt chorda.

III. Et quadrantis ſinus eſt circuli ſemidiameter: qui ſinus totus, ſiue ſinus maximus vocatur. Sicut ſemicirculi chorda eſt tota diameter.

✠ IV. Sinus ſecundus arcus cuiuſpiam eſt ſinus complementi eius ad quadrantem, ſiue ſinus exceſſus ipſius ſupra quadrantem.

✠ V. Sinus verſus arcus cuiuſpiam eſt portio diametri inter arcum ipſum ſinumque rectum recepta: quæ & exceſſus eſt ſemidiametri ſuper ſinum ſecundum: ſiue congeries ſemidiametri & ſinus ſecundi.

✠ VI. Sinus autem anguli cuiuſpiam eſt ille, qui ſinus eſt arcus, angulum ipſum ſubtendentis iuxta prædictas definitiones.

Propoſitio prima.

✠ Linea perpendicularis à puncto quopiam in periferia ſemicirculi ad diametrũ eſt ſinus rectus vtriuſque arcuum ab ipſo puncto ad diametrum receptorum. Portiones verò diametri à perpẽdiculari ad periferiam vtrinque ſuſceptæ ſunt ſinus verſi arcuum ſibi ſinguli conterminorum. Quæ porrò cadit inter perpendicularem & centrum, eſt ſinus ſecundus vtriuſque dictorum arcuum.

Prop. II.

✠ Si in ſuperficie ſphæræ duo circuli maiores ſe viciſſim ad rectos angulos ſecent: linea perpendicularis à puncto quolibet peripheriæ vnius eorum ad planum reliqui, eſt ſinus rectus vtriuſque arcuum ab ipſo puncto ad circulorum ſectiones receptorum.

Prop. III.

Trianguli ex arcubus circulorum magnorum in ſuperficie ſphæræ conſtituti; quorum duo ſunt quadrantes: anguli quadrantibus oppoſiti ſunt recti. Contra, ſi recti ſint anguli, arcus illis oppoſiti ſunt quadrãtes. Polus autem tertij arcus eſt in ipſorum quadrantum cõcurſu.

Prop. IV.

Trianglum ex arcubus circulorum maiorum in ſuperficie ſphæræ habens vnum quadrantem, & vnum ex angulis rectum, habebit & alterum quadrantem & alterum angulum rectum.

Prop. V.

Trianguli ex arcubus circulorum maiorum, quorum vnuſquiſque

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

minor eſt quadrante, in ſuperficie ſphæræ conſtituti, cuius ex angulis vnus rectus, duo reliqui anguli acuti ſunt. Contra, ſi rectus ſit ex angulis vnus, duoque reliqui acuti; vnuſquiſque arcuum minor erit quadrante.

Prop. VI.

In triangulo ex arcubus circulorum maiorum quadrante minoribus in ſuperficie ſphæræ rectangulo, eſt ſicut ſinus arcus rectum angulum ſubtendentis ad ſinum arcus alterum ex acutis angulis reſpicientis, ſic eſt ſinus totus ad ſinum dicti acuti anguli.

Prop. VII.

In duobus triangulis rectangulis ex arcubus circulorum maiorum in ſuperficie ſphæræ duos angulos acutos æquales inuicem habentibus, ſinus arcuum rectos angulos ſubtendentium ſunt ſinibus arcuum acutis oppoſitorum proportionales.

Prop. VIII.

Si in duobus triangulis rectangulis ex arcubus circulorum maiorum in ſuperficie ſphæræ, ſinus arcuum rectos reſpicientium proportionales fuerint ſinibus arcuum acutos angulos ſubtendentium: ipſi acuti anguli æquales erunt.

Prop. IX.

Si in triangulo ex arcubus circulorum maiorum in ſuperficie ſphæræ ſicut eſt ſinus totus ad ſinum anguli acuti, ſic ſit ſinus arcus alium angulum ſubtendentis ad ſinum arcus, qui acuto opponitur: angulus ille rectus erit.

Prop. X.

In triangulo ex arcubus circulorum maiorum in ſuperficie ſphæræ angulum rectum habente, ſinus reliquorum angulorum ſunt ſinibus laterum, quibus opponuntur, proportionales.

Prop. XI.

Si duo anguli trianguli cuiuſpiam ex arcubus circulorum maiorum in ſuperficie ſphæræ fuerint duobus angulis trianguli alterius ex arcubus circulorum maiorum in eadem ſuperficie, ſinguli ſingulis æquales: tunc ſinus arcuum æqualibus angulis oppoſitorum proportionales erunt.

Prop. XII.

In duobus triangulis rectangulis ex arcubus circulorum maiorum in ſuperficie ſphæræ, quorum arcus rectis oppoſiti ſunt æquales, duorum ex reliquis arcuum vtcumque ſumptorum ſinus ſunt ſinibus oppoſitorum angulorum proportionales.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Prop. XIII.

In duobus triangulis rectangulis ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ, ratio sinuum duorum arcuum acutis oppositorum componitur ex duabus, quarum vna est ratio sinuum arcubus rectos respicientibus debitorum, altera ratio sinuum dictorum acutorum angulorum.

Prop. XIV.

In duobus triangulis rectangulis ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ, ratio sinus arcus vni acutorum oppositi in vno triangulo, ad sinum arcus vni acutorum oppositi in altero triangulo est sicut ratio rectanguli contenti sub sinibus arcus rectum subtendentis, & anguli acuti in illo triangulo ad rectangulum contentum sub sinibus arcus recto oppositi & anguli acuti in hoc triangulo.

Prop. XV.

Si in duobus triangulis rectangulis ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ sinus arcuum rectis angulis oppositorum fuerint sinibus acutorum angulorum ordine permutato proportionales: æquales erunt arcus, qui acutos subtendunt. Quod si æquales sint arcus, acutis angulis subtensi, & sinus arcuum rectis oppositorum erunt sinibus acutorum ipsorum ordine permutato proportionales.

Prop. XVI.

In omni triangulo ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ sinus duorum vtcumque sumptorum arcuum sunt sinibus oppositorum angulorum proportionales.

Prop. XVII.

In triangulo rectangulo ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ sinus secundus alterius arcuum rectum angulum continentium ad sinum secundum arcus rectum subtendentis est, sicut sinus totus ad sinum secundum reliqui ex arcubus rectum comprehendentium.

Prop. XVIII.

Arcus bini & bini in circulo eodem, siue in circulis æqualibus sumpti, quorum excessus æquales, & chordæ siue sinus proportionales, sunt singuli singulis, hoc est, maior maiori & minor minori æquales.

Prop. XIX.

Si in triangulo ex arcubus circulorum maiorum quadrante minoribus in superficie sphæræ, sinus secundus primi arcus ad sinum secundum secundi arcus sit, sicut sinus totus ad sinum secundum tertij arcus tunc angulus secundo lateri oppositus rectus erit.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Prop. XX.

✠ Si in quolibet triangulo ex arcubus circulorũ maiorum in superficie sphæræ ducatur ab angulo quouis ad basim perpendicularis arcuum à reliquis angulis ad perpendicularem receptorum, sunt sinibus secundis conterminorum laterum proportionales.

Prop. XXI.

In triangulo rectangulo ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ, sinus vnius acutorum angulorum ad sinum totum est, sicut sinus secundus reliqui acuti ad sinum secundum arcus eum subtendentis.

Prop. XXII.

Si in triangulo quolibet ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ ducatur à quouis angulo perpendicularis arcus circuli maioris ad basim: sinus angulorum apud verticem sub perpendiculari & lateribus comprehensorum sunt sinibus secundis angulorum ad basim proportionales.

Prop. XXIII.

Duo triangula rectilinea inuicem æqualia, & æquiangula, sunt & inter se æquilatera.

Prop. XXIV.

Duo triangula rectilinea inuicem æqualia eandem, siue æquas bases habentia, & basibus oppositos angulos æquales: habebunt & reliqua latera singula singulis æqualia.

Prop. XXV.

✠ Si trianguli rectanguli ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ & quadrantibus minorum sinus secundi vnius arcuum acutis oppositorum fuerit medius proportionalis inter sinum totum sinúmque secundum acuti anguli oppositi: tunc reliqui arcus erunt alter complemento alterius æquales. Et sinus secundus prædicti arcus acutum subtendentis æqualis erit sinui reliqui acuti anguli.

Prop. XXVI.

✠ Iisdem suppositis, ipsi reliqui coniuncti quadrantem conficient.

Prop. XXVII.

Iisdem suppositis, si alternæ quadrantum portiones sint æquales: vel si arcus ipsius trianguli prædicti coniuncti quadrantem conficiãt, tunc sinus secundus arcus reliqui erit medius proportionalis inter sinum totum, sinúmque secundum anguli oppositi, & etiam æqualis sinui reliqui anguli acuti.

Prop. XXIII.

Iisdem suppositis, si sinus secundus arcus acuto angulo oppositi po-

ñatur æqualis sinui reliqui acuti tunc idem sinus erit medius proportionalis inter sinum totum sinúmque secundum anguli ipsi arcui oppositi: & reliqui arcus æquales singulis coalternis quadrantum complementis.

Prop. XXIX.

Iisdem suppositis, si sinus secundus arcus acuto oppositi sit medius proportionalis inter sinum totum sinumque secundum eiusdem acuti: tunc arcuum comprehendentium ipsum acutum differentia erit maxima differentiarum, quibus differunt quilibet duo arcus eundem angulum complectentes ab angulo ad quemlibet alium quadrantem recepti.

Prop. XXX.

Iisdem suppositis, si arcuum acutum angulum complectentium differentia sit maxima earum, quibus differunt arcus eundem angulum continentes ab ipso angulo ad quoslibet quadrantes conterminos recepti: tunc secundus sinus arcus eidem acuto oppositi erit medius proportionalis inter sinum totum, sinumque secundum ipsius acuti. Et arcus maximè differentes quadrantem conflabunt.

Prop. XXXI.

Iisdem suppositis, si arcuum acutum angulum continentium congeries sit quadrans, iidem arcus maximè differunt.

Prop. XXXII.

Iisdem suppositis, si arcus acutum angulum continentes maximè differant, sinus secundus reliqui arcus æqualis erit sinui acuti anguli.

Prop. XXXIII.

Si duo circuli maiores in superficie sphæræ angulum acutum contineant, & in vno eorum signentur duo puncta, à quibus arcus circulorum maiorum perpendiculares ad reliquum ducantur: Ratio sinus arcus inter casus perpendicularium ad sinum arcus inter puncta signata cadentis componetur ex duabus: quarum vna est ratio sinus totius ad sinum secundum vnius arcus perpendicularium: altera est ratio sinus secundi acuto angulo prædicto debiti ad sinum secundum reliqui arcus perpendicularis.

Prop. XXXIV.

Iisdem suppositis, sinus arcus inter casus perpendicularium ad sinum arcus inter puncta signata cadentis erit sicut quod ex sinu toto, sinuque secundo anguli acuti prædicti fit, rectangulum, ad id, quod ex sinibus secundis arcuum perpendicularium producitur rectangulum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Prop. XXXV.

Iisdem suppositis, si sinus totus ad sinum secundum alterius perpendicularium arcuum fuerit sicut sinus secundus reliqui perpendicularis ad sinum secundum anguli acuti prædicti: tunc arcus inter casus perpendicularium æqualis erit arcui inter puncta signata cadenti: Reliquæ autem coalternæ quadrantum portiones æquales erunt: Et angulorum à perpendicularibus arcubus apud signata puncta factorum sinus erunt æquales alter alterius perpendicularis sinui secundo.

Prop. XXXVI.

Iisdem suppositis, si arcus inter casus perpendicularium æqualis fuerit arcui inter puncta signata cadenti: cætera omnia sequentur.

Prop. XXXVII.

Iisdem suppositis, si duo coalterni arcus ęquales ponantur, adhuc cætera omnia sequentur.

Prop. XXXVIII.

Iisdem suppositis, si sinus anguli ab vno perpendicularium arcuum apud signatum punctum facti ponatur æqualis sinui secundo alterius perpendicularis: similiter cætera omnia sequentur.

Prop. XXXIX.

Quod si in eodem lineamento, sinus totus ad sinum secundum alterius perpendicularium arcuum maior sit, quàm sinus secundus alterius perpendicularis ad sinum secundum anguli acuti perpendicularibus oppositi: tunc arcus inter casus perpendicularium maior erit arcu inter signata puncta cadente: & arcus ad angulum maiores erunt singuli singulis coalternis. Et angulorum à perpendicularibus ad puncta signata factorum sinus maiores erunt, alter alterius perpendicularis sinu secundo.

Prop. XL.

Si verò sinus totus ad sinum secundum alterius arcus perpendicularis minor fuerit, quàm sinus secundus reliqui perpendicularis ad sinum secundum anguli acuti perpendicularibus oppositi: tunc arcus inter casus perpendicularium minor erit arcu inter signata puncta cadente. Et arcus ad angulum minores erunt singuli singulis coalternis. Et angulorum à perpendicularibus ad puncta signata factorum sinus minores erunt, alter alterius perpendicularis sinu secundo.

Prop. XLI.

Item si arcus inter casus perpendicularium ponatur maior arcu inter puncta signata cadente: tunc maior erit sinus totus ad sinum secundum vnius arcuum perpendicularium, quàm sinus secundus alte-

rius perpendicularis ad ſinum ſecundum anguli perpendicularibus oppoſiti. Et cętera ſequentur quæ in triceſima nona præcedenti.

Prop. XLII.

Item, ſi duorum coalternorum arcuum, qui ad angulum, ponatur maior: & cætera, quæ dicta ſunt ſequentur.

Prop. XLIII.

Item, ſi ſinus vnius angulorum à perpendicularibus apud ſignata puncta factorum ponatur maior ſinu ſecundo reliqui perpendicularis: & eadem reliqua ſequentur.

Prop. XLIV.

Si verò arcus inter caſus perpendicularium ponatur minor arcu inter puncta ſignata cadente, ſequentur cætera deinceps quæ in quadrageſima.

Prop. XLV.

Item, ſi duorum coalternorum arcuum, qui ad angulum, ponatur minor: & cætera ſimiliter ſequentur.

Prop. XLVI.

Item, ſi anguli ab vno perpendicularium arcuum apud ſignatum punctum facti ſinus ponatur minor ſinu ſecundo reliqui perpendicularis: non aliter, quàm priùs, cætera ſequentur.

Prop. XLVII.

Si ſinus ſecundi arcuum perpendicularium proportionem ſeruantes in trigeſima quinta prædictam fuerint proportionales permutato ordine ſinibus ſecundis aliorum duorum arcuum perpendicularium: arcus coalterni inter perpendiculares æquales erunt.

Prop. XLVIII.

Quod ſi ſinibus ſecundis arcuum perpendicularium proportionem in trigeſima quinta prædictam ſeruantibus interſit medius proportionalis ſecundus arcus medij proportionalis: Et coalterni arcus item perpendiculari medio ad collaterales hinc inde recepti æquales erunt.

Prop. XLIX.

Quod vigeſima-nona huius propoſuit, aliter oſtendere.

MAVROLYCI SICVLI, SPHÆRICORVM.

LIBER SECVNDVS.

Præfatio.

DE proportione, quàm ſeruat ſinus aggregati ex arcubus acutum angulum comprehendentibus in rectangulo trigono ſphærali ad ſinum differentię eorumdem arcuum, ſeruato acuto, deinceps nobis diſſerendum eſt. Qui locus quamuis à Menelao minimè ſit prætermiſſus, Nos tamen theorema illud nobiliſſimum, quod ipſi quintum eſt in ordine propoſitionum tertij libelli, aliter atque aliter demonſtrantes multum rem ſpeculationibus, & quaſi corollarijs illuſtrauimus. Non enim parcimus opportunis præambulis ad demonſtrationem ſpectantibus, quo diſtinctis commodiùs propoſitionibus, omnia ſint apertiora; ſcituque iucundiora.

Propoſitio prima.

Cum fuerint in ſuperficie ſphæræ quatuor arcus circulorum maiorum, ſemicirculis minores: duo quidem ab vno angulo deſcendentes: duoque à deſcendentium terminis ſe viciſſim ſecantes & alternatim ad deſcendentes reflexi: tunc ratio ſinus vnius deſcendentium ad ſinum partis eius ſuperioris componetur ex duabus: Quarum vna eſt ratio ſinus arcus reflexi à termino dicti deſcendentis ad ſinum partis ſuperioris eiuſdem reflexi: altera eſt ratio ſinus partis inferioris alterius reflexi ad ſinum totius eiuſdem reflexi.

Prop. II.

Item ratio ſinus vnius arcus ex reflexis ad ſinum partis inferioris componetur ex duabus: quarum vna eſt ratio ſinus partis ſuperioris arcus contermini deſcendentis ad ſinum ipſius deſcendentis totius: altera eſt ratio ſinus alterius totius reflexi ad ſinum partis eius ſuperioris.

Prop. III.

Aliter idipſum demonſtrare.

Prop. IV.

Suppoſitis iiſdem, ratio ſinus vnius arcuum deſcendentium ad ſinum partis eius inferioris componetur ex duabus: quarum vna eſt ra-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

tio ſinus partis ſuperioris alterius deſcendentis ad ſinum partis eiuſdem inferioris: altera eſt ratio ſinus partis inferæ arcus reflexi à termino huius deſcendentis ad ſinum partis supernæ eiuſdem reflexi.

Prop. V.

Idem & aliter demonſtrare.

Prop. VI.

Si quadrilaterum rectilineum circulo inſcriptum fuerit: Quod ſub duabus eius diametris continetur rectangulum, æquale eſt duobus ijs, quæ ſub oppoſitis lateribus comprehenduntur, coniunctim ſumptis rectangulis.

Prop. VII.

Aggregatum eorum, quæ fiunt ex vtraque chordarum duorum arcuum inæqualium in chordam reſidui de ſemicirculo alterius rectangulorum ad differentiam eorumdem eſt ſicut chorda aggregati ex eiſdem arcubus ad chordam arcus differentiæ eorumdem.

Prop. VIII.

Aggregatum eorum, quæ fiunt ex vtroque ſinu duorum arcuum inæqualium in ſinum ſecundum alterius, rectangulorum, ad differentiam eorumdem eſt ſicut ſinus aggregati ex ijſdem arcubus ad ſinum arcus differentiæ eorumdem.

Prop. IX.

Si duæ magnitudines duabus magnitudinibus ſint proportionales; erunt & earum aggregata differentijs proportionalia, Contra, ſi aggregata fuerint differentijs proportionalia, & duæ magnitudines duabus magnitudinibus proportionales erunt.

Prop. X.

In triangulo rectangulo ex arcubus circulorum maiorum in ſuperficie ſphæræ ſinus aggregati duorum arcuum angulum acutum comprehendentium ad ſinum differentiæ eorundem eſt ſicut aggregatum ex ſinu toto, ſinúque ſecundo dicti anguli acuti, ad differentiam eorumdem ſinuum.

Prop. XI.

Si fuerit triangulum rectangulum ex arcubus circulorum maiorum in ſuperficie ſphæræ, atque anguli ad centrum ſphæræ conſtituti, quos ſubtendunt duo arcus trianguli acutum angulum continētes, & fuerint æquales angulis, quos continent latera duo trianguli rectilinei cum perpendiculari ad tertium latus; ſinguli ſingulis: Tunc ſinus totus ad ſinum ſecundum anguli acuti prædicti erit, ſicut portio maior tertij lateris trianguli rectilinei ad minorem.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Prop. XII

Quod decima huius propositione, aliter demonstrare. *Videatur scholium Maurolyci.*

Prop. XIII.

Cum circuli semidiameter secat chordam arcúmque, chordæ portiones sunt sinibus portionum arcus proportionales.

Prop. XIV.

Quod decima, quódque duodecima huius demonstrant, adhuc aliter demonstrare.

Prop. XV.

In triangulo ex arcubus circulorum maiorum rectangulo in superficie sphæræ, aggregatum ex sinu toto, sinúque secundo anguli acuti ad differentiam eorumdem est sicut quadratum, quod ex sinu secundo dimidij anguli acuti ad quadratum, quod ex sinu eiusdem dimidij.

Prop. XVI.

Item, sinus aggregati arcuum acutum angulum comprehendentium ad sinum differentiæ eorumdem arcuum est sicut quadratum, quod ex sinu secundo dimidij anguli acuti ad quadratum, quod ex sinu eiusdem dimidij.

Prop. XVII.

Item, sinus aggregati arcuum angulum acutum comprehendentium ac sinum differentiæ eorumdem arcuum est sicut sinus versus complementi ipsius anguli ad duos rectos ad sinum versum talis acuti.

Prop. XVIII.

Si fuerint duo triangula ex arcubus circulorum maiorum rectangula in superficie sphæræ, quorum vnius angulus acutus æqualis alterius angulo acuto : tunc sinus aggregati arcuum acutum angulum comprehendentium in vno triangulo ad sinum arcus differentiæ eorum est, sicut sinus aggregati arcuum acutum angulum continentium in altero triangulo ad sinum arcus differentiæ eorundem.

Prop. XIX.

Quod si id duobus triangulis rectangulis ex arcubus circulorum maiorum in superficie spheræ, sinus aggregati arcuum acutum angulum comprehendentium in vno triangulo ad sinum arcus differentiæ eorum, fuerit sicut sinus aggregati arcuum angulum continentium in altero triangulo ad sinum arcus differentiæ eorum, tunc ipsi acuti anguli æquales ad inuicem erunt

Prop. XX.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Prop. XX.

In triangulo ex arcubus circulorum maiorum rectangulo in superficie sphæræ, arcus acutum angulum continentes, dum quadrantem perficiunt, maximè differunt, quàm sub eodem angulo siue breuiati siue producti differre possint. Contra, si huiusmodi arcus maximè prædicto modo differant, & coniuncti quadrantem circuli conflabunt.

Prop. XXI.

Aliter idipsum demonstrare.

Prop. XXII.

Si fuerint in superficie sphæræ duo triangula ex arcubus circulorum maiorum; quorum vnius angulus acutus æqualis alterius angulo acuto: & alius vnius angulus cum alio alterius angulo iunctus conficiat duos rectos, tunc sinus arcuum his angulis oppositorum erunt sinibus arcuum oppositorum acutis proportionales.

Prop. XXIII.

Si fuerint duo triangula in superficie sphæræ ex arcubus circulorum maiorum, quorum vnius acutus angulus æqualis alterius acuto angulo: Et sinus arcuum acutis oppositorum proportionales sinibus arcuum duos ex reliquis angulos respicientium: tunc hi anguli aut æquales erunt, aut coniuncti duos rectos conficient.

Prop. XXIV.

Si ab angulo trianguli ex arcubus singulorum maiorum in superficie sphæræ constituti descendat ad basim arcus circuli maioris angulum ipsum per æqua diuidens: tunc sinus arcuum angulum ipsum continentium erunt sinibus factarum basis portionum proportionales.

Prop. XXV.

Quod si sinus arcuum dictum angulum continentium proportionales fuerint sinibus factarum basis portionum: tunc arcus descendens angulum ipsum per æqualia secare probabitur.

Prop. XXVI.

Si bina triangula fuerint in superficie sphæræ ex arcubus circulorum maiorum, quorum vnius duo anguli fuerint, duobus alterius anguli singulis singulis æquales, & ab angulis reliquis perpendiculares arcus circulorum maiorum ad bases ducantur: tunc sinus factarum basis portionum in vno triangulo proportionales erunt sinibus factarum basis portionum in reliquo triangulo.

Prop. XXVII.

In triangulo rectangulo ex arcubus circulorum maiorum in super-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ficie sphæræ, sinus vnius acutorum angulorum ad sinum totum est sicut sinus secundus reliqui ad sinum secundum lateris eum subtendentis.

Prop. XXVIII.

Item sinus secundus vnius acutorum angulorum ad sinum totum est sicut quod sub sinu secundo arcus acutum angulum subtendentis & sub sinu reliqui acuti continetur, rectangulum ad quod ex sinu toto quadratum.

Prop. XXIX.

In omni triangulo ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ constituto, sinus versus anguli cuiuslibet ad differentiam duorum sinuum versorum, quorum vnus est lateris eum angulum subtendentis; alter verò differentiæ duorum arcuum ipsum angulum continentium est sicut quadratum sinus totius ad id quod sub sinibus arcuum eorumdem continetur, rectangulum.

Prop. XXX.

Sinus arcus alicuius ad sinum eius secundum est sicut gnomon ad vmbram rectam eiusdem arcus. Sicut autem sinus secundus ad sinum dicti arcus, sic est gnomon ad vmbram versam eiusdem arcus.

Corollarium.

Vnde vmbra recta cuiusuis arcus est & vmbra versa complementi eiusdem arcus. Item dimidio quadrantis debita vmbra tam recta, quàm versa æqualis est suo gnomoni. Item gnomon semper est medius proportionalis inter vmbras duorum arcuum quadrantem integrantium seu rectas, seu versas.

Prop. XXXI.

In triangulo rectangulo ex arcubus circulorum maiorum in superficie sphæræ constituto, sinus totus ad sinum arcus vnum ex acutis angulis subtendentis est sicut quadratum gnomonis ad rectangulum comprehensum sub vmbris versis, quarum vna complemento reliqui acuti, altera verò arcui eundem acutum subtendenti debetur.

Corollarium.

Hinc manifestum est, quod in duobus triangulis sphæralibus orthogoniis, duo latera, quæ circum rectos angulos æqualia fuerint: tunc rectangula, quæ ex vmbris versis reliquorum laterum, quæ circum rectos, in vmbra versas debitas complementis subtensorum angulorum producuntur, erunt & inuicem æqualia. Et contrariò.

Prop. XXXII.

In triangulo rectangulo ex arcubus magnis in superficie sphæræ

constituto, sinus totus ad sinum arcus vnum ex acutis angulis subtendentis est sicut vmbra versa reliquo acuto angulo debita, ad vmbram versam lacris dictum angulum respicientis.

Scholium.

Ex his igitur demonstrationibus absolui possunt omnes quæstiones, quæ fieri consueuerunt circa sphæralia triangula: quæque in Astronomia pertinent ad arcus circulorum in primo cœlo intellectorum, hoc est, in concaua superficie primi mobilis descriptorum. Sed nemo harum speculationum scientiam perfectam habens nesciet theoriam ad praxim atque demonstrationem ad calculum deducere. Quæ res vt magis peruia fiat lectori, exempla nonnulla sunt adducenda, vt circa declinationes, & ascensiones.

AVTOLYCI DE SPHÆRA MOBILI, EX TRADITIONE MAVROLYCI LIBER.

ABSOLVTIS *Theodosij, Menelai atque Maurolyci sphæricis, subiungemus ea quæ ad sphæram mobilem, motumque primum pertinent, quippe quæ sphæricorum demonstratis innituntur, & prima sunt syderalis disciplinæ rudimenta: quibus addemus* Theodosium *de habitationibus, & habitationum collatione. Aduerte autem ea esse Maurolyci, quæ literis* Italicis *scribentur.*

Sphæræ puncta æqualiter ferri dicuntur, quæcumque æquali tempore æquales ac similes transeunt periferias. At si in linea aliqua delatum aliquod punctum æqualiter, binas transierit lineas, eandem habebit rationem tempus ad tempus, quibus singulas transit lineas, quàm linea ad lineam: *id est, peracta spatia temporibus proportionalia sunt.*

Propositio prima.

Si æqualiter sphæra voluatur circa suum axem, cuncta quæ in superficie sunt sphæræ puncta, præter polos, circulos describunt parallelos, & ad axem rectos, & eosdem cum sphæra polos habentes.

Nam tales circuli describuntur per rectas à punctis ad axem, super quo sphæra versatur, perpendiculares: & ideò per 9. primi sphæric. Theod. habent dictum axem communem, & polos communes, & per 2. secundi, sunt inuicem paralleli.

Prop. II.

Si sphæra voluatur æqualiter circa suum axem, cuncta, quæ in su-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

perficie puncta sunt sphæræ, similes periferias circulorum parallelorum, in quibus feruntur, in tempore eodem præteribunt.

Nam si duo puncta sint in eodem parallelo, constat propositum per assumptam in principio petitionem. Si autem in diuersis parallelis, constabit propositum per 15. secundi sphæric. Theod.

Prop. III.

Si æqualiter sphæra voluatur circa suum axem, quas in tempore eodem periferias transmittent puncta quædam in circulis parallelis, per quos feruntur, eæ ipsæ similes erunt.

Hac est conuersa præcedentis, & simili modo demonstratur.

Prop. IV.

Si in sphæra maior circulus manens separet id, quod apparet de sphæra, ab eo, quod non apparet, sitque ad rectos angulos axi sphæræ, super quo mouetur: nullum punctum superficiei sphæræ oritur, nullum occidit: sed quæ sunt in hemisphærio apparenti, semper apparent: quæ verò in latenti, semper occultantur.

Nam talis circulus manens est communis limes talium hemisphæriorum, & per 1. huius, puncta singula suos sursum parallelos semper in alterutro hemisphæriorum describent.

Prop. V.

Si per polos sphæræ circulus manens definiat apparens & non apparens: cuncta in superficie sphæræ puncta ipsa euoluta, & occidunt & oriuntur, & æquali tempore morantur super horizontem & sub horizonte.

Nam tales circulus manens, per 20. primi sphær. Theod. secat per æqualia singulos parallelos, id est semicirculos, Quare per 2. huius, per æquale tempus punctorum vnum quodque feretur vtrinque à circulo secante.

Prop. VI.

✠ Si in sphæra maior circulus manens definiat quod apparens est sphæræ, & quod non apparens, obliquus existens ad axem, attinget binos circulos ęquales, & parallelos inuicem, & eorum vnus ad apparentem polum semper erit apparens: alter autem ad latentem semper latens, *quod constat per 70. secundi sphæric. Theod.*

Prop. VII.

✠ Si circulus in sphæra fixus apparens ab occulto distinguat obliquus existens ad axem: circuli, qui ad angulos rectos axi, in eisdem punctis semper horizontis ortus & occasus faciunt, & similiter inclinantur ad horizontem.

Nam cum circulus fixus constet semper in eodem loco: & circuli super axe suo versati semper in suo singuli plano iaceant: fit vt neque periferia locum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

aliquando commutent: & perinde ſecent fixum in iiſdem ſemper punctis. Inclinatio quoque eorum vna eſt: ſequitur enim inclinationem axis communis.

Prop. VIII.

Si circulus maior in ſphæra fixus apparens ab occulto dirimat inclinatus ad axem: quicumque circulus maior contingit duos circulos parallelos æquales, ſemper videlicet apparentem ſemperque occultum, quos horizon contingit; euoluta ſphæra, congruit horizonti.

Nam dum verſatur ſphæra, puncta contactuum feruntur ſemper in periferijs dictorum parallelorum: & perinde contactus dicti circuli maioris couniuntur contactibus horizontis: & circulus ipſe counitur horizonti.

Prop. IX.

✠ Si in ſphæra maior circulus obliquus ad axem definiat manifeſtum ab occulto; quod ex ſimul orientibus punctis eſt polo apparenti propinquus, poſterius occidi. Quod autem ex ſimul occidentibus, dicto polo vicinius, priùs oritur.

Nam punctum polo manifeſto vicinius habet, per 24. 2. Theod. maiorem arcuum ſuper horizontem: & perinde ſi ſimul oritur, cum puncto remotiori à dicto polo: poſterius occidet. Et ſi ſimul occidat, iam priùs exortum eſt per 2. huius.

Prop. X.

Si in ſphæra maximus orbis obliquus ad axem definiat apparens ſphæræ & latens; circulus, qui per polos ſphæræ, bis rectus ſit horizonti in vno ſphæræ ambitu.

✠ Patet, *quia talis circulus bis tranſit in vno ambitu per polos horizontis: quare per 20. 2. ſphæric. Theod. bis eum orthogonaliter ſecabit.*

Prop. XI.

✠ Si in ſphæra maior circulus obliquus ad axem definiat apparens ſphæræ & latens: alius verò maior circulus parallelos maiores attingat, aut quos horizon ſemper apparentem ſemperque occultum tangit, per omnem horizontis periferiam parallelis, quos attingit, interpoſitam ortus & occaſus facit.

Patet, quoniam omnia puncta talibus parallelis interiecta oriuntur & occidunt apud periferias horizontis iiſdem interiacentes. Quare & tota talis circuli maioris periferia in idem facit.

Prop. XII.

✠ Si in ſphæra manens circulus delatum aliquem circulum eorum, qui in ſphæra, ſemper per æqualia ſecet: inter autem ipſorum ad re-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ctos fuerit angulos axi, neque per polos sphæræ: vterque ipsorum erit maior.

Nam si vterque sit circulus minor: manens non potest semper bifariam secare delatum, nisi manens ad rectos sit axi, si manens sit maior, ac delatus minor: non potest semper bifariam secare delatum, nisi existentem ad rectos axi, quod est contra hypothesim: Si manens sit minor, ac delatus maior: hoc esset contra 17. 1. spheric. Theod. superest ergo vt omnino sint ambo maiores.

THEODOSII DE HABITATIONIBVS

LIBER.

Propositio prima.

✠ SVB Septentrionali polo habitantibus hemisphærium quidem mundi vsquequaque idem apertum est vnum: alterum omnino idem occultum: nec astrorum aliquod ipsis occidit aut oritur: sed quæ in aperto sunt, prorsus sunt in conspectu: at quæ in occulto vsquequaque nusquam comparent. *Quæ prop. eadem fermè est cum 4. Autolyci.*

Prop. II.

✠ Sub æquinoctiali habitantibus omnia astra oriuntur & occidunt, & æquali tempore super horizontem attollentur, horizontique subuehentur. I*dem habetur in 5. Autolyci.*

Prop. III.

✠ Per omnem locum, qui sub media zona tropicis parallelis interclusa, signifer quotidie rectus erigitur horizonti.

Nam circulus æquatoris parallelus per verticem loci ductus binis in locis secat Zodiacum. Quando igitur punctum sectionis alterutra connitur vertici, tunc zodiacus incedit per polos horizontis; & ideò per 20. 1. Theod. secat horizontem orthogonaliter: bis ergo fit hoc in vno ambitu. Habitantibus verò sub tropico semel, hoc est in puncto solstitij, in quo zodiacus tangit ipsum tropicum.

Prop. IV.

Quorum vertex à polo tantum abit, quantum tropicus distat ab Æquinoctiali: illis simul sex signa & occidunt, & oriuntur.

Hoc est illis, quorum vertex est in arctico, vel antarctico circulo. Nam cũ poli zodiaci ferantur in peripheriis talium circulorũ, iam in vno semel polus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

counitur vertici, hoc est polus zodiaci polo horizontis. Quare & zodiacus counitur horizonti, quæ counio fit instanti, & post illud in instans statim zodiacus dispescitur bifariam ab horizonte, & ideò in instanti semicirculus eius oritur, & reliquus semicirculus occidit.

Prop. V.

✠ Sub æquinoctiali habitantibus Meridianus bifariam secabit super horizontem signiferi semicirculum quando tactus tropicorum & signiferi fuerint in horizonte, & tunc signifer rectus erit ad horizontem.

Tunc enim horizon incedens iam per polos tropici, & puncta contactuum per 6.2 sphær. Theod. ibit, & per polos zodiaci: & ideò per 20.1. orthogonaliter eum secabit; & per 21.1. zodiacus vicissim ibit per polos horizontis, per quos & meridianus, vnde arcus tam meridiani, quam zodiaci ab horizonte ad horizontem recepti sunt quadrantes.

Prop. VI.

✠ Sub æquinoctiali habitantibus signiferi semicirculi omnes in tempore æquali oriuntur. Similiter etiam oppositæ periferiæ.

Ibi enim omnis semicirculus Zodiaci oritur cum arcu diurno sui principij: omnes autem arcus diurni par. 2. huius, sunt semicirculi: constat igitur prima pars propositi. Reliqua verò, quoniam non solùm oppositæ Zodiaci periferiæ, sed etiam ab æquinoctij pũcto æqualiter remotæ cum æqualibus æquinoctialis periferijs ascendunt.

Prop. VII.

✠ Habitantibus sub eodem parallelo stellę neque simul oriuntur, neque simul occidunt, sed quanto priùs oriuntur orientaliori loco, tantò priùs occidunt.

Nam talium locorum horizontes propter æquas polorum altitudines, tangunt eosdem æquatoris parallelos: quare per 18.2. sphær. Theod. arcus ex parallelo quolibet, semicirculi horizontum tam Orientalibus quàm Occidentalibus interiecti, sunt similes. Omnis igitur stella in loco Orientali per eundem arcum anticipat ortum, & inde occasum, & idcirco per idem temporis interuallum.

Prop. VIII.

Sub eodem meridiano habitantibus stellæ quæcunque sunt inter maximum semper apparentium parallelorum & æquinoctialem diutius super horizontem feruntur illis, qui ad Septentrionem habitant, quàm illis qui ad Meridiem. Et quanto priùs oriuntur ad Septentrionem habitantibus, tanto posteriùs occidunt. Quę verò astra inter maximum semper occultorum, & æquinoctialem, diutiùs super horizontem apparent ad Meridiem habitantibus, quàm ad Septentrionẽ:

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

& quanto priùs oriuntur iis qui ad Meridiem, tanto posteriùs occidunt.

Nam eunti versus manifestum polum, arcus diurnus astri eodem versus ab æquatore declinantis crescit, & eunti versus occultum polum arcus diurnus astri eo declinantis etiam crescit. Collatis autem arcubus, vtrimque, hoc est ad ortum & ad occasum crescentibus, constat reliqua pars propositi.

Prop. IX.

✠ At si horizontes neque sub eodem parallelo, neque sub eodem Meridiano, sequetur tãtum arcuum super horizontem peractorum prædicto modo inęqualitas: non autem ortuum & occasuum anticipatio. *Constat sicut præmissa, propter magis, aut minus inclinatum horizontem.*

Prop. X.

✠ Sub polo vtrolibet habitantibus sol semestri tempore super horizontem iugiter fertur, & tandem sub horizonte.

Patet hoc per I. *huius: quoniam zodiaci semicirculus semper extat, & semicirculus semper delitescit: qui semestri fermè spatio à Sole peragitur. Neque hic motus differentia, quem Solis ingerit eccentricus, consideranda venit: supponitur enim Solis motus æqualis, vbi de arcubus primi motus agitur.*

Prop. XI.

✠ A polo versus arcticum vel antarcticum procedentibus, hæc iugis mora Solis super horizontem, aut sub horizonte minor fiet semestri tempore, minorque, donec ad spatium 24. horarum sub arctico vel antarctico redigatur.

Nam horizon harum habitationum tangit duos æquatoris parallelos tropicis maiores, qui de zodiaco vtrimque duas peripherias æquales abscindunt. Et peripheria, quam parallelus semper apparens abscindit, nunquam occidit; ea verò quam semper occultus, nunquam oritur. In illa ergo quandiu Sol fuerit, nunquam occidet: in hac nunquam orietur. Vnde in illa tantus erit iugis dies: dies in hac tanta iugis nox pro magnitudine scilicet peripheriæ, tot scilicet mensium, quot signa comprehenderit peripheria, & tot dierum naturalium, quot insuper gradus habuerit.

Prop. XII.

✠ Sub arctico vel antarctico habitantibus dies maxima fiet 24. horarum, & instans pro nocte. Contra nox maxima 24. horarum, & instans pro die. Cæteri arcus crescent & decrescent vsque ad æqualitatem æquinoctij.

Nam ibi habitantium horum tangit duos tropicos, quos & Zodiacus contingit

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

tingit. Quare Sol in tropico super horizontem extantem constitutus, peragit pro die integrum ambitum: & pro nocte punctum ipsum contactus. Contra Sol in tropico totaliter latenti positus circulum totum pro nocte describit, & pro die, solum contactus punctum, inde decrescunt vtrique arcus vsque ad medium æqualitatis.

Et quoniam per 23. 2. sphæric. Theod. coalterni arcus diurnus & nocturnus vtrinque ab æquatore sumpti sunt æquales, & perinde tam duo diurni, quàm duo nocturni coniugatè recepti circulum integrãt: propterea fit vt in omni horizonte totum tempus diurnum in anno collectum simul sit semestre, hoc est anni dimidium: & nocturnum similiter tantumdem, sed sub polo continuum: cæteris verò habitatoribus interpolatum. His autem Euclidis Phænomena in eorum gratiam subiungemus, qui seriò Geogrophiæ, & Astronomiæ operam dare voluerint: deinde breuissimum afferemus Cosmographiæ conpendium, quod cœlos, & terram oculis velut in tabella sufficiet.

EVCLIDIS EX TRADITIONE MAVROLYCI

Phænomena.

QVONIAM stellæ circumferuntur æquali semper à nobis remotione, propterea motum cœli circularem esse: easque per parallelos æquidistantes deferri. Et quoniam earum quædam perpetuò feruntur supra terram, quædam sub terra: quædam plus moræ trahunt super terram, quædam plus sub terra, & medio loco posita æqualiter. Hinc mundum non nisi sphæricæ figuræ esse: nec nisi circa axem, & æqualiter volui. Axem autem polorum vnum extare: alterum sub terra delitescere. Horizon autem circulus vocetur, qui definit spectatum hemisphærium. Meridianus, qui per sphæræ, horizontisque polos incedat. Æquinoctialis verò maximus inter parallelos communem cum sphæra axem habentes. Zodiacum, siue signiferum esse solis orbitam, à quo Æquinoctialis obliquè secatur. Tropici sunt duo paralleli æquales zodiacum tangentes. Ex quibus manifestum est, horizontem circulum esse maximum, quòd maximum quemque semper secet per medium.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

PROPOSITIONES.

I.

TERRA *in medio mundo est, centrique fungitur officio.*

Quoniam ſcilicet eadem dioptra ſpectamus ſimul duo ſigna oppoſita. vnum oriens, alterum occidens & rurſum alia duo ſigna oppoſita apud ortum & occaſum: fit vt linea viſualis in vtraque obſeruatione ſit diameter zodiaci, & firmamenti: terra igitur in ſectione talium diametrorum cum ſit, in centro zodiaci, & perinde mundi exiſtet.

II.

In vno ambitu, qui per polos ſphæræ circulus bis rectus erit ad horizontem.

Quia ſcilicet bis counitur in die cum meridiano, qui rectus eſt ad horizontem.

Zodiacus verò circulus ad meridianum bis erit rectus.

Quia ſcilicet plus zodiaci in parallelo arctico delatus bis in die ſiſtitur in meridiano.

Ad horizontem verò minimè rectus erit, quando polus horizontis fuerit extra tropicos.

Ibi enim zodiacus nunquam tranſit per polos horizontis, hoc eſt per verticem loci.

Si verò polus horizontis in tropico fuerit: zodiacus ſemel in die ad horizontem rectus erit.

Quando ſcilicet punctum ſolſtitiale zodiaci fuerit in polo horizontis, quod ſemel in die fit.

Quando demum polus horizontis tropicos fuerit: zodiacus circulus ad horizontem bis rectus erit.

Nam ibi parallelus æquatoris per polum horizontis incedens binis in punctis ſecat zodiacum: quæ puncta ſingula ſemel in die ſiſtentur in ipſo polo horizontis in dicto parallelo delata. Bis igitur in die zodiacus horizontem orthogonaliter ſecabit, per 20. 1. ſphæric. Theod.

III.

✠ *Aſtrorum non errantium ortus, occaſuſque officientium, vnumquodque apud eodem horizontis puncta oritur & occidit.*

Nam parallelus, in quo defertur aſtrum ſuper axem, in vno ſemper ſitu circunducitur, & in iiſdem ſemper punctis ſecat horizontem. *Additio 2. propoſitionum.*

IV.

✠ *Aſtra in circulo per polos mundi ducto exiſtentia ſimul oriuntur,*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

& ſimul occidunt in horizonte recto.

Nam talis circulus bis in die counitur horizonti recto.

V.

Aſtra exiſtentia in ſemicirculo orientali circuli tangentis maximum integrè apparentium parallelorum, quem tangit horizon obliquus, ſimul oriuntur in tali horizonte. Exiſtentia verò in ſemicirculo reliquo, ſimul occidunt in eodem.

Sicut enim ille ſemicirculus ſemel in die counitur ſemicirculo orientali horizontis: ita hic occidentali. Vnde denominantur.

VI.

Aſtrorum in maximi circuli ambitu exiſtentium, maximumque integrè apparentium non tangentis neque ſecantis, quæ priùs oriuntur, priùs occidunt: Et quæ priùs occidunt, priùs oriuntur.

Nam ex talibus aſtris occidentalibus priùs oritur, & priùs occidit. Ducto enim ſemicirculo orientali tangente maximum parallelorum integrè apparentium, per aſtrum occidentalius, relinquitur aſtrum reliquum ad orientem, ſimiliter ducto ſemicirculo occidentali. Conſtat ergo propoſitum: cùm tales ſemicirculi repræſentent ſemicirculos horizontis.

VII.

✠ *Aſtrorum in maximi orbis ambitu, qui maximum integrè apparentium ſecat, exiſtentium, quæ ſeptentrioni propiùs, priùs oriuntur, poſteriùs verò occidunt.*

Ductis enim per aſtrum à ſeptentrione remotius circulis maioribus maximum integrè apparentium vtrinque tangentibus: relinquetur aſtrum reliquum in medio peripheriarum. Vnde palam fit ipſum aſtrũ reliquum priùs oriri, & priùs occidere. Sed Euclides loquitur reſpectu ſitus noſtri. Nam apud noſtros Antœcos, idem dicendum de aſtro, quod illi polo propinquus eſt.

✠ *In Zodiaco, ſiue æquinoctiali, ſiue quouis alio maiori circulo aſtra ex diametro poſita coniugatè oriuntur, & occidunt.*

Nam quæuis diameter cuiuſlibet maioris circuli eſt, & mundi diameter: cuius extremorum altero ex oriente, reliquum occidit. Et è contrario.

X.

✠ *Zodiacus circulus per omnem horizontis locum inter circulos tropicos oritur, quando maximus integrè apparentium non minor fuerit circulo tropico.*

Hoc eſt in illo horizonte, cuius vertex eſt in circulo arctico, vel in-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ter ipsum & polum, ortus zodiaci fit per totum semicirculum horizontis orientalem: occasus per totum semicirculum horizontis occidentalem: quandoquidem totus horizon iacet inter tropicos.

X.

✠ *Signa non apud æqualia horizontis segmenta oriuntur, & occidunt: in maximis enim quæ ad æquinoctialem: in minoribus autem quæ hac sequuntur: in minimis verò quæ ad tropicos: apud æqualia porro, quæ ab æquinoctiali circuli æqualiter distant.*

Ductis enim per limites signorum zodiaci parallelis hinc inde ab æquinoctiali: peripheriæ horizontis interceptæ tam ad ortum quàm ad occasum, ab æquinoctiali versus tropicos ordinatæ successiuè decrescunt, vt infert propositio. Omnis enim arcus zodiaci apud peripherias horizontis suis parallelis interceptas oritur, & occidit. Hoc autem ostendit Theodosius in 3. 5. 7. & 9. prop. libri 3. sphæric. & Menel. in 46. secundi. Quod intelligitur tam in horizonte recto quàm in obliquo; quamuis in obliquo periphæriæ dictæ horizontis sint maiores.

XI.

✠ *Zodiaci semicirculos non ab eodem parallelo exorsos, neque æquali tempore totos exoriri, sed in plurimo, qui cum cancro, eoque minori, quo inde remotius exordium sumpserint: in minimo tandem, qui cum capricorno. Quicunque autem in eodem parallelo initium habuerint, æquis temporum interuallis exortum facere.*

Constat hæc prop. apertissimè, si conferantur arcus diurni semicirculorum zodiaci principiis debiti. Cum talibus enim arcubus oriuntur ipsi semicirculi. Et pro occasu semicirculorum conferantur arcus nocturni, qui semicirculorum initiis respondent: quamuis de occasu author non faciat mentionem. Sed vltra æquinoctialem pro signis in proportione expressis sume signa opposita. Author autem respexit ad situm nostrum.

XII

✠ *Si in Zodiaco bini semicirculi communem quandam circumferentiam habentes diuerso tempore oriantur: relicti arcus diuerso etiam tempore orientur, & in eodem excessu. Si autem in Zodiaco bini semicirculi communem arcum habentes æquis temporibus æquis oriantur, relictæ quoque peripheriæ temporibus æquis orientur.*

Nam subtracto arcu communi, subtrahitur etiam commune tempus: & ideo relicta tempora erunt aut in eodem excessu inæqualia, in quo scilicet tempora semicirculorum sunt: aut æqualia, si tempo-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ra semicirculorum fuerint æqualia.

XIII.

✠ *Zodiaci æqualium & ex opposito circumferentiarum in quo tempore altera oritur, reliqua occidit. Et in quo altera occidit, reliqua oritur.*

Nam, per octauam huius, talium arcuum limites excũtes ex diametro, coniugatè oriuntur, & occidunt; hoc est, vno oriente, alter occidit, & è contrario. Et ideo quo tempore oritur interceptorum arcuum vnus: reliquus occidit; & è contrario. His autem rursus tres propositiones adduntur.

XIV.

✠ *Similium horizontum semicirculi similes, parallelorum peripherias includunt: Et ideo quodlibet astrum ad horizontem ex iis orientalem per vnum temporis interuallum anticipat tam ortum, quàm occasum, ac cæli mediationem.*

Similes horizontes sunt, qui aut recti sunt aut eiusdem latitudinis. Qui autem eiusdem latitudinis sunt, tangunt eosdem parallelos, quorum alter maximus integrè apparentium est, alter maximus integrè occultorum. Hęc ergo propositio quoad rectos horizontes, ostenditur in 14. l. 2. Theod. quoad autem obliquos, in 8. eiusdem. Vt si inter duos horizontum siue rectorum, siue vnius latitudinis obliquorum semicirculos orientales intersit arcus æquatoris 30. graduum: iam inter eosdem ex quolibet parallelo totidem gradus intercipientur. Et perinde omne astrum magis orientale per duas horas præuertet tam ortum quàm occasum, quàm & cœli mediationem. Quare constat apertè corollarium.

XV.

Similium horizontum semicirculi orientales vnà cum zodiaci peripherijs intercipiunt æquatoris arcus coorientes, occidentales autem cooccidentes ad quemlibet talium horizontum.

Manente enim fixo horizontum talium vno, sphæra reuoluta, cæterorum similium horizontum semicirculi coniunguntur ei: & proinde zodiaci peripheriæ ante motum interceptæ cooriuntur, aut cooccidunt cum arcubus æquatoris simul interceptis.

XVI.

Peripheriæ zodiaci æquales ad rectum horizontem non æquis temporibus oriuntur, neque occidunt, sed in maximo, quæ sunt ad tropicorum contactus: in minori autem, quæ has subsequuntur: in minimis verò; quæ ad æquinoctialem: æqualibus porrò, quæ ab æquinoctij puncto æqualiter distant.

Exempli gratia, sumantur in zodiaco 3. signa ♈, ♉, & ♊, Aio quod

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ex his in ſphæra recta ♊ in maximo; ♉ in minori; ♈ in minimo tam oritur, quàm occidit tempore. Ducantur enim à polo mundi tres ſemicirculi horizontum rectorum per limites talium ſignorum: iam tales ſemicirculi, abſcindent de æquinoctiali arcus inæquales: quorum maximus erit, qui remotiſſimus à ſectione zodiaci, & æquinoctialis, ſcilicet qui cum ♊ intercipitur: minor, qui cum ♉: minimus, qui cum ♈, per 4, & 8. tertij ſphæric. Theod. & 46. ſecundi Menel. Sed per præcedentem, tales æquatoris arcus cooriuntur, ſiue cooccidunt cum ſignis ipſis interceptis. Igitur ex his ♊ in maximo: ♉ in minori: ♈ in minimo oritur, & occidit tempore. Quod autem æquè ab æquinoctio remota ſigna æquis temporibus oriuntur, atque occidunt, conſtat, quoniam cum æquis arcubus æquatoris oriuntur, & occidunt, & id propter æquilatera inuicem ſphæralia triangula, per 23. primi ſphæric. Menel.

Corollarium. Hinc manifeſtum eſt quod in ſphæra recta 4. ſigna ♊, ♋, ♐, & ♑ in maximis: 4. autem ♉, ♌, ♏, & ♒ in minoribus: 4. demum ♓, ♈, ♍, & ♎, in minimis, & inuicem æqualibus oriuntur, & occidunt temporibus.

XVII.

✠ *Semicirculi zodiaci, qui cum 6 9 æquales circumferentiæ non æquis temporibus occidunt, ſed in maxima, quæ ſunt ad tropicorum contactus: in minori autem quæ ad æquinoctialem: æqualibus porrò quæ has ſubſequuntur: in minimis verò quæ ad æquinoctialem: æqualibus porro quæ ab æquinoctij puncto aqualiter diſtant, oriuntur, & occidunt.*

Per limites trium ſignorum ♋, ♌, & ♍ ducantur tres ſemicirculi horizontum obliquorum eiuſdem latitudinis occidentales, & perinde tangentes eundem æquatoris parallem. Nam tales ſemicirculi abſcindent ex æquatore arcus inæquales, quorum maximus erit, qui remotiſſimus à ſectione æquinoctij, ſcilicet qui cum ♋ intercipitur: minor, qui cum ♌: minimus, qui cum ♍, per 6, & 10 tertij ſphæric. Theod. & 46 ſec. Menel. ſed per ante præmiſſam, talia ſigna cooccidunt, cum arcubus æquatoris interceptis; igitur ex his ♋ in maximo: ♌ in minori; ♍ in minimo tempore occidit. Quod autem ſigna æqualiter ab æquinoctio remota æquis temporibus oriuntur, & occidunt, conſtat per 25 primi ſphęric. Menel. propter æquilatera inuicem ſphæralia trianguli. Verùm in horizontibus vltra æquatorem pro ♋, ♌, & ♍, ſubſtitue ♑, ♒, & ♓.

Coroll. Hinc patet quod in horizonte noſtro obliquo, duo ſigna ♋, & ♐ in minimis: ♌, & ♏ in minoribus: ♍, & ♎, in minimis, &

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

inuicem æqualibus occidunt temporibus.

XVIII.

✠ *Semicirculi Zodiaci, qui cum ♑, æquales peripheriæ: nequaquam æquis oriuntur temporibus. In maximo quidem, quæ ad tropicorum contactus: in minori autem, quæ has subsequuntur: in minimis verò, quæ ad æquinoctialem: æqualibus porrò, quæ ab æquinoctij puncto æqualiter distant, oriuntur, & occidunt.*

Ostensum est in præcedenti, ♋ in maximo, in minori ♌ in minimo ♍ occidere. Igitur per 23 præcedentem, his opposita signa, scilicet ♑, in maximo: ♒, in minori: ♓ in minimo orientur; quod est propositum. Vnde & æqualitas ortuum in signis æquè ab æquinoctio remotis sequetur. Sed in regionibus vltra æquatorem, quoniam mutatur polus manifestus, immutenda sunt, & signa.

Coroll. Constabit igitur hic similiter, quod in his obliquis horizontibus ♑, & ♓ in maximis: ♒, & ♉ in minoribus: ♓, & ♈ in minimis, & inuicem æqualibus oriuntur temporibus.

MONITVM.

QVI seriò Trigonometriæ suam operam dare voluerit, adeo vt Gellibrundi Britannicam Trigonometriam, cuius fundamentorum consistit in triangulorum planorum similitudine ad quam duntaxat requiritur æqualitas angulorum, vel proportio crurum: quæ cùm numeris exprimi debeant, tam peripheriæ circulares, quibus angulos metimur, quàm rectæ circulis adscriptæ in certas partes dimidendæ sunt, quos numeris exprimantur.

Quapropter peripheriæ in 360 gradus diuisæ gradum quemlibet primùm in 100 partes, victam imitatus pag. 29. Calendarij, partitur, deinde quamlibet partem centesimam, ad calculi facilitatem dimidit. Radium verò facile vnius partis in 1000, 000,000,000,000; & in ijsdem partibus rectas circulo adscriptas, putà sinus arcuum, & tangentes, atque secantes diuidit, de quibus fusissimè dictum est vtili Præfatione ad Theodosij sphærica.

Cùm autem Gellibrandus, post Neperum & Briggium, per Logarithmos progediatur, quos ferè omnes iudicant longè faciliores reliquis sinuum & tangentium canonibus antea vsurpatis, hic autor præ reliquis legatur, atque teratur, quippe satisfacit abundè, tum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

pro planis triangulis in 2. Britannicæ Trigonometriæ; cum pro ſphæricis in 2. artificialis trigonometriæ libris.

Vt autem ea quæ dicta ſunt hactenus de ſphæricis, ad coſmographiam breuiſſimè contrahamus, peculiarem tractatum, quem vocare poſſis Coſmographiam Aſtronomicam, quòd ex æquo vtrique conueniat, Autolici, Theodoſij, & Euclidis Phænomenis, veluti Corollarium ſubiungemus, ex quibus valeant intelligi, quæ in illo tractatu quiſpiam deſiderare poſſet.

COSMO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

COSMOGRAPHIA ASTRONOMICA.

AD REVERENDVM P. FRANCISCVM LANOVIVM.

F. M. MERSENNVS S. P.

CVM à pluribus annis, R. P. non solùm Patres Græcos & Latinos, sed alios præterea libros plus minus I C C X L euolueris, & euisceraueris, nouosque, vi quâ polles ingenij propemodum infinitâ, in lucem edendos tanto numero scripseris, vt etiam æquare possint numerum illum Platonicum, vel illius ad minimum partes aliquotas ad calcem Præfationis ad Hydraulica relatas. Iter illud, ad quod accingeris, vt Te Summi Pontificis iussu, Collegam admodum Reuerendi Patris Laurentij à Spezzano, Ordinis nostri Dignissimi Generalis exhibeas, non debet fructus illos vberrimos sufflaminare, quos viri Docti à te propediem expectant: quosque, nullus dubito, quin superiores abs te vel precibus, vel iussu, statim atque rescierint tuorum operum inscriptionem, pulchritudinem, & vtilitatem, extorqueant.

Quid enim vtilius, aut pulchrius singulis totius Religionis Christianæ Formulis, & Ritibus, hucusque à Christo Domino, quaquà patet, vsurpatis? Quodnam Calendarium cum Anno tuo Eucharistico conferendum? Quid tuæ Patriæ Annales, quid Theologum, quid Angelica, quid omnia elegantissimo styplo à te parata, commemorem, quibus totam Ecclesiam XXX sequentibus annis illustratam iri confido.

Gaudeat igitur minimus noster orbiculus, qui Tuorum operum splendore, sapiētibusq; consilijs illuminatus maximas gratias, Diuino

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

primùm numini, deinde Summo Pontifici habere debeat, quorum prouidentiâ Generalem & Collegas accepit, qui non solùm parta tueantur, verùm etiam illius terminos promoueant.

Dum igitur, R. P. thesauros illos amplissimos abs Te collectos expectamus in literatorum, & Ecclesiæ Catholicæ vsum effundendos, hoc accipias Astronomicæ Cosmographicæ opusculum quod in amicitiæ nostræ antiquæ, & sinceræ testimonium, Tuo nomine inscriptum volui; quippe refert œconomiam, quâ in ipso itinere, siue terrestri, siue maritimo, recrees animum, & opera Dei circumspiciens maiore semper diuini amoris flammâ succendaris.

PRÆFATIO AD LECTOREM.

NIL interest, Beneuole, si mentem Ptolemaicorum, vel Tychonicorum sequaris; siue Philolai, Aristarchi (de quo in Psamnite) & aliorum Pythagoræorum anteponas sententiam: lectione sequentium propositionum veritatem assequêris. Vt verò supremum istius autorem scientiæ magis magisque suspicias, atque venereris, mecum, obsecro, pernicitatem siderum contemplare, quæ tanta est vt stella quælibet iuxta Æquinoctialem sita, minuto horario, motu raptus seu diurno, 15' percurrat, quæ in octauo cœlo leucis 70000, in terra verò 5 leucis respondent: suppono namque firmamenti ambitũ 100800000 leucarum; diametrũque 32072727; quarum vnaquæque sit 3000 passuum, & passus 5 pedum Regiorum. Eædem stellæ durante 1'' temporis, faciunt leucas in firmamento 1166 $\frac{2}{3}$, in terra 250 passus.

At verò si de proprio stellarum motu loquamur, qui 28800 annorum spatio perficitur, conficiunt gradum spatio 80 annorum, qui respondet 280000 leucis firmamenti, 20 verò terræ leucis. Spatio mensium 16, minutum, leucis 4666 $\frac{2}{3}$ firmamenti, terræ $\frac{1}{3}$ leucæ, seu 1000 passibus respondens. Octo verò diebus, horis, 48', seu 11688, quot sunt dies in 32 annis, 1'' conficiunt, quod in firmamento constat leucis 77 $\frac{7}{9}$; in terra verò passibus 16 $\frac{2}{3}$. Spatio 3 horarum, 14', 48'', faciunt 3''', quod in firmamento constat vnâ leucâ, 888 passibus, pedibus 4, 5 digitis, & 4 lineis: in terra verò digitis 16 $\frac{2}{3}$, seu 200 lineis. Spatio 3', 14'', & 48''', conficiunt 1^{4}, quod firmamenti passibus 64, pedibus 4, lineis 10 $\frac{1}{3}$ 10 $\frac{-}{3}$, terræ verò lineis 3 $\frac{1}{3}$, respondet. Spatio annuo 45' faciunt, hoc est 3500 leucas firmamenti; terræ verò $\frac{1}{4}$ leucæ.

Spatio diei conficiunt 7 $\frac{191}{487}$, id est firmamenti leucas 9, passus 1747, pedes 2 $\frac{81}{487}$: terræ verò passus 2 $\frac{26}{47}$.

Spatio horæ faciunt 18^{4}, & 28^{5}, 49^{6}, 46^{7}, 26^{8}, 51^{9}, 27^{10} $\frac{181}{487}$, hoc est passus firmamenti 1197. pedes 4, lineas 7; & terræ digitos 5 $\frac{65}{87}$.

Spatio $1'$, conficiunt in firmamento passus 20, digitos 2, lineas 2 $\frac{87}{60}$; in terra verò lineam 1 $\frac{13}{487}$.

Spatio $1''$, in cœlo faciunt pedem 1, digitos 7, lineas 11 $\frac{2225}{3000}$: in terra autem lineæ $\frac{250}{1461}$: vbi nota denominatorem esse 4 annorum diebus æqualem.

Denique spatio $1'''$ faciunt in cœlo lineas 4 $\frac{1}{120}$ si ludere volueris in proportionibus terræ, & firmamenti, scias ambitum terræ esse 7200 leucarum: eius diametrum 2290 $\frac{10}{11}$: maximum illius circulum 4123636 $\frac{4}{11}$. totam superficiem 16494545 $\frac{5}{11}$. Conum, cuius altitudo, terræ radius; basis autem maximus terræ circulus, leucarum cubicarum 1574479338 $\frac{108}{111}$. terræ verò soliditatem, 6297927355 $\frac{5}{}$. eiusdemmodi leucarum Gallicarum, 2500 constantium hexapedis. Quemadmodum enim maximus circulus est quarta pars totius superficiei, ita conus ille totius est soliditatis quadrans.

Cùm autem satis constet ex nostris tractatibus, me leucam Gallicam 15000 pedibus Regijs: pedem 144 lineis, lineam 10 minutioris arenæ granis definire, facilius fuerit multitudinem similium arenarum, quibus conflanda sit tota non solùm orbis nostri, sed etiam totius mundi soliditas, quaqua nobis patet, calculis subducere, quàm vt tuum animum grauioribus intentum, diutiùs ab his propositionibus percurrendis distrahere velim. Quibus si sphærica præcedentia coniunxeris, ausim Tibi subtiliorem totius Cosmographiæ, & Astronomiæ cognitionem polliceri.

Propositio prima.

CIrculus æquinoctialis cælestem & terrenum globum in duas partes æquales diuidens distinguitur in 360. gradus, vt æquilibet alius circulus tam maior quàm minor, ob facilitatem diuisionis huiusce numeri, quippe qui habet partem mediam, tertiam, quartam, quintam, sextam, octauam, &c. cuius sexta pars est 60, qui plurimas etiam diuisiones absque fractionibus patitur: hæc autem sexta pars à circulo, seu radio describente circulum, generatur, quæ rursus in 60 minuta prima, quodlibet minutum primum in 60 secunda, & sic in infinitum, vel pro libito deinceps diuiditur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

II.

Quodlibet gradus æquinoctialis, continet 20 leucas, quarum quælibet 3000 passuum est, passus autem 5 pedes regios habet: pes regius in lineas diuiditur; linea verò continet 10. grana arenæ minutissimæ: igitur circulus æquinoctialis in terra 7200. leucas complectitur in cœlo solis apogæi totidem leucas 1181, perigæi 1101. in firmamento verò totidem 14000, id est 100800000 leucas: igitur vni gradui solari apogæo respondebunt leucæ 12620, quæ nascuntur ex 20. ductis in 1181. Hinc deduces quot leucas contineat gradus firmamenti; & cui parti cœli solaris, vel firmamenti leuca vna terrestris respondeat: reliquas mensuras, nempe milliare Helueticum, seu Germanicum maius 5 milliarum: milliare 8 stadiorum: stadium 125. passuum: passum 5 pedum; pedem 4 palmorum: palmum 4 digitorum: digitum 4 granorum hordei lateraliter dispositorum, vt potè iam apud nos inusitatas non moror.

III.

Cum cuiuslibet gradui æquinoctialis terrrestris 15. milliaria Germanica respondeant, ambitus terrenus erit 5400 milliariorum Germanicorum; & cùm circumferentia se habeat ad diametrum vt 22 ad 7. diameter terræ erit milliarium 1718 $\frac{2}{11}$, & semidiameter 859 $\frac{2}{11}$: sumamus facilitatis ergo 860, dimidia circumferentia 2700 multiplicata per 860 dabit aream æquinoctialis milliariorum 2322000, qui per 4 multiplicati, dabunt totam superficiem terrenam milliariorum 9288000: Denique si illa area ducatur in semidiametrum, efficiet cylindrum semidiametro sphæræ æquè altum, milliariorũ 1996920000: cuius tertia pars 665640000 quater collecta totius terræ soliditatem milliarior. Germanicor. 2662560000 tribuet: hinc facilè reperietur terræ soliditas in nostris leucis.

IV.

Longitudo terræ sumitur ab insulis Fortunatis, vel Canariæ, numeraturque in æquinoctiali, vel circulo ei parallelo inter fixum meridianum occidentalem Fortunatum, & meridianum verticalem cuiusque loci intercepto: itaque meridiani distinguunt; æquinoctialis autem, & ei paralleli mensurant longitudinem.

V.

Æquinoctialis seu ἰσημερινὸς noctem diei æqualem efficit, cum sol in eo versatur, diuiditque sphæram in partem septentrionalem, & meridionalem: cuius poli, sunt poli mundi, huius autem 15 gradus ex vna parte oriuntur, & ex alia occidunt singulis horis: igitur & gradus vnus

oritur quibuſque minutis horæ, & quarta pars gradus, ſeu $\frac{1}{15}$ vnoquoque horæ minuto: ideoque æquinoctialis menſura primi mobilis dicitur.

VI.

Æquinoctialis oſtendit puncta æquinoctiorum, quæ bis in anno contingunt: diuidit Zodiacum in duas medietates, auſtralem, & ſeptentrionalem: hinc ſigna auſtralia, & ſeptentrionalia: eſt menſura temporis & oſtendit quam habeant declinationē ſeptr. aut meridion. ſtellæ, vel eclipticæ partes: inſuper & in hoc circulo aſcenſiones, & deſcenſiones ſignorum zodiaci obſeruantur.

VII.

Linea perpendicularis lineæ meridianæ, repræſentat ęquatorem, & contra: quæ tamen abſque linea meridiana deſcribetur, ſi linea recta ducatur per puncta apicis vmbræ à ſtylo, die æquinoctij verni, vel autumnalis productę. Data autem poli altitudine datur æquinoctialis altitudo, quippe quæ eſt complementum quadrantis circuli; exempli gratia altitudo poli Lutetiæ eſt 48. graduum, 45: igitur æquinoctialis, ac proinde ſolis in primo gradu ♈, vel ♎ altitudo eſt 41 graduum, 15'. Et contra, data æquinoctij altitudine datur altitudo; ſed & totius cœli, & terræ ſtatus ex vnius ex iſtis circulis data eleuatione ſciri poteſt, dummodo longitudo loci cognita ſit.

VIII.

Æquator in ſphæra recta trãſit per verticem, ſeu polum horizontis: in parallela, horizonti coincidit, eſtque ipſe horizon: in obliquis autem ſphæris facit angulos acutos cum horizonte, quos faciebat rectos in recta, in qua omnia cœli puncta quotidie oriuntur, & occidũt, exceptis tamen mundi polis: propterea huius ſphæræ incolis perpetuum eſt æquinoctium, duplex æſtas, duplex hyems; & 4 vmbræ, nempe orientalis, & occidentalis, ſeptentrionalis, & auſtralis: hinc *Amphiſcij*, ſeu *Amphiumbræ* dicuntur: quod etiam obliquæ ſphæræ contingit, cuius vertex eſt inter æquatorem, & tropicorum alterum.

IX.

In ſphæra obliqua, cuius vertex eſt in vno tropicorum, æquator 66 $\frac{1}{26}$ ac proinde polus 13 $\frac{1}{1}$ gradus eleuatur; & circuli polares conſtituunt ſemper apparentium, ſemperque latentium maximum circulum: huius incolæ vnicam æſtatem, & hyemem habent, & vmbra ſeptentrionali carent: hinc *Heteroſcij*, ſeu *alteriumbræ* vocantur: hæ autem 3 ſphæræ, nempe recta, & duæ poſteriores obliquæ, ſunt in *zona*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

torrida, quæ vtroque tropico terminatur, & quam æquator per medium secundùm longitudinem, sicut ecliptica zodiacum, secat.

X.

Æquator, & polus æquales habent 45 graduum altitudines in sphæra obliqua, cuius vertex est medius inter tropicum, & polarem circulum: hinc tantus est calor æstatis, quantum est frigus hyemis: calor eo maior est, quo altior fuerit æquator; frigus intensius, quo polus sublimior. In sphæra verò obliqua, cuius vertex est in circulo polari, æquator *23* $\frac{1}{2}$, polus *66* $\frac{1}{2}$ gradibus eleuatur: dies autem maximus est 24 horarum: quo Zona temperata finitur versus polum, sicut tropico, versus æquatorem.

XI.

Zona frigida incipit à circulo polari, in qua noctes, diésque maximæ eò fiunt maiores, quò vertex incolarum magis ad polum accedit, donec sphæra parallela fiat, in qua Septentrionales eo priuilegio gaudent, quòd dies eorum maxima sit 7, & ampliùs diebus longior quàm maxima dies australium; quòd illos sol in signis septentrionalibus existens illuminet, in quibus tardiùs incedit ob locum apogæi in ♋ positi. Quibus si crepusculum addamus, (quod fit à sole sub horizontem 18 gradibus depresso) nec non refractiones, dies artificialis *9* mensium, & 12 dierum apud sphæræ parallelæ incolas esse poterit, cùm 21 gradus ♍, & *9* ♒, grad. 18 ab æquatore declinent. Nox verò è contrario, 7 diebus longior est apud Australes, quàm apud septentrionales. Hi autem *Perisciј*, hoc est, *circumumbræ* vocantur, quia vmbræ quaquauersum in gyrum, ob solem circa horizontem æquidistanter gyrantem, proijciuntur. Vide, num ista sphæra sit omnium ignobilissima, recta verò omnium nobilissima: & seriò contemplare, cur Deus sphæram terrestrem ita cælesti iunxerit, vt in sphæra, cuius vertex est intra polarem circulum, & polum, signa circa vernum æquinoctium sita præposterè oriantur, id est ♉ ante ♈, & ♈ ante ♓: & signa circa æquinoctium autumnale posita præposterè occidant, nempe ♐ ante ♏, & ♏ ante ♎.

XII.

Zodiacus, seu Σημειοφόρος, in punctis oppositis æquatorem ad angulos obliquos intersecat: cuius latitudo est 12, vel 16 graduum; medium autem istius circuli obtinet Ecliptica, sic dicta, quod luna solem obscuret, cùm sub ea directè ista duo luminaria coniunguntur; cùm autem sub eadem ecliptica è diametro opponuntur, sol lunam nobis occultat, & ita fiunt eclypses.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

XIII.

Ecliptica secundùm latitudinem indiuisibilis, æquatorem intersecando, tropicum æstiuum Capricorni, & hybernum Cancri statuit: ob quem signa illa descendentia dicuntur, quæ à ♋ ad ♑, ascendentia verò quæ à ♑, ad ♋ continentur: quia sol descendit in illis, & ascēdit in istis. Præterea duo puncta æquinoctialia notat in æquatore.

XIV.

Aliæ sunt signorum diuisiones, iuxta varias intersectiones, & relationes circulorum inter se: vt ex intersectione colurorum, & zodiaci, ♈, ♉, ♊ dicuntur *vernalia*, quia cùm sol versatur in illis, Martem, Aprilem, & Maium efficit: ♋, ♌, ♍, *æstiua*, & sic de reliquis, iuxta 4 anni tempestates. Quæ autem contingunt intersectiones, vt ♈, ♋, &c. dicuntur *cardinalia*: sequentia verò, *fixa*; reliqua sunt *communia*. Omitto reliquas diuisiones, vt trigonorum ignei, aërei, & terrei, & dodecatemoriorum, in quæ totum cælum diuidi concipitur, penes 12. partes zodiaci.

XV.

Duodecim signa naturalia, in quæ Zodiacus diuiditur, incipiunt à communi sectione æquatoris, coluri æquinoctiorum, & eclipticæ, procedendo versus orientem; quorum primum est ♈, ver incipiens, deinde ♉, &c. quem ordinem appellant successionem, & consequentiam signorum; contrarium verò ordinem, præcedentiam. Zodiacus verò, & ecliptica motus secundos planetarum, vt æquator, motum primum, mensurat: Deinde numeratur siderum longitudo in ecliptica ab ♈ initio, secundùm sequelam signorum, vsque ad circulum maximum per polos eclipticæ, stellæ locum transeuntis; sicut longitudo terrestris in æquatore à primo meridiano occidentali vsque ad meridianum transeuntem per locum propositum.

XVI.

Ab ecliptica vsque ad polum numerantur siderum latitudines: est autem latitudo hæc, arcus circuli maximi per polos eclipticæ, & stellam incedentis inter eclipt. & stellam interiectus. Tales autem arcus, circuli latitudinem appellantur. Puncta verò inter æquatorem & eclipt. existentia, respectu æquatoris sunt borealia, & respectu eclipticæ, australia, vel contra.

XVII.

Ecliptica continet omnium siderum loca: nam stella est in eo gradu eclipticæ, per quem circulus latitudinis eiusdem stellæ incedit: sic enim stellæ existentes in coluro solstitiorum, sunt in primo gradu ♋ vel ♑. Qua ratione omnes stellæ firmamenti ad vnum ex 12 zodiaci

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ſignis referuntur. Omitto circulos quos eclipticæ parallelos eodem modo ſtatuere poſſemus, quo Aſtronomi 182 æquatori parallelos imaginantur, per quos ſol toto anno incedit, quorum extremi ſunt 2 tropici, medius verò æquator.

XVIII.

Coluri per polos mundi, & 4 puncta cardinalia zodiaci transeuntes ſeſe mutuò ad angulos rectos ſphærales in ipſis polis interſecant, & vnà cum ſphæra voluuntur: ita vocati, quia mutili videntur in obliqua ſphæra, cùm vna pars ſemper infra horizontem deprimatur, alia verò ſupra eleuetur: horum vnus dicitur æquinoctiorum, qui per pũcta interſectionis æquatoris, & eclipticæ tranſiens duo puncta æquinoctialia, nempe ♈ & ♎ ſtatuit: alter verò ſolſtitiorum, quia æquatorem in illis punctis ad angulos rectos diuidit, in quibus ſol æſtatem & hyemem incipit, nempe in primo gradu ♋, & ♑: qui propterea colurus maximas ſolis declinationes metitur, zodiaci polos continens, eorum à polis mundi diſtantiam oſtendit: Infiniti verò coluri ad ſingulas ſiderum ab æquatore declinationes oſtendendas ſtatui poſſunt.

XIX.

Meridianus, ſeu μεσημβρινός, in quocumque ſitu ſphæræ meridiem, & mediam noctem efficit, continétque duo puncta Zenith, & Nadir ſibi inuicem oppoſita: primus autem meridianus vulgò ſtatuitur in inſulis Fortunatis, ab alijs in inſula *ferri*: ſunt autem 36, vel potius 18 meridiani, cum iidem meridiani vnius hemiſphærij alteri etiam hemiſpherio ſeruiant: ſinguli quippe 10 inter ſe diſtant gradibus: quanquam geometricè loquendo, tot ſint meridiani, quot puncta verticalia, quemadmodum tot horizontes, quot ſunt diuerſa puncta terræ: qui vnicuique gradui meridianum aſſignant, 180 ſtatuunt.

XX.

Idem eſt meridianus progredientibus rectà à ſeptentrione in meridiem ſecundùm latitudinem: ſolis autem, & ſtellarum maximam altitudinem, earum ab æquatore diſtantiam, poli altitudinem, & totius terræ habitudinem oſtendit: atque latitudinem terrenorum locorum metitur, de qua nunc agendum eſt.

XXI.

Latitudo numeratur in meridiano, ab æquatore verſus alterum polorum, & oſtendit quanto punctum quodlibet ab æquatore diſtet; alter polorum mundi eleuetur, & alter deprimatur: eſt autem latitudo cuiuſcumque loci, ſeu arcus meridiani interceptus inter Zenith, & æquatorem, æqualis eleuationi poli ſupra horizontem: hæc autem eleuatio

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

eleuatio est arcus meridiani ab horizonte ad polum mundi ductus.

XXII.

Quemadmodum latitudo terræ numeratur in meridiano insularum Fortunatarum, vel in alio orientaliori, ita declinatio siderum in iisdem meridianis numerari potest; qui tamen propterea *circuli declinationum* appellantur, quia ostendunt quantum stellæ, vel planetæ distent ab æquatore, & ab eo versus polum declinent. Possunt etiã *verticales* appellari, quatenus per verticem cuiusque loci transeuntes, perque horizontis singula puncta perpendiculariter descendentes, siderum altitudinem supra horizontem, aut depressionem infra metiuntur: Arabicè verò *Azimuth* in astrolabiis vocari solent, quòd ostendant in qua parte mundi sidus oriatur, aut occidat.

XXIII.

Meridianus incipit diem astronomicum; potest autem punctum meridianum diuersis modis reperiri, vt arborum abscissione, quarum trunci ostendunt circulos densiores, seu sibi viciniores esse ex parte septẽtrionis; acu in aqua, suberis auxilio, natante; ferro in aëre liberè suspenso, acu magnetica, dũmodo illius declinatio cognoscatur: quadrante astronomico; breuissimâ diei vmbrâ à stilo proiectâ. Possumus etiam inuestigare quot gradibus sol eleuetur supra horizontem, siue sit in meridie, siue extra meridiem; eius enim altitudinem dabit triãgulus, cuius latus vnum sit vmbra stili, aliud linea stilo æqualis, vmbræ per pedem stili perpendiculariter acta; tertium verò latus coniũget duo prædicta latera: linea enim æqualis stilo, vel arcus ei respondens repræsentabit arcum verticalem, quo solis altitudo mensuratur.

XXIV.

Horizon astronomicus, seu verus diuidit totam mundi sphæram in duas partes æquales, nempe in hemisphærium superum, seu visum, & inferum, seu occultum, cuius centrum idem est cum centro mundi, poli verò Zenith, & Nadir incolæ: Horizon physicus, seu sensibilis, & visualis, astronomico æquidistans est pars terræ quam oculis detegimus: cuius semidiameter in planitie est leucæ circiter, cũ oculus 6 pedes altus est; qui si ad leucæ altitudinem eleuetur, semidiameter horizontis sensibilis erit 51 leucarum, vt l. 3. de Veritate scientiarum, c. 2. demonstratum est.

XXV.

Quilibet horizon vnicum habet incolam; in quo stantia ei ita perpendicularia esse debent, vt linea directionis transeat per duos polos, & centrum horizontis, & per puncta grauitatis stantium siue turriũ, siue arborum, siue hominum: sed de linea directionis, & de his cen-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

tris, in Mechanicis agendum erit.

XXVI.

Horizon ad omnes prædictas sphæras, nempe rectam, obliquam, & parallelam statuendam cōcurrit: vnde rectus, obliquus, & parallelus appellatur. ortus & occasus siderum limbo suo determinat: latitudines ortiuas, & occiduas ab ortu, & occasu æquinoctiali incipientes ostendit, quantitatem diei, & noctis, quarum est terminus, & 4 pūcta, nempe ortum, occasum, septentrionem, & meridiem, nec non quātitatem duorum circulorum æquatori, ac tropicis parallelorum; ex polis mundi vsque ad horizontem descriptorum, quorum descriptus ex polo conspicuo, dicitur maximus apparentiū, alter verò maximus occultorum determinat. *Ex quibus alia possunt intelligi quæ de horizonte dici solent.*

XXVII.

Circuli horizonti paralleli, qui altitudines, & depressiones siderum ostendunt, in Astrolabio vocantur *Almicantarath*, vel circuli progressionum, inter quos circulus crepusculi numeratur, qui parallelus est horizonti, & infra eum 18 gradibus deprimitur. *Hactenus de circulis maioribus sphæræ mundanæ: sequuntur minores.*

XXVIII.

Tropici sunt circuli minores æquatori paralleli, à quo nunc 23 gradibus distant; sed hæc distantia diuersis sæculis diuersa est; quæ tamē variatio 24′ hactenus notata fuit: duo verò tropici ostendunt maximam solis & eclipticæ declinationem ab æquatore; tropicus ♋ septētrionalem: & tropicus ♑ australem: ille etiam maximam, hic minimā solis altitudinem meridianam: ille maximum diem, & breuissimam noctem in æstiuo solstitio, hic autem in brumali maximam noctem, & diem breuissimam complectitur: quæ tamen quantitates neque in recta sphæra, neque in obliqua vltra altitudinem poli 66 ½ graduum à tropicis ostenduntur: in illa enim arcus diurni, & nocturni sunt semper æquales, in hac verò quantitates prædictæ ab ecliptica ostenduntur; & in altitudine poli 66 ½ graduum vnus tropicorum totus supra horizontem extat, cumque in puncto tangit; alter verò totus latet infra horizontem.

XXIX.

Circuli polares sunt diurnæ conuersiones polorum eclipticæ circa polos æquatoris, à quibus 23 ½ distant gradibus, totidem videlicet, quot puncta solstitialia, vel tropici ab æquatore. Ex quibus 5 zonæ facilè intelligi possunt, quippe quæ 4 circulis æquatori parallelis continentur: torrida enim est inter 2 tropicos, duæ temperatæ inter tro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

picos, & circulos polares : & duæ polares inter ambitum circulorum olarium.

XXX.

Paralleli sunt circuli hinc inde æquatori paralleli tantùm inter se distantes quantum requiritur, vt maxima dies vnius horæ quadrante differat à maxima die alterius paralleli. Statuũtur autem 48 ab ęquatore vsque ad circulum polarem, seu eleuationem poli grad. 66 $\frac{1}{2}$.

XXXI.

Climata sunt etiam æquatori parallela ; continent autem tres parallelos : illorum enim tanta est latitudo, vt à termino australi ad borealem maxima dies per semihoram excrescat : sunt autem eo angustiora climata quò magis ad septentrionem accedunt. Si quis animi gratia Siderographiam in stellis, atque planetis statuere velit poterit parallelos, climata, polos, æquatorem, & alios circulos, cum maiores, tum minores, terrenis analogos ponere; scimus enim quæ sit proportio terræ cum corporibus siderum; quandoquidem semidiameter terræ est ad semidiametrum ☽, vt 3 $\frac{2}{5}$ ad 1, vel vt 17 ad 5. Ad semid. solis, vt 1 ad 5 $\frac{1}{5}$, vel 5 ad 26. Ad semid. ☿, vt 2 $\frac{2}{3}$ ad 1, vel vt 8 ad 3: Ad semid. ♀, vt 1 $\frac{5}{6}$ ad 1, vel vt 11 ad 6. Ad semid. ♂, vt 2, ad 1, vel vt 12 ad 5 ad sem. ♃, vt 1 ad 2 $\frac{2}{5}$, vel vt 5 ad 12. Ad semid. ♄, vt 11 ad 31. Denique ad semid. stellarum primæ magnitudinis, vt 3 ad 13. Vnde sequitur terram milliaria cubica 170032521600 continentem, quæ ad maris soliditatem esse dicitur, vt 2290 ad 1 : Ad aëris solid. vt 27. ad 13 & ad ætheris soliditatem, vt 1 ad 140608: esse ad ☽ soliditatem, vt 40 ad 1: ad solis solid. vt 1 ad 140: ad ☿, vt 19 ad 1: ad ♀, vt 6 ad 1. ad ♀, vt 13 ad 1 : ad ♃, vt 1 ad 14 : ad ♄, vt 1 ad 22: ad stellas verò primæ magn. vt 1. ad 70. Denique ad mundi sphæram vt 1 ad 2744000000000. Omitto distantias omnium siderum à terra, de quibus alibi dictum est : tãtùm aduertam stellas 14000 semidiametris terrenis à centro terræ distare.

Notandum est autem climata denominari à ciuitatibus, & aliis locis, per quæ transeunt : primum igitur transit per Meroëm; 2 per Alexandriam; 3 per Rhodum & Babylonem. 4. per Romam, Corsicam, & Hellespontum: 5. per Venetias: 6. per Podoliam: 7. per Vitebergam: 8. per Rostochium: 9. per Hyberniam: 10. per Bous castrum Noruegiæ, 11. vt per Gothiam : 12. per Viburgum Finlandiæ : 13. per Arotiam Sueciæ : 14. per fluuij Dalecanlij ostia : 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. & 23. per reliqua loca Noruegiæ, Sueciæ, Albæ-Russiæ, & Insularum vicinarum.

Porrò pauciora climata ab antiquis posita sunt, quia terræ partes, quæ iam detectæ sunt, non illis innotuerant : verùm poterit quispiã parallelos, & climata vsque ad polum arcticum, & antarcticum pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Para.	*Climata.*	*Hora.*	*Min.*	*grad°*	*Min.*	*grad.*	*Min.*
1	I.	12	15	4	18		
2	——	12	30	8	34	——	
3	II.	12	45	12	43	7	50
4	——	13	0	16	43	——	
5	III.	13	15	20	33	7	3
6	——	13	30	23	11	——	
7	IV.	13	45	27	36	6	9
8	——	14	0	30	47	——	
9	V.	14	15	33	45	5	17
10	——	14	30	36	30	——	
11	VI.	14	45	39	20	4	30
12	——	15	0	41	12	——	
13	VII.	15	15	43	32	3	48
14	——	15	30	44	29	——	
15	VIII.	15	45	47	20	3	13
16	——	16	0	49	1	——	
17	IX.	16	15	50	53	2	44
18	——	16	30	51	58	2	17
19	X.	16	45	53	17		
20	——	17	0	54	29	——	
21	XI.	17	15	55	34	2	0
22	——	17	30	56	37	——	
23	XII.	17	45	57	34	1	40
24	——	18	0	58	26	——	

ducere, quemadmodum meridiani per omnem terræ circumferentiam multiplicantur: qui 180. erunt, si 4. solùm horæ minutis, id est vno gradu æquatoris; 12. verò, si hora, vel 15. gradibus æquatoris inter se distent. Quæcumque verò ad parallelos & climata pertinent, sequenti tabula comprehenduntur, in qua primus ordo numerorum parallelos 24; secundus 23 climata : tertius maximum diem vnicuique parallelo conuenientem: 4 altitudines poli, siue latitudinem regionis: 5 denique latitudines climatum ostendit.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Para.	Climata.	Horæ.	Min.	grad.	Min.	grad.	Min.
25	XIII.	18	15	59	14	1	16
26		18	30	59	59		
27	XIV.	18	45	60	40	1	13
28		19	0	61	18		
29	XV.	19	15	61	53	1	1
30		19	30	62	25		
31	XVI.	19	45	62	54	0	52
32		20	0	63	22		
33	XVII.	20	15	63	46	0	44
34		20	30	64	6		
35	XVIII.	20	45	64	30	0	36
36		21	0	64	49		
37		21	15	65	9	0	29
38	XIX.	21	30	65	21		
39		21	45	65	35	0	22
04	XX.	22	0	65	47		
41		22	15	65	57	0	16
42	XXI.	22	30	66	6		
43		22	45	66	14	0	11
44	XXII.	23	0	66	20		
45		23	15	66	25	0	6
46		23	30	66	28		
47	XXIII.	23	45	66	30	0	0
48		24	0	66	31		

Alia ſunt quæ ad Aſtronomiam atque Geographiam pertinent, qualis eſt doctrina de ſecundis planetarum motibus, deque eorum magnitudinibus & diſtantijs cum à terra, tum à ſe inuicem, ſed quæ longiora ſunt quàm vt hocce breui compendio contineri poſſint. Quamobrem latitudinum & longitudinum tabulas omitto, quibus vrbium, & aliorum locorum ſitus exhiberi ſolent. Quarumdem tamen vrbium longitudinem & latitudinẽ à quibuſdam obſeruatas afferam, quarum prima ſit Lutetia, cuius longitudo, ab vna ex inſula Heſperidum quæ *Ferri* dicitur, ſumpta, eſt 24 grad. 30′: latitudo 48.45′, in qua acus magnetica à polo verſus orientem 3 grad. declinat.

Longitudo Rothomagi eſt 23 graduum, latitudo 49. 30.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Dieppæ longitudo est 22 30: latit. 50. 3.

Londini longitudo 20, latitudo 52 esse dicitur. Romæ long. 36. latit. 41.56. Venetiarum long. 34. latit. 45. Omitto reliquias vrbes, vt Hierusalem, cuius long. 66. latit. 31. 40. Babylonem, cuius long. 83. lat. 34. &c. quarum latitudines exactæ haberi poterunt, si Mathematici sumpserint altitudinem poli singularum ciuitatum; longitudinum verò differentiam, si earundem eclipsium lunarium initia in illis vrbibus obseruarint.

Aduertendum est autem circulos parallelos eò minores esse, breuioráque climata, quò magis ab æquatore recesserint, & accesserint ad polos; enimuero gradus æquatoris, qui 51. milliaria Germanica complectitur, 14 solùm in 21 gradu latitudinis, 13 in 30 gradu: 12. in 37. gradu: 11 in 48 $\frac{1}{2}$, vt Lutetiæ: 6 in 66 gradu, in quo sunt circuli polares: 1 denique milliare in 86 gradu continet. Vnde facillimum erit computare quot leucis parallelus quispiam constet: numerus enim graduum paralleli, nempe 360, multiplicatus per leucas vno gradu comprehensas, quæsitum leucarum numerum exhibebunt. Superest hic vt omnes terræ incolas inter se conferamus.

Habitationum collatio.

PERIOECI dicuntur sub eodem parallelo habitantes, quasi circumcolæ: his eadem est & eiusdem poli celsitudo: æquales simul arcus tam diurni, quàm nocturni: eadem astrorum & signorum apparitio, occultatio, ortus & occasus: simul habent æstatem: simul hyemem: simul ver: simul autumnum: easdem meridianas vmbras: per idem interuallum anticipant tam ortum quàm occasum.

Antœci sunt, qui sub æqualibus & oppositis parallelis habitant, quasi contracolæ. His æqualis est, sed diuersorum polorum celsitudo. Æquales, sed oppositorum punctorum arcus tam diurni, quàm nocturni. Eadem sed oppositorum astrorum & signorum apparitio, occultatio, ortus & occasus. Quando his fit æstas; illis hyems. Quando his fit ver, illis autumnus. Æquales habent, sed in oppositis solis locis & in diuersum proiectas vmbras meridianas.

Antichthones siue Antipodes sunt, qui non solùm sub æqualibus & oppositis parallelis habitant, sed etiam in locis per diametrum oppositis, atque contrariis inuicem pedibus terram calcantes. Itaque omnia quæ Antœcis accidunt, etiam ad Antipodes omnino

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ſpectant. Sed Antipodum hoc eſt proprium, quod habent commune horizontem, & hemiſphæria diuerſa, ac vertices diuerſos, & quicquid his oritur, illis occidit: quidquid his extat, illis deliteſcit: quicquid his aſcendit, illis deſcendit.

Amphiſcij ſunt qui intra Tropicos habitant, his enim vmbra meridiana quandoque dextrorſum, quandoque ſiniſtrorſum ſoli orienti proiicitur. Qui etiam duas æſtates, & totidem hyemes habent.

Periſcii ſunt, qui ſub polo: his enim vmbra per totum horizontis ambitum, ſole ſimiliter circumlato, circumfertur.

Antiſcii ſunt Periœci, quibus quidem æqualis & eodem verſus meridiana vmbra flectitur.

Heteroſcii ſunt qui & Antæci, quibus in diuerſum proiicitur vmbra meridiana. Poſſunt intelligi Heteroſcii, quibus altera vmbrarum tantùm, hoc eſt verſus vnum polorum in meridie proiicitur; vt potè extra tropicos habitantibus.

Omitto plurima quæ pertinent ad Aſtronomiæ, & Geographiæ terminos, qualia ſunt epicyclus, excentricus, concentricus, proſtaphæreſis; inſula, peninſula, iſthmus, &c. vel quia faciliora ſunt; quàm vt explicatione indigeant, vel quia alibi commodiùs explicabuntur.

MONITVM.

De faciendis obſeruationibus.

QVÆ de Hydroſtatica, & Hyſtiodromica huic opuſculo ſubiiciẽda paraueram, aliqui ſatius fore iudicarunt ſi iungerentur Hydraulicis: quibus morem gerens poſt ſphærica, ſublimes illos de Conicis tractatus accipe, qui magni Geometræ nomen dederunt Apollonio. Multa verò prædictis libris addi poſſunt, verbi gratiâ Theoria planetarum, quæ cùm plura diagrammata requirat, in aliud tempus differenda: deinde Geographia, quæ tam longitudinem, quàm latitudinem cuiuſque ciuitatis, aut alterius loci doceat, ſed cùm nondum ſatis longitudines innotuerint, poſtera ſæcula varijs obſeruationibus futuris ſapientiora potiori iure illam exhibebunt. Eos interim monitos velim qui ad animi voluptatem peregrinantur, operæ pretium fore ad Geographiam ex omni parte perfectam, ſi naturæ varia miracula, rerúmque proprietates obſeruent quæ cernuntur in altiſſimis montibus, quales ſunt Pyrænei, Alpes, Vogeſus, Iura, Gebenna, vel etiam altiores. Deinde fluuiorum origines, verbi cauſa Nili, Rhodani, Garumnæ, Ligeris, Sequanæ: & quinam fluuij minores

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

in maiores ingrediantur, quaue inclinatione quisque currat; vt innotescat quanto velociùs magna currant flumina, vel etiam tardiùs ob nouorum fluuiorum additionem; verbi gratiâ, postquam Rhodanum ingressi sunt fluuij Arar, Isara, & Druentia: vel Garunnam Tarnus, Oldus, Duranius: vel in Ligerim Elauer Caris, Inder, Vigenna, Claris, Meduana, Loira, Sartra: vel in Sequanam Matrona, Icanna, Aësia, Eura. Quódque Galli præstiterint in sua Gallia, suis in regnis & Prouincijs si fecerint alij, Geographiâ nihil præstantius fuerit, quot enim naturæ miranda in origine Padi, Athesis, Anassi, Arsiæ, Arni, Vmbronis, Tiberis, & aliorum fluuiorum Italiam irrigantium Itali obseruabunt? Quis enumeret vtilitates prouenturas ex accurata vel vnius Padi obseruatione, qua notetur quid ei contingat tam in altitudine quàm in velocitate, pisciumque maiori, vel minori, hoc, aut illo loco frequentia, vel etiam diuersitate, ob aquarum nouos cumulos, quos in illum profundũt Duria, Sessites, Ticinum, Addua, Ollius, Minius, Tanarus, Trebia, Rhenus, & si qui alij fluuij se in eum exonerent. Idemque de Germanicis, & aliarum prouinciarium fluminibus esto iudicium; quot enim ex vnico Danubio, & fluuiis se in illud exonerantibus; quot ex magno Canadensium fluuio, quot ex Sinensium obseruationibus, si quando fideliter ad nos deferantur: quot denique admiranda ex omnibus Indiæ, vel etiam Magellanicarum terrarum, vbi quis eas inuenerit, historiis speranda sunt, quibus Geographia exornetur.

CLARIS-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

CLARISSIMO NOBILISSIMOQVE VIRO

RENATO DES CARTES PERRONII TÆPARCHÆ.

F. M. MERSENNVS ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ.

CVM plurimi ſynopſim noſtram ad editionem reuocari deſiderarint, VIR NOBILISSIME, partem illam ſubtiliorem de Conicis agentem, librıſque doctiſſimis Clariſſimi Viri Claudij Mydorgij adauctam, Tuo nomine illuſtratam patiaris, obſecro, in lucem prodire, cùm nullus ſit, cui iuſtiùs quàm Tibi nuncupari debeat, qui nouas ſectiones adinueniſti, Tuæque Geometriâ, vtcunque breui, ſcientiarum orbem adeo promouiſti, vt hinc illam cooperis, vbi veloces deſijſſe videbantur.

Quid verò commemorem Hyperbolas, Ellipſeſque, quibus iam poſſimus Tuo lumine non minus quam pilâ ludere: luciſque radios quocumque libuerit torquere, deducere, atque reducere: vt nunc habeant, qui magnum aliquid in mechanicis cum Kepleo præſagiebant, ſi vera Refractionum lex diceretur, quo plurimum gaudeant, Tibique imprimis gratulentur.

Quibus omnibus cùm audiam Te Phyſicam illam ab eruditis viris adeo exoptatam propediem editurum, quæ longè perfectiùs cum noſtræ fidei myſteriis, Theologiciſque dogmatibus, quàm Peripatetica conueniat, omnium Catholicorum nomine Tibi maximas quas poſſum gratias habeo, qui non ſolùm Philoſophicis, ſed etiam Theologiæ veritatibus tam fœliciter patrocinaris.

Perge, Vir incomparabilis, ad Dei gloriam & bonorum omnium vtilitatem, qui mecum venerantur Deum Opt. Max. ſuâ vt luce diuinâ, menti tuæ magis, magiſque affulgeat, donec lumen illud Æternum & immenſum, quo duce laboras, tandem in lumine Gloriæ Beatiſſimus contempleris.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

IN APOLLONII PERGÆI CONICA, AD LECTOREM.

PRÆFATIO.

CVM ex ſequente ad Eudemum præfatione conſtet 4 ſolummodo libros Apollonij hactenus à Commandino editos fuiſſe; treſque alios doctiſſimus Golius Arabicè recuperarit, placet hîc ea quæ dudum ad me ſcripſit, hîc in lectoris gratiam apponere. Itaque ſexti libri hoc eſt initium. Mitto ad te, Attale, ſextum Conicorum, in quo propoſitum nobis eſt agere de ſectionibus æqualibus & inæqualibus, ſimilibus atque diſſimilibus, earúmque diuiſione. Plura verò de hiſce diximus, quàm ij qui ante nos Geometræ fuerunt: docuimuſque quomodo in cono recto dato ſectio inueniri poſſit æqualis datæ, & è contra. Sequuntur definitiones. Æquales Coni ſectiones ſunt, quando vnius partes alterius partibus applicatæ nullum exceſſum, vel defectum habent. Similes autem ſectiones ſunt, in quibus, cùm ſegmenta axium inter ordinatas & verticem, eandem inter ſe habent rationem, ipſæ etiam ordinatæ eandem inter ſe rationem ſeruarint,&c.

Propoſitio prima talis eſt. Parabolæ habentes latera recta æqualia, ſunt æquales,& è contra. Vltima verò. Inuenire conum rectum, dato cono recto ſimilem, in quo ſit ellipſis data.

Initium ſeptimi ita habet. Continet ſeptimus hic liber propoſitiones multas inſignes & admirandas ad determinationem, & ad multa ſequentis libri problemata vtiliſſima,&c. Propoſitio 1. Si axis parabolæ producatur vltra verticem, donec æquetur lateri recto, & à puncto quouis ſectionis in axem ducatur perpendicularis, recta, ſectionis punctum illud in ſectione cum vertice connectens, poterit rectangulum contentum ſub recta inter verticem & perpendicularis incidentiam interiectâ, & totâ ab hoc incidentiæ puncto per verticalem continuata.

Quod verò ad numerum propoſit. attinet, habet liber quintus propoſitiones 77. & ſeptimus 51. Ad calcem codicis Goliani habetur octauum librum non fuiſſe tranſlatum ab Arabibus, quòd

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

illorum exemplaria etiam illo libro caruerint: quanquam testatur doctissimus scriptor Aben Nedin, qui Philosophorum Arabum, operúmque ab illis editorum circa CCCC à Mahamme de annum, elenchum descripsit, partem istius octaui libri versam fuisse, asseritque omnes Apollonij libros suâ extare linguâ, eosque plures quàm Pappus enumeret.

Suspiciatur tamen C. Mydorgius hos tres libros esse cuiusdam Arabis sub Apollonio latentis, quòd in V. suo libro primam Prop. VI. Apollonij superiùs allatam, non solùm in cono recto, sed in quouis, etiam scaleno, & illorum portionibus quibuscumque datis possibilia quæque demonstret.

Sunt autem qui conica breuiùs tradi posse contendant, cuius rei specimen G. Desargues, & post eum B.P. edidit, ex quo speres paucis propositionibus omnia præcipua comprehensum iri: vnicum addo problema quod 39, 40, & 41 l. 3. Myd. propositiones complectitur; nempe, dato cono exhibere in eius superficie omnes conicas sectiones, quæ datæ conicæ sectioni sint eædem: quod etiam problema ipse soluit, sed non vulgauit.

Omitto diuersa problemata, & theoremata generalissima, quæ iam à nostris analystis circa sectiones conicas inuenta sunt, vt tandem ad Apollonium redeamus.

Porrò videantur etiam quæ de harum sectionum proprietatibus libro Hydraulicæ, Prop. IX. quæque in harmoniæ Gallicæ Vtilitate & obseruationibus dicta sunt: imprimis verò quæ vir illustris habet in sua Dioptrica, & Geometria.

Legatur etiam Præfatio in Conica CL. Mydorgij, quippe supplet quæ huic deesse videantur: quemadmodum 4 illius libri multa docent quæ in 4 Apollonij libris minime reperiuntur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

APOLLONII
PERGÆI
CONICORVM
LIBER PRIMVS.

Ad Eudemum Præfatio.

EX octo libris quos Apollonius Pergę vrbi Pamphiliæ natus tempore Ptolomæi Euergetæ, teste Heraclio in Archimedis vita, composuerat, soli quatuor supersunt qui continent conicorum elementa, quorum primus complectitur generationes trium coni sectionum, & earum quæ oppositæ dicuntur: itẽque principalia ipsarum accidentia, ab Apollonio & vberiùs & vniuersaliùs, quàm ab aliis, qui de ea re scripserunt, elaborata. Secundus liber tractat ea, quæ attinent ad diametros, & ad axes sectionum, & ad illas lineas, quæ cum sectione non conueniunt, quæ à Græcis ἀσύμπτωτοι appellantur: tum de aliis disserit, quæ & generalem, & necessariam vtilitatem ad determinationes afferunt: quas autem vocet diametros, & quos axes ex hoc libro cognosces. Tertius liber continet multa, & admirabilia theoremata, quæ vtilia erunt, & ad solidorum locorum compositiones, & ad determinationes: quorũ complura, & pulcherrima & noua sunt. Hæc nos perpendentes, inquit Apollonius, animaduertimus non positam esse ab Euclide rationem componendi loci ad tres, & quatuor lineas: verùm ipsius tantummodo particulam quandam, atque hanc non satis fœliciter. Non enim fieri poterat, vt ea compositio rectè perficeretur absque iis, quæ à nobis inuenta sunt. Quartus liber tradit, quot modis conorũ sectiones inter sese, & circuli circunferentiæ occurrere possint: & multa alia ad pleniorem doctrinam, quorum nihil ab iis, qui ante nos fuerunt memoriæ proditum est: coni sectio, & circuli circunferentia, & oppositæ sectiones ad quot puncta oppositis sectionibus occurrant: Reliqui autem libri ad abundantiorem doctrinam pertinent. Quintus enim de minimis, & maximis magna ex parte agit. Sextus de æqualibus, & similibus coni sectionibus. Septimus continet theoremata, quæ determinandi vim habent. Octauus problemata conica determinata. At

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

verò omnibus his editis, licèt vnicuique, qui in ea legendo inciderit, ex animi sui sententia iudicare.

Ex ἀναλυομένῳ τόπῳ Apollonij.

Datis duabus rectis lineis in plano, punctisque datis, & data proportione inæqualium linearum, potest in plano circulus describi, ita vt lineæ à datis punctis ad circumferentiam circuli inclinatæ proportionem habeant eandem datæ proportioni.

DEFINITIONES PRIMÆ.

I. SI ab aliquo puncto ad circumferentiam circuli, qui non sit in eodem plano, in quo punctum, coniuncta recta linea in vtramque partem producatur; & manente puncto conuertatur circa circuli circumferentiam, quousque ad eum locum redeat, à quo cœpit moueri: superficiem à linea recta descriptam, constantémque ex duabus superficiebus, ad verticem inter se se aptatis, quarum vtraque in infinitum augetur, nimirum recta linea, quæ eam describit in infinitum producta, voco conicam superficiem.

II. Verticem ipsius, manens punctum.

III. Axem, rectam lineam, quæ per punctum, & centrum circuli ducitur.

IV. Conum autem voco, figuram contentam circulo, & conica superficie, quæ inter verticem, & circuli circumferentiam interiicitur.

V. Verticem coni, punctum, quod & superficiei conicæ vertex est.

VI. Axem, rectam lineam, quæ à vertice ad circuli centrum perducitur.

VII. Basim, circulum ipsum.

VIII. Conorum rectos quidem voco, qui axes habent ad rectos angulos ipsis basibus.

IX. Scalenos verò, qui non ad rectos angulos ipsis basibus axes habent.

X. Omnis curuæ lineæ, in vno plano existentis diametrũ voco rectam lineam, quæ quidem ducta à linea curua: omnes lineas, quæ in ipsa ducuntur, cuidam lineæ æquidistantes bifariam diuidit.

IX. Verticem lineæ terminum rectæ, qui est in ipsa linea.

XII. Ordinatim ad diametrum applicari dicitur, vnaquæque linearum æquidistantium.

XIII. Similiter & duarum curuarum linearum in vno plano existentium, diametrum quidem transuersam voco rectam lineam, quæ

omnes in vtraque ipsarum ductas, lineæ cuidam æquidistantes bifariam diuidit.

XIV. Vertices linearum, diametri terminos, qui sunt in ipsis lineis.

XV. Rectam verò diametrum voco, quæ inter duas lineas positæ, lineas omnes ductas, rectæ cuidam æquidistantes, & inter ipsas interiectas bifariam secat.

XVI. Ordinatim ad diametrum applicari dicitur vnaquęque linearum æquidistantium.

XVII. Coniugatas diametros voco curuæ lineæ, & duarum curuarum rectas lineas, quarum vtraque diameter est, & lineas alteri æquidistantes bifariam diuidit.

XVIII. Axem verò curuæ lineæ, & duarũ curuarum, rectã lineam, quæ cum sit diameter curuæ lineæ, vel duarum curuarum, ęquidistantes ad rectos secat.

XIX. Axes coniugatos curuæ lineæ, & duarum curuarum, rectas lineas, quæ cum sint diametri coniugatæ, ipsis æquidistantes ad rectos angulos secant.

PROPOSITIONES LIBRI PRIMI APOLLONII PERGÆI.

Therema I. Propositio I.

RECtæ lineæ, quæ à vertice superficiei conicæ ad puncta, quæ in superficie sunt, ducuntur, in ipsa superficie erunt.

Ex quibus constat, si à vertice ad aliquod punctum eorum, quæ intra superficiem sunt, recta linea ducatur, intra: & si ad aliquod eorum quæ sunt extra, extra superficiem cadere.

Theor. II. *Prop.* II.

Si in alterutra superficierum, quæ sunt ad verticem, duo puncta sumantur: & quæ pũcta coniungit recta linea ad verticem non pertineat, intra superficiem cadet: quæ verò est in directum ipsi, cadet extra.

Theor. III. *Prop.* III.

Si conus plano per verticem secetur, sectio triangulum erit.

Theor. IV. *Prop.* IV.

Si alterutra superficierum, quæ sunt ad verticem, plano secetur, æquidistante circulo, per quem fertur recta linea superficiem des-

cribens: planum, quod ſuperficie concluditur, circulus erit, centrum in axe habens: figura verò contenta circulo, & ea parte ſuperficiei conicæ, quæ interſecans planum & verticem interiicitur, conus erit.

Conſtat præterea figuram contentam circulo D E, & ea parte ſuperficiei conicæ, quæ inter dictum circulum, & punctum A interijcitur, conum eſſe: ſimulque demonſtratum eſt communem ſectionem plani ſecantis, & trianguli per axem diametrum eſſe ipſius circuli.

Theor. V. Prop. V.

Si conus ſcalenus plano per axem ſecetur ad rectos angulos ipſi baſi, ſeceturque altero plano ad triangulum per axem recto, quod ex verticis parte triangulum abſcindat ſimile ei, quod per axem, ſubcontrariè verò poſitum, ſectio circulus erit. Vocetur autem huiuſmodi ſectio ſubcontraria.

Theor. VI. Prop. VI.

Si conus plano per axem ſecetur, ſumatur autem aliquod punctum in ſuperficie coni, quod non ſit in latere trianguli per axem: & ab ipſo ducatur recta linea æquidiſtans cuidam rectæ, quæ perpendicularis eſt à circumferentia circuli ad trianguli baſim, triangulo per axem occurret, & vlteriùs producta vſque ad alteram ſuperficiei partem, bifariam ab ipſo triangulo ſecabitur.

Theor. VII. Prop. VII.

Si conus plano per axem ſecetur: ſecetur autem & altero plano ſecante planum baſis coni ſecundùm rectam lineam, quæ ſit perpendicularis, vel ad baſim trianguli per axem, vel ad eam, quæ in directum ipſi conſtituitur: lineæ quæ à ſectione in ſuperficie coni à plano facta ducuntur æquidiſtantes ei, quæ eſt perpendicularis ad trianguli baſim, in communem ſectionem plani ſecantis, & trianguli per axem cadent: & vlteriùs productæ ad alteram ſectionis partem, ab ea bifariam ſecabuntur: & ſiquidem rectus ſit conus, linea, quæ eſt in baſi, perpendicularis erit ad communem ſectionem plani ſecantis, & trianguli per axem: ſi verò ſcalenus, non ſemper, niſi cum planum, quod per axem ducitur, ad baſim coni rectum fuerit.

Theor. VIII. Prop. VIII.

Si conus plano ſecetur per axem, & ſecetur altero plano ſecante baſim coni ſecundum rectam lineam, quæ ad baſim trianguli per axem ſit perpendicularis: diameter autem ſectionis factæ in ſuperficie, vel æquidiſtet vni laterum trianguli, vel cum ipſo extra coni verticem conueniat: & producantur in infinitum, tum ſuperficies

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

coni, tum planum secans: sectio quoque ipsa in infinitum augebitur, & ex diametro sectionis ad verticem cuilibet lineæ datæ æqualem abscindet linea, quæ quidem à coni sectione ei, quę est in basi, æquidistans ducta fuerit.

Theor. IX. *Prop.* IX.

Si conus plano secetur conueniente cum vtroque latere trianguli per axem, quod neque basi ęquidistet, neque sub contrariè ponatur: sectio circulus non erit.

Theor. X. *Prop.* X.

Si in coni sectione duo puncta sumantur, recta linea, quę eiusmodi puncta coniungit, intra sectionem cadet: & quæ in directum ipsi constituitur, cadet extra.

Theor. XI. *Prop.* XI.

Si conus plano per axem secetur: secetur autem & altero plano secante basim coni secundum rectam lineam, quę ad basim trianguli per axem sit perpendiculari: & sit diameter sectionis vni laterum trianguli per axem ęquidistans: recta linea, quę à sectione coni ducitur ęquidistans communi sectioni plani secantis, & basis coni vsque ad sectionis diametrum poterit spatium æquale contento linea, quæ ex diametro abscissa inter ipsam, & verticem sectionis interiicitur, & alia quædam, quæ ad lineam inter coni angulum, & verticem sectionis interiectam, eam proportionem habeat, quam quadratum basis trianguli per axem, ad id quod reliquis duobus trianguli lateribus continetur: dicatur autem huiusmodi sectio parabole.

Theor. XII. *Prop.* XII.

Si conus plano per axem secetur: secetur autem & altero plano secante basim coni secundùm rectam lineam, quæ ad basim trianguli per axem sit perpendicularis: & sectionis diameter producta cum vno latere trianguli per axem, extra verticem coni conueniat: recta linea, quæ à sectione ducitur æquidistans communi sectioni plani secantis, & basis coni vsque ad sectionis diametrum, poterit spatium adiacens lineæ, ad quam ea, quæ in directum constituitur diametro sectionis, subtenditúrque angulo extra triangulum, eandem proportionem habet, quam quadratum lineæ, quæ diametro æquidistans à vertice sectionis vsque ad basim trianguli ducitur ad rectangulum basis partibus, quæ ab ea fiunt, contentum: latitudinem habens lineam, quæ ex diametro abscinditur, inter ipsam & verticem sectionis interiectã: excedénsq; figurâ simili, & similiter posita ei, quæ cõtinetur linea extra triangulũ subtẽsa, & ea, angulo iuxta quam possunt

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

quæ ad diametrum applicantur. Vocetur autem huiusmodi sectio hyperbole.

Theor. XIII. *Prop.* XIII.

Si conus plano per axem secetur, & secetur altero plano conueniente cum vtroque latere trianguli per axem, quod neque basi coni æquidistet, neque sub contrariè ponatur: planum autem, in quo est basis coni, & secans planum conueniant secundùm rectam lineam, quæ sit perpendicularis, vel ad basim trianguli per axem, vel ad eam quæ in directum ipsi constituitur: recta linea, quæ à sectione coni ducitur æquidistans communi sectioni planorum vsque ad diametrum sectionis poterit spatium adiacens lineæ, ad quam sectionis diameter eam proportionem habeat, quam quadratum lineæ diametro æquidistantis à vertice coni vsque ad trianguli basim ductæ, habet ad rectangulum contentum basis partibus, quæ inter ipsam & rectas trianguli lineas interiiciuntur: latitudinem habens lineam, quę ex diametro ab ipsa abscinditur ad verticem sectionis, deficiensque figura simili, & similiter posita ei, quæ diametro, & linea iuxta quam possunt, continetur. Dicatur autem huiusmodi sectio ellipsis.

Theor. XIV. *Prop.* XIV:

Si superficies, quæ ad verticem sunt, plano non per verticem secentur: erit in vtraque superficierum sectio, quæ vocatur hyperbole: & duarum sectionum eadem erit diameter, lineæ verò, iuxta quas possunt applicatæ ad diametrum æquidistanter ei, quæ est in basi coni, inter se æquales erunt: & figuræ transuersũ latus vtrisque cõmune: quod scilicet inter sectionum vertices interiicitur. Vocentur autem huiusmodi sectiones oppositæ.

Theor. XV. *Prop.* XV.

Si in ellipsi à puncto, quod diametrum bifariam diuidit ordinatim ducta linea ex vtraque parte ad sectionem producatur; & fiat vt producta ad diametrum; ita diameter ad aliam lineam: recta linea, quæ à sectione ducitur ad productam, diametro æquidistans poterit spatium adiacens tertiæ proportionali latitudinem habens lineam, quæ inter ipsam: & sectionem interiicitur, deficiensque figura simili ei, quæ continetur linea, ad quam ducuntur, & ea iuxta quam possunt. Quod si vlteriùs producatur ad alteram partem sectionis, bifariam secabitur ab ea, ad quam applicata fuerit.

Theor. XVI. *Prop.* XVI.

Si per punctum, quod transuersum latus oppositarum sectionum bifariam diuidit, recta linea quædam ordinatim applicetur: ipsarum diameter erit, priori diametro coniugata.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

DEFINITIONES SECVNDÆ.

I. PVNCTVM, quod hyperbole, & ellipsis diametrum bifariam diuidit, centrum sectionis dicatur.

II. Et quæ à centro ad sectionem perducitur, vocetur ex centro sectionis.

III. Similiter & punctum quod transuersum latus oppositarum sectionum bifariam diuidit, centrum vocetur.

IV. Quæ autem à centro ducitur æquidistans ei, quæ ordinatim applicata est, mediamque proportionem habet inter latera figuræ, & bifariam à centro, secunda diameter appelletur.

Theor. XVII. *Prop.* XVII.

Si in coni sectione à vertice ipsius ducatur recta linea æquidistans ei, quæ ordinatim applicata est, extra sectionem cadet.

Theor. XVIII. *Prop.* XVIII.

Si recta linea coni sectioni occurrens, productaque in vtramque partem extra sectionem cadat: sumatur autem aliquod punctum intra sectionem, & per ipsum ei, quæ sectioni occurrit æquidistans ducatur, ducta linea & producta ex vtraque parte sectioni occurret.

Theor. XIX. *Prop.* XIX.

In omni sectione coni recta linea, quæ à diametro ducitur ordinatim applicatæ æquidistans, cum sectione conueniet.

Theor. XX. *Prop.* XX.

Si in parabola duæ rectæ lineæ à sectione ad diametrum ordinatim applicentur, vt eorum quadrata inter sese, ita erunt & lineæ, quę ab ipsis ex diametro, ad verticem abscinduntur.

Theor. XXI. *Prop.* XXI.

Si in hyperbola, vel ellipsi, vel circuli circumferentia rectæ lineę ordinatim ad diametrum applicentur, erũt quadrata earum ad spatia contenta lineis, quæ inter ipsas, & vertices transuersi lateris figuræ interiiciuntur, vt figuræ rectum latus ad transuersum: inter sese verò, vt spatia, quæ interiectis, vt diximus, lineis continentur.

Theor. XXII. *Prop.* XXII.

Si parabolem, vel hyperbolem recta linea in duobus punctis secet, non conueniens cum diametro sectionis intra sectionem; producta cum eadem diametro extra sectionem conueniet.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. XXIII. *Prop.* XXIII.

Si ellipſim recta linea ſecet inter duas diametros, producta cum vtraque earum extra ſectionem conueniet.

Theor. XXIV. *Prop.* XXIV.

Si parabolæ vel hyperbolæ recta linea in vno puncto occurrens, & producta ex vtraque parte extra ſectionem cadat, cum diametro conueniet.

Theor. XXV. *Prop.* XXV.

Si ellipſi recta linea occurrens inter duas diametros, & producta ex vtraque parte cadat extra ſectionem, cum vtriſque diametris conueniet.

Theor. XXVI. *Prop.* XXVI.

Si in parabola, vel hyperbola recta linea ducatur diametro ſectionis æquidiſtans, in vno tantùm puncto cum ſectione conueniet.

Theor. XXVII. *Prop.* XXVII.

Si parabolæ diametrum ſecet recta linea, producta in vtramque partem cum ſectione conueniet.

Theor. XXVIII. *Prop.* XXVIII.

Si recta linea vnam oppoſitarum ſectionum contingat, ſumatur autem punctum intra alteram ſectionem; & per ipſum linea contingenti æquidiſtans ducatur, producta ad vtraſque partes cum ſectione conueniet.

Theor. XXIX. *Prop.* XXIX.

Si in oppoſitis ſectionibus recta linea per centrum ducta occurrat vni ſectioni, vlteriùs producta alteram quoque ſecabit.

Theor. XXX. *Prop* XXX.

Si in ellipſi, vel oppoſitis ſectionibus recta linea ducatur, ad vtraſque centri partes ſectioni occurrens, ad centrum bifariam ſecabitur.

Theor. XXXI. *Prop.* XXXI.

Si in tranſuerſo figuræ latere hyperboles ſumatur aliquod punctum, non minorem abſcindens ad verticem ſectionis, quàm ſit dimidia lateris tranſuerſi figuræ; & ab ipſo recte linea ſectioni occurrat, ſi producatur intra ſectionem, ad ſequentes ipſius partes cadet.

Theor. XXXII. *Prop.* XXXII.

Si per verticem ſectionis coni recta linea ordinatim applicatæ æquidiſtans ducatur, ſectionem continget, & in locum, qui inter coni ſectionem & rectam lineam interiicitur, altera recta linea non cadet.

Theor. XXXIII. *Prop.* XXXIII.

Si in parabola ſumatur aliquod punctum, à quo recta linea ad diametrum ordinatim applicetur, & ei quæ ab ipſa ex diametro abcinditur ad verticem, æqualis ponatur in directum ab eius extremi-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

tate, recta linea, quæ à facto puncto ducitur ad illud quod sumptum fuerat sectionem continget.

Federicus Commandinus
Lemma.

Si recta linea in partes inæquales secetur, earum partium quadrata æqualia sunt rectangulo, quod bis dictis partibus continetur, & quadrato eius lineæ, qua maior pars superat minorem.

Th. XXXIV. Prop. XXXIV.

Si in hyperbola, vel ellipsi, vel circuli circumferentia sumatur aliquod punctum, ab eoque recta linea ad diametrum ordinatim applicetur: & quam proportionem habent lineæ interiectæ inter applicatam, & terminos transuersi lateris figuræ, eandem habeant inter se partes lateris transuersi, ita vt quæ sunt ad verticem partes sibi ipsis respondeant, recta linea coniungens punctum quod in transuerso latere sumitur, & punctum, quod est in sectione, sectionem ipsam continget. *Vide Lemmata 4 Eutocij & commandini.*

Th. XXXV. Prop. XXXV.

Si parabolem recta linea contingat, conueniens cum diametro extra sectionē, quæ à tactu ad diametrum ordinatim applicetur, abscindet ex diametro ad verticem sectionis lineam æqualem ei, quæ inter ipsam & contingentem interiicitur: & in locum, qui est inter contingentem & sectionem alia linea recta non cadet.

Th. XXXVI. *Prop.* XXXVI.

Si hyperbolem, vel ellipsim, vel circuli circumferentiam contingat quædam recta linea conueniens cum transuerso figuræ latere, & à tactu recta linea ad diametrum ordinatim applicetur, erit, vt linea quæ interiicitur inter contingentem, & terminum transuersi lateris ad interiectam inter eandem, & alterum lateris terminum, ita linea, quæ est inter ordinatim applicatam, & terminum lateris ad eam, quæ est inter eandem & alterum terminum, adeo vt continuatæ inter se sint, quæ sibi ipsis respondent; & in locum, qui inter contingentem, & sectionem coni interiicitur, altera recta linea non cadet.

Th. XXXVII. *Prop.* XXXVII.

Si hyperbolem, vel ellipsim, vel circuli circumferentiam recta linea contingens cum diametro conueniat; & a tactu ad diametrum linea ordinatim applicetur, quæ interiicitur inter applicatam & centrum sectionis vnà cum interiecta inter contingentem, & sectionis centrum, continebit rectangulum æquale quadrato lineæ, quæ est ex centro sectionis: sed vnà cum ea, quæ inter applicatam & contingen-

tem interiicitur, continebit spatium, quod ad quadratum lineæ applicatæ eandem proportionem habet, quam transuersum figuræ latus ad rectum

Th. XXXVIII. *Prop.* XXXIII.

Si hyperbolem, vel ellipsim, vel circuli circumferentiam recta linea contingens cum secunda diametro conueniat; & à tactu ad diametrum applicetur linea alteri diametro æquidistans: quæ interiicitur inter applicatam, & sectionis centrum, vnà cum interiecta inter contingentem, & centrum sectionis, continebit rectangulum æquale quadrato, quod fit ex dimidia secundæ diametri: sed vnà cum ea, quæ inter applicatam, & contingentem interiicitur, spatium continebit, quod ad quadratum applicatæ eam proportionem habeat, quam figuræ latus ad transuersum.

Iisdem positis ostendendum est, vt linea, quæ inter tangentem, & terminum secundæ diametri ad partes applicatæ interiicitur, ad eam quæ inter tangentem, & alterum terminum secundæ diametri, ita esse lineam, quæ est inter alterum terminum, & applicatam ad eam quæ inter alterum terminum & applicatam.

Ex iam dictis manifestum est lineā EF *contingere sectionem, siue rectangulum* FGH *æquale sit quadrato* GC, *siue* FHG *rectangulum ad quadratum* HE, *eam quam diximus, proportiontm habeat: conuerso enim modo illud facilè ostendetur.* Vide Commandinum.

Th. XXXIX. *Prop.* XXXIX.

Si hyperbolem, vel ellipsim, vel circuli circumferentiam recta linea contingens cum diametro conueniat, & à tactu ad diametrum linea ordinatim applicetur: sumpta quauis linea ex duabus, quarum altera interiicitur inter applicatam, & centrū sectionis; altera inter applicatam, & contingentem: habebit ad eam applicata proportionem compositam ex proportione, quam habet altera dictarum linearum ad applicatam, & ex proportione, quam rectum figuræ latus habet ad transuersum.

Theor. XL. Prop. *XL.*

Si hyperbolem, vel ellipsim, vel circuli circumferentiam recta linea contingens cum secunda diametro conueniat: & à tactu eandem diametrum linea applicetur, diametro alteri æquidistans: sumpta qualibet ex duabus quarum vna inter applicatam, & sectionis centrum interiicitur, altera inter applicatam, & contingentem: habebit ad ipsam applicata proportionem compositam ex proportione, quam habet transuersum figuræ latus ad rectum, & ex ea, quam altera dictarum linearum habet ad applicatam.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. XLI. Prop. XLI.

Si in hyperbola, vel ellipsi, vel circuli circumferentia recta linea ordinatim applicetur ad diametrum. & ab applicata, & ea, quæ ex centro parallelogramma æquiangula describantur: habeat autem applicata ad reliquam parallelogrammi latus proportionem compositā ex proportione, quam habet ea, quæ ex centro ad reliquum latus; & ex proportione, quam rectum figuræ sectionis latus habet ad transuersum, parallelogrammum factum à linea, quæ inter centrum & applicatam interiicitur, simile parallelogrammo, quod fit ab ea, quæ ex centro, in hyperbola quidem maius est, quàm parallelogrammum ab applicata, parallelogrammo ab ea, quæ ex centro, in ellipsi verò, & circuli circumferentia vnà cum parallelogrammo, quod fit ab applicatata æquale est parallelogrammo ab ea quæ ex centro.

Theor. XLII. Prop. XLII.

Si parabolem recta linea contingens cum diametro conueniat; & à tactu ad diametrum linea ordinatim applicetur: sumpto autem quouis puncto in sectione, applicentur ad diametrum duæ lineæ, altera quidem contingenti æquidistans, altera verò æquidistans ei, quæ à tactu ordinatim applicata est: triangulum, quod ab ipsis constituitur, æquale erit parallelogrammo contento lineâ à tactu applicata, & ea, quæ interiicitur inter æquidistantem & verticem sectionis.

Theor. XLIII. Prop. XLIII.

Si hyperbolem, vel ellipsim, vel circuli circumferentiam recta linea contingens conueniat cum diametro: & à tactu ad diametrum linea ordinatim applicetur: huic verò æquidistans ducatur per verticē sectionis, quæ cum linea per tactum & centrum ducta conueniat, & sumpto aliquo puncto in sectione, ab eo ad diametrū duæ lineæ ducātur, vnà quidem contingenti æquidistans; altera verò æquidistans ei, quæ à tactu applicata est; triangulum ab ipsis factum in hyperbola minus erit, quàm triangulum, quod abscindit linea per centrum, & tactum ducta, triangulo ab ea, quæ ex centro, simili abscisso: in illipsi verò, & circuli circumferentia, vnà cum triangulo abscisso ad centrum æquale erit triangulo simili abscisso, quod ab ea quæ ex centro describitur.

Theor. XLIV. Prop. XLIV.

Si vnam oppositarum sectionum recta linea contingens cum diametro conueniat: à tactu verò ad diametrum linea ordinatim applicetur, atque huic æquidistans ducatur per verticem alterius sectionis, vt conueniat cum linea per tactum, & centrum ducta: sumpto autem in sectione quauis puncto, applicentur ad diametrum duæ lineæ, qua-

rum altera contingenti æquidistet: altera æquidistet ei, quæ à tactu ordinatim applicata est: triangulum ab ipsis factum minus est, quàm triangulum, quod abscindit applicata ad centrum sectionis, triangulo simili abscisso ab ea, quæ ex centro.

Federicus Commandinus.

Si vnam oppositarum sectionum recta linea contingat: & à tactu ducatur diameter vsque ad alteram sectionem quæ ab eo puncto ducitur lineæ sectionem contingenti æquidistans, sectionem ipsam continget.

Theor. XLV. *Prop.* XLV.

Si hyperbolem, vel ellipsim, vel circuli circumferentiam recta linea contingens cum secunda diametro conueniat; & à tactu ad eandem diametrum linea applicetur, diametro alteri æquidistans: & per tactum & centrum ducta linea producatur: sumpto autem in sectione quouis puncto, ad secundam diametrum ducantur duæ lineæ, quarũ vna contingenti, altera applicatæ æquidistet: triangulum, quod ab ipsis constituitur, in hyperbola quidem maius est quàm triangulũ abscissum ab applicata ad centrum, triangulo, cuius basis est linea contingens, & vertex centrum sectionis: in ellipsi verò & circuli circumferentia vnà cum triangulo abscisso, æquale est triangulo, cuius basis linea contingens, & vertex sectionis centrum.

Theor. XLVI. *Prop.* XLVI.

Si parabolem recta linea contingens cum diametro cõueniat: quæ per tactum ducitur diametro æquidistans ad easdem partes sectioni, lineas in sectione ductas, quæ contingenti æquidistant, bifariam secabit.

Theor. XLVII. *Prop.* XLVII.

Si hyperbolem, vel ellipsim, vel circuli circumferentiam recta linea contingens cum diametro conueniat: per tactum, & centrum ducta linea ad easdem partes sectioni, lineas, quæ in sectione ducuntur, contingenti æquidistantes bifariam secabit.

Theor. XLVIII. *Prop.* XLVIII.

Si vnam oppositarum sectionum recta linea contingens cum diametro conueniat: & per tactum & centrum linea producta secet alteram sectionem: quæ in altera sectione ducta fuerit, contingenti æquidistans à linea producta bifariam secabitur.

Theor. XLIX. *Prop.* XLIX.

Si parabolem recta linea contingens cum diametro conueniat: & per tactum ducatur linea diametro æquidistans: à vertice verò ducatur æquidistans ei, quæ ordinatim applicata est; & fiat vt portio con-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

tingentis inter applicatam & tactum interiecta ad portionem æquidistantis, quæ itidem inter tactum, & applicatam interiicitur: ita quædam recta linea ad duplam contingentis: quæ à sectione ducta fuerit, æquidistans contingenti ad lineam, quæ per tactũ ducitur diametro æquidistans, poterit rectangulum contentum inuenta linea, & ea, quæ inter ipsam & tactum interiicitur.

Theor. L. *Prop.* L.

Si hyperbolem, vel ellipsim, vel circuli circumferentiam recta linea contingens cum diametro conueniat: & per tactum, & centrum linea producatur: à vertice autem ordinatim applicata conueniat cũ ea, quæ ducitur per tactum & centrum: fiatque vt portio contingentis inter tactum, & applicatam interiecta, ad portionem lineæ ductæ per tactum & centrum, quæ itidem inter tactum & applicatam interiicitur, ita quædam recta linea ad duplam contingentis: quæ à sectione ducitur contingenti æquidistans ad lineam per tactum & centrum ductam poterit spatium rectangulum, quod adiacet inuentæ lineæ, latitudinem habens interiectam inter ipsam & tactũ: in hyperbola quidem excedens figurâ simili contentæ lineâ dupla eius, quæ est inter centrum, & tactum, & inuentâ linea: in ellipsi verò & circulo eadem deficiens.

Theor. LI. *Prop.* LI.

Si quamlibet oppositarum sectionum recta linea contingens cum diametro conueniat; & per tactum & centrum linea producatur vsq; ad alteram sectionem: à vertice verò ducatur linea æquidistãs ei, quæ ordinatim applicata est: conueniensque cum linea per tactum, & centrum ducta: & fiat vt portio contingentis inter applicatam & tactum ad portionem lineæ ductæ per tactum, & centrum, quæ inter tactum & applicatam interiicitur, ita quædam recta linea ad duplam contingentis: quæ in altera sectione ducitur æquidistans contingenti, ad lineam per tactum & centrum ductam, poterit rectangulum, quod adiacet inuentæ lineæ, latitudinem habens, lineam, quæ est inter ipsam & tactum: excedensque figura simili ei, quæ linea inter oppositas sectiones interiecta & inuenta continetur.

Itaque his demonstratis, perspicuum est in parabola vnamquamque rectarum linearum, quæ diametro ex generatione ducuntur æquidistantes, diametrum esse: in hyperbola verò, ellipsi, & oppositis sectionibus vnamquamque earum, quæ per centrum ducuntur. Et in parabola quidem applicatas ad vnamquamque diametrum, æquidistantes contingentibus, posse rectangula ipsi adiacentia: in hyperbola & oppositis posse rectangula adiacentia ipsi, quæ excedunt eadem figura: in ellipsi autem quæ eadem deficiunt. Postremò

quæ-

quæcumque circa sectiones adhibitis principalibus diametris demonstrata sunt, & aliis diametris assumptis eadem contingere.

Problema I. Prop. LII.

Recta linea data in plano, ad vnum punctum terminata, inuenire in plano coni sectionem, quæ parabole appellatur, ita vt eius diameter sit data linea: vertex lineæ terminus, quæ verò à sectione ad diametrum in dato angulo applicatur, possit rectangulū contentū linea, quæ est inter ipsam & verticem sectionis, & altera quadā data linea.

Probl. II. Prop. LIII.

Datis duabus rectis lineis terminatis, quæ ad rectos inter se angulos constituantur: & altera producta ad easdem partes angulo recto, inuenire in linea producta coni sectionem, quæ hyperbole dicitur, in eodem plano, in quo sunt datæ lineæ: ita vt producta sit diameter sectionis, & vertex punctum, quod ad angulum consistit: quæ verò à sectione ad diametrum applicatur, angulum faciens æqualē dato, possit rectangulum, quod adiacet alteri lineæ, latitudinem habens lineā interiectam inter applicatam & verticem sectionis: excedénsque figura simili, & similiter posita ei, quæ datis à principio lineis continetur.

Probl. IV. Prop. LIV.

Datis duabus rectis lineis terminatis, atque ad rectos inter se angulos, inuenire circa diametrum alteram ipsarum, coni sectionem, quæ ellipsis appellatur, in eodem plano, in quo sunt datæ lineæ: ita vt vertex sit punctum ad rectum angulum: & à sectione ad diametrum applicatæ in angulo dato possint rectangula adiacētia alteri lineæ, quæ latitudinem habeant, lineam inter ipsas & verticem sectionis interiectam, deficiantque figurâ simili, & similiter posita ei, quæ datis rectis lineis continetur.

Probl. IV. Prop. LV.

Datis duabus rectis lineis terminatis, atque ad rectos inter se angulos; inuenire oppositas sectiones, quarum diameter sit vna datarum linearum: & vertices lineæ termini: applicatæ verò ab vtraque sectione in dato angulo possint spatia adiacentia alteri lineæ, excedentiaque figurâ simili ei, quæ datis lineis continetur.

Probl. V. Prop. LVI.

Datis duabus rectis lineis se se bifariam secantibus, circa vtramque ipsarum sectiones oppositas describere, ita vt rectæ lineæ sint coniugatæ diametri: & quarumlibet oppositarum sectionum diameter possit figuram aliarum oppositarum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

APOLLONII
PERGÆI
CONICORVM
LIBER SECVNDVS.

*Videantur 12. Lemmata Pappi.

Theorema I. *Propositio* I.

SI hyperbolem recta linea ad verticem contingat: & ab ipso ex vtraque parte diametri sumatur æqualis ei, quæ potest quartam figuræ partem; lineæ, quæ à sectionis centro ad sumptos terminos contingentis ducuntur, cum sectione non conuenient.

Theor. II. *Prop*. II.

Iisdem manentibus demonstrandum est non esse alteram asymptoton, quæ angulum DCE diuidet.

Theor. III. *Prop*. III.

Si hyperbolem contingat recta linea, cum vtraque asymptoton cõueniet, & ad tactum bifariam secabitur; quadratum verò vtriusque eius portionis æquale erit quartæ parti figuræ, quæ ad diametrum per tactum ductam constituitur.

Probl. IV. *Prop*. IV.

Datis duabus rectis lineis angulum continentibus, & puncto intra angulum dato, describere per punctum coni sectionem, quæ hyperbole appellatur, ita vt datæ lineæ ipsius asymptoti sint. *Vide Lemma Pappi.*

Theor. V. *Prop*. V.

Si parabolæ, vel hyperbolæ diameter lineam quandam bifariam secet: quæ ad terminum diametri contingit sectionem æquidistans est lineæ bifariam sectæ.

Theor. V. *Prop*. VI.

Si ellipsis, vel circuli circumferentiæ diameter lineam quandã non per centrum transeuntem bifariam secet: quę ad terminum diametri contingit sectionem, æquidistans erit bifariam sectæ lineæ.

Theor. VI. *Prop*. VII.

Si coni sectionem, vel circuli circumferentiam recta linea contin-

gat: & huic æquidistans ducatur in sectione: & bifariam diuidatur: quæ à tactu ad punctum lineam bifariam diuidens iungitur, sectionis diameter erit.

Theor. VII. *Prop.* VIII.

Si hyperbolæ recta linea occurrat in duobus punctis, producta ex vtraque parte cum asymptotis conueniet: & lineæ, quę ex ipsa abscissæ inter sectionem, & asymptotos interiiciuntur, æquales erunt.

Theor. VIII. *Prop.* IX.

Si recta linea asymptotis occurrens ab hyperbola bifariam secetur, in vno tantum puncto sectionem continget.

Theor. IX. *Prop.* X.

Si recta linea sectionem secans cum vtraque asymptoton conueniat: rectangulum contentum rectis lineis, quæ inter asymptotos & sectionem interiiciuntur, æquale est quartæ parti figuræ factæ ad diametrum, quæ ęquidistantes ipsi ductæ lineæ bifariam diuidit.

Theor. X. *Prop.* XI.

Si vtramque linearum continentium angulum, qui deinceps est angulo hyperbolem continenti, secet recta linea: in vno tãtùm puncto cum sectione conueniet; & rectangulum constans ex iis, quæ interiiciuntur inter lineas angulum continentes, & sectionem, æquale erit quartæ parti quadrati ex diametro, quæ secanti lineæ æquidistans ducitur.

Theor. XI. *Prop.* XII.

Si ab aliquo puncto eorũ, quæ sunt in sectione ad asymptotos duæ rectæ lineæ in quibuslibet angulis ducantur: & ab altero puncto in sectione sumpto ducantur aliæ lineę his ipsis æquidistantes: rectangulũ ex æquidistantibus constans æquale est ei, quæ fit ex iis, quibus illæ æquidistantes ductæ fuerant.

Theor. XII. *Prop.* XIII.

Si in loco asymptotis & sectione terminato, quædam recta ducatur, alteri asymptoton æquidistans: in vno puncto tantùm cum sectione conueniet.

Theor. XIII. *Prop.* XIV.

Asymptoti, & sectio in infinitum productæ ad seipsas propiùs accedunt: & ad interuallum perueniunt minus quolibet dato interuallo.

Ex hoc manifestum est, lineas AB, AC, *ad sectionem accedere propiùs, quàm omnes aliæ asymptoti: & angulum* BAC *minorem esse quolibet angulo, qui aliis eiusmodi lineis continetur.*

Theor. XV. *Prop.* XV.

Oppositarum sectionum asymptoti communes sunt.

Theor. XV. Prop. XVI.

Si in oppositis sectionibus quædam linea recta ducatur, secans vtramque linearum continentium angulum, qui deinceps est angulo sectiones continenti; cum vtraque oppositarum in vno tantùm puncto conueniet: & lineæ, quæ ex ipsa abscissæ inter asymptotos, & sectiones interiiciuntur, æquales erunt.

Theor. XVI. Prop. XVII.

Oppositarum sectionum, quæ coniugatę appellantur, asymptoti communes sunt.

Theor. XXVII. Prop. XXVIII.

Si vni oppositarum sectionum, quę coniugatę dicuntur, occurrat recta linea: & producta ad vtrasque partes extra sectionem cadat: cum vtraque sectionum, quę deinceps sunt, in vno tantùm puncto conueniet.

Theor. XVIII. Prop. XIX.

Si in oppositis sectionibus, quæ coniugatæ appellantur, ducatur recta linea, quamuis ipsarum contingens: cum sectionibus, quæ deinceps sunt, conueniet: & ad tactum bifariam secabitur.

Theor. XIX. Prop. XX.

Si vnam oppositarum sectionum, quæ coniugatæ appellantur, recta linea contingat: & per ipsarum centrum ducantur duæ lineæ, vna quidem per tactum, altera verò contingenti æquidistans, quousque occurrat vni earum sectionum, quæ deinceps sunt, recta linea, quæ in occursu sectionem contingit, æquidistans erit lineæ per tactum, & centrum ductæ, quæ verò per tactus & centrum ducentur, oppositarum sectionum diametri erunt.

Theor. XX. Prop. XXI.

Iisdem positis ostendendum est punctum, in quo contingentes lineæ conueniunt, ad vnam asymptoton esse.

Theor. XXI. Prop. XXII.

Si in oppositis sectionibus, quæ coniugatæ appellantur, ex centro ad quamuis sectionem ducatur recta linea; & huic æquidistans altera ducatur, quæ cum vna ex sectionibus, quæ deinceps sunt, & cũ asymptotis conueniat: rectangulum constans ex portionibus lineæ ductæ inter sectionem, & asymptotos interiectis, quadrato lineæ, quæ ex centro ducitur, æquale erit.

Theor. XXII. Prop. XXIII.

Si in oppositis sectionibus, quæ coniugatæ appellantur, ex centro ducatur quædam recta linea ad quamuis sectionem: & huic æquidistãs ducatur, quę cũ tribus, quæ deinceps sunt, sectionibus cõueniat,

rectangulum constans ex portionibus lineæ ductæ inter tres sectiones interiectis, duplũ erit quadrati eius lineæ, quæ ex cẽtro ducitur.

Theor. XXIII. *Prop.* XXIV.

Si parabolæ duæ lineæ rectæ occurrant, vtraque in duobus punctis: & nullius ipsarum occursus alterius occursibus contineatur: conuenient inter se se extra sectionem.

Theor. XXIV. *Prop.* XXV.

Si hyperbolæ occurrant duæ rectæ lineæ, vtraque in duobus punctis: nullius autem ipsarum occursus alterius occursibus contineatur conuenient quidem inter se se extra sectionem, sed tamen intra angulum, qui hyperbolem continet.

Theor. XXV. *Prop.* XXVI.

Si in ellipsi, vel circuli circumferentia duæ rectæ lineæ non transeuntes per centrum se inuicem secent; bifariam se se non secabunt.

Theor. XXVI. *Prop.* XXVII.

Si ellipsim, vel circuli circumferentiam duæ rectæ lineæ contingant: & si quidem ea, quæ tactus contingit per centrum transeat sectionis: contingentes lineæ sibi ipsis æquidistabunt: sin minus, conuenient inter se se ad easdem centri partes.

Theor. XXVII. *Prop.* XXVIII.

Si in coni sectione, vel circuli circumferentia duas lineas æquidistantes recta linea bifariam secet, diameter erit sectionis.

Theor. XXVIII. *Prop.* XXIX.

Si coni sectionẽ, vel circuli circũferentiã duæ rectæ lineæ contingentes in idem punctum conueniant: & ab eo ad punctum, quod lineam tactus contingentem bifariam secat, alia linea ducatur: sectionis diameter erit.

Theor. XXIX. *Prop.* XXX.

Si coni sectionem, vel circuli circumferentiam duæ rectæ lineæ contingentes in vnum punctum conueniant; diameter, quæ ab eo puncto ducitur, lineam tactus contingentem bifariam secabit.

Th. XXX. *Prop.* XXXI.

Si vtramque oppositarum sectionum duæ rectæ lineæ contingant: & si quidem ea, quæ tactus coniungit, per centrum transeat, contingentes lineæ æquidistantes erunt: sin minus. conuenient inter se se ad easdem partes centri.

Theor. XXX. *Prop.* XXXI.

Si vtrique oppositarum sectionum rectæ lineæ occurrant, ipsas vel in puncto contingentes, vel in duobus secantes; & productæ inter se

conueniant: punctum, in quo conueniunt, erit in angulo, qui deinceps est angulo sectionem continenti.

Theor. XXXII. Prop. XXXIII.

Si vni oppositarum sectionum recta linea occurrens; & producta ex vtraque parte extra sectionem, cadat: cum altera sectione non cõueniet: sed transibit per tres locos; quorũ vnus quidem est sub angulo sectionẽ cõtinente: duo verò sub iis angulis, qui deinceps sunt.

Theor. XXXXII. Prop. XXXIV.

Si vnam oppositarum sectionum recta linea contingat: & huic æquidistans ducatur in altera sectione: quæ à tactu ad medium lineæ æquidistantis ducitur, oppositarum sectionum diameter erit.

Theor. XXXIV. Prop. XXXV.

Si diameter in vna oppositarum sectionum rectam lineam bifariam secet; quæ in termino diametri contingit alteram sectionem: lineæ bifariam sectæ erit æquidistans.

Theor. XXXV. Prop. XXXVI.

Si in vtraque oppositarum sectionum rectæ lineæ inter se æquidistantes ducantur: quæ ipsarum medium coniungit, oppositarum sectionum diameter erit.

Theor. XXXVI. Prop. XXXVII.

Si oppositas sectiones linea recta secet, non transiens per centrum: quæ à medio ipsius ad centrum ducitur, oppositarum sectionum diameter erit, quæ recta appellatur: transuersa verò diameter, ipsi coniugata est ea, quæ à centro ducitur æquidistans lineæ bifariam sectæ.

Theor. XXXVII. Prop. XXXVIII.

Si oppositas sectiones duæ rectæ lineæ contingant, in vnum punctum conuenientes: quæ ab eo puncto ad medium lineæ tactus coniungentis ducitur, oppositarum sectionum diameter erit, quæ recta vocatur: transuersa verò, ipsi coniugata, quæ per centrum ducitur, lineæ tactus coniungenti æquidistans.

Theor. XXXVIII. Prop. XXXIX.

Si oppositas sectiones contingant duæ rectæ lineæ in vnum punctum conuenientes: quæ per punctum illud, & per centrum ducitur, lineam tactus coniungentem bifariam secabit.

Theor. XXXIX. Prop. XL.

Si oppositas sectiones duæ rectæ lineæ contingentes in vnum conueniant: & per punctum, in quo conueniunt, linea ducatur, tactus cõiungenti æquidistans, & sectionibns occurrẽs: quæ ab occursibus ad medium lineæ tactus coniungentes ducuntur, sectiones ipsas contingunt.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. XL. *Prop.* XLI.

Si in oppositis sectionibus duæ rectæ lineæ se inuicem secent, non transenates per centrum, se se bifariam non secabunt.

Theor. XLI. *Prop.* XLII.

Si in oppositis sectionibus, quæ coniugatæ appellantur, duæ rectæ lineæ se inuicem secent, non transeuntes per centrum: bifariam se se non secabunt.

Theor. XLII. *Prop.* XLIII.

Si vnam oppositarum sectionum, quæ coniugatæ appellantur, recta linea in duobus punctis secet: & à centro duæ lineæ ducantur, vna quidem ad medium lineæ secantis, altera verò ipsi ęquidistans: erunt hæ oppositarum sectionum coniugatæ diametri.

Probl. II. *Prop.* XLIV.

Data coni sectione diametrum inuenire.

Probl. III. *Prop.* XLV.

Data ellipsi, vel hyperbola centrum inuenire.

Probl. IV. *Prop.* XLVI.

Data coni sectione axem inuenire.

Probl. V. *Prop.* XLVII.

Data hyperbola, vel ellipsi axem inuenire.

Theor. XLIII. *Prop.* XLVIII.

His ita demonstratis reliquum est, vt ostendamus non esse alios axes ipsarum sectionum.

Probl. VI. *Prop.* XLIX.

Data coni sectione, & puncto non intra sectionem dato, ab eo rectam lineam ducere, quæ sectionem contingat.

Probl. VII. *Prop.* L.

Data sectione coni, lineam contingentem ducere, quæ cum axe ad partes sectionis angulum faciat, dato angulo acuto æqualem.

Probl. VIII. *Prop.* LI.

Data sectione coni, lineam contingentem ducere, quæ cum diametro per tactum ducta faciet angulum dato angulo acuto æqualem.

Theor. XLIIII. *Prop.* LII.

Si ellipsim recta linea contingat, angulus, quem facit cum diametro per tactum ducta, non est minor angulo deinceps ei, qui lineis ad mediam sectionem inclinatis continetur.

Probl. IX. *Prop.* LIII.

Data ellipsi contingentem lineam ducere, quæ cum diametro per tactum ducta faciat angulum dato angulo acuto æqualem: oportet autem acutum angulum datum non esse minorem angulo deinceps ei, qui lineis ad mediam sectionem inclinatis continetur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

APOLLONII
PERGÆI CONICORVM
LIBER TERTIVS.

Ad Eudemum Pergamenum.

Theor. I. *Prop.* I.

SI coni sectionem, vel circuli circumferentiam rectæ lineæ contingentes inter se conueniant: & per tactus ducantur, diametri, quæ contingentibus occurrant: triangula ad verticem facta sibi ipsis æqualia erunt. *Videantur initio libri huius Lemmata* 14. *Pappi Alexandrini.*

Theor. II. *Prop.* II.

Iisdem positis, si in coni sectione, vel circuli circumferentia sumatur aliquod punctum: & per ipsum æquidistantes contingentibus vsque ad diametros ducantur: quadrilaterum factum ad vnam contingentium, & ad vnam diametrorum, æquale erit triangulo, quod ad eandem contingentem, & ad alteram diametrum constituitur.

Theor. III. *Prop.* III.

Iisdem positis, si in coni sectione, vel circuli circumferentia duo puncta sumantur; & per ipsa ducantur æquidistantes contingentibus vsque ad diametros: quadrilatera, quæ ab ipsis fiunt, in diametris constituta, inter se æqualia erunt.

Theor. IV. *Prop.* IV.

Si oppositas sectiones duæ rectæ lineæ contingentes inter se conueniant: & per tactus ducantur diametri contingentibus occurrentes, triangula, quæ ad contingentes constituuntur, sibi ipsi æqualia erunt.

Theor. V. *Prop.* V.

Si oppositas sectiones duæ rectæ lineæ contingentes sibiipsis occurrant: & in quauis sectionum aliquod punctum sumatur, à quo ducantur duæ lineæ, vna quidem contingenti æquidistans, altera verò æquidistans ei, quæ tactus coniungit: triangulum, quod ab ipsis constituitur ad diametrum per occursum ductam, à triangulo, quod est ad occursum contingentium, differt triangulo facto ad contingentem & ad diametrum, quæ per tactum ducta fuerit.

Constat

Constat igitur triangulum KFL quadrilatero MGK æquale esse.

Theor. VI. *Prop.* VI.

Iisdem positis si in vna oppositarum sectionum aliquod punctum sumatur: & ab eo ducantur rectæ lineæ, contingentibus æquidistantes, quæ & contingentibus, & diametris occurrant: quadrilaterum ab ipsis factum ad vnam contingentium, & ad vnam diametrorum, æquale erit triangulo, quod ad eandem contingentem, & ad alteram diametrum constituitur.

Theor. VII. *Prop.* VII.

Iisdem positis, si in vtraque sectione aliqua puncta sumantur: & ab ipsis ducantur lineæ contingentibus æquidistantes, quæ & contingentibus, & diametris occurrant: quadrilatera à lineis ductis constituta ad diametros, inter se æqualia erunt.

Theor. VIII. *Prop.* VIII.

Iisdem positis pro punctis KL sumantnr CD, in quibus diametri cum sectionibus conueniant: & per ipsa contingentibus æquidistantes ducantur. Dico DG quadrilaterum quadrilatero FC; & quadrilaterum XI quadrilatero TO æquale esse.

Theor. IX. *Prop.* IX.

Iisdem positis, si alterum quidem punctum sit inter diametros, vt X: alterum verò sit idem, quod vnum punctorum CD, vt C: & æquidistantes ducantur. Dico triangulum CEO æquale esse quadrilatero KE: & quadrilaterum LO æquale ipsi LM.

Theor. X. *Prop.* X.

Iisdem positis, sumantur KL non tamen in punctis, in quibus diametri sectionibus occurrent. Demonstrandum est quadrilaterum LTRX quadrilatero OXKI æquale esse.

Theor. XI *Prop.* XI.

Iisdem positis, si in quauis sectione punctum sumatur: & ab ipso lineæ æquidistantes ducantur, vna quidem contingenti æquidistans: altera verò æquidistans ei, quæ tactus coniungit, triangulũ, quod ab ipsis fit ad diametrum per occursum contingentium ductam, à triangulo contento linea contingente, & diametro per tactum, differt triangulo, quod ad contingentium occursum constituitur.

Theor. XII. *Prop.* XII.

Iisdem positis si in vna sectione sumantur duo puncta: & ab vtrisque similiter æquidistantes ducantur: quadrilatera ab ipsis constituta inter se æqualia erunt.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. XIII. *Prop.* XIII.

Si in oppoſitis ſectionibus, quæ coniugatæ appellantur, rectæ lineæ contingentes ſectiones, quæ deinceps ſunt, in vnum punctum conueniant, & per tactus diametri ducantur: triangula, quorum communis vertex eſt ſectionum centrum, inter ſe æqualia erunt.

Theor. XIV. *Prop.* XIV.

Iiſdem poſitis, ſi in quauis ſectione punctum ſumatur, & ab ipſo ducantur lineæ æquidiſtantes contingentibus vſque ad diametros: triangulum, quod ad centrum conſtituitur, à triangulo circa eundem angulum differt triangulo baſim habente lineam contingentem, & verticem ſectionum centrum.

Theor. XV. *Prop.* XV.

Si vnam oppoſitarum ſectionum, quæ coniugatæ appellantur, rectæ lineæ contingentes conueniant: & per tactus diametri ducantur: ſumatur autem punctum in quauis ſectionum coniugatarum: & ab ipſo ducantur æquidiſtantes contingentibus vſque ad diametros: triangulum, quod ab ipſis ad ſectionem conſtituitur, maius eſt, quàm triangulum, quod ad centrum, triangulo baſim habente lineam contingentem, & verticem centrum ſectionum.

Theor. XVI. *Prop.* XVI.

Si coni ſectionem, vel circuli circumferentiam duæ rectæ lineæ contingentes in vnum conueniant; & ab aliquo puncto eorum, quæ ſunt in ſectione, ducatur linea vni contingentium æquidiſtans, quæ & ſectionem & alteram contingentium ſecet, vt quadrata contingentium inter ſe ſe, ita erit rectangulum contentum lineis, qui interiiciuntur inter ſectionem, & contingentem, ad quadratum lineæ inter æquidiſtantem & tactum interiectæ.

Theor. XVII. *Prop.* XVII.

Si coni ſectionem, vel circuli circumferentiam duæ rectæ lineæ cõtingentes in vnum conueniant: ſumantur autem in ſectione duo quæuis puncta: & ab iis ducantur lineæ contingentibus æquidiſtantes, quæ & ſibi ipſis & lineæ occurrant: vt quadrata contingentium inter ſe ſe, ita erit rectangulum contentum lineis, quæ interiiciuntur inter ſectionem & linearum occurſum, ad rectangulum, quod lineis ſimiliter ſumptis continetur. *Vide Lemma Eutocij.*

Theor. XVIII. *Prop.* XVIII.

Si oppoſitas ſectiones duæ rectæ contingentes in vnum conueniant: ſumatur autem in quauis ſectione aliquod punctum: & ab eo ducatur linea vni contingentium æquidiſtans, quæ & ſectionem & alteram contingentium ſecet: vt quadrata contingentium inter ſe ſe, ita erit

rectangulum contentum lineis, quæ interiicuntur inter sectionem & contingentem, ad quadratum lineæ inter æquidistantem & tactum interiectæ.

Theor. XIX. *Prop.* XIX.

Si oppositas sectiones duæ rectę lineæ contingentes in vnum conueniant, & ducantur contingentibus æquidistantes, quæ & sibi ipsis, & sectioni occurrant: vt quadrata contingentium inter se se, ita erit rectangulum contentum lineis, quæ interiiciuntur inter sectionem, & linearum occursum, ad rectangulum, quod lineis similiter sumptis, continetur.

Theor. XX. *Prop.* XX.

Si oppositas sectiones duæ rectæ lineæ contingentes sibi ipsis occurrant: & per occursum ducatur linea tactus coniungenti æquidistans, quæ secet vtramque; sectionem, ducatur autem alia linea æquidistans eidem; sectionesque, & contingentes secans: erit vt rectangulum contentum lineis, quæ inter occursum contingentium & sectiones interiiciuntur, ad quadratum lineæ contingentis, ita rectangulum, quod continetur lineis inter sectiones & contingentem interiectis; ad quadratum lineæ ad tactum abscissæ.

Theor. XXI. *Prop.* XXI.

Iisdem positis, si in sectione duo puncta sumantur: & per ipsa ducantur rectæ lineæ: vna quidem contingenti æquidistans, altera verò ęquidistans lineæ tactus coniungenti: quæ & sibiipsis, & sectionibus occurrant: erit rectangulum contentum lineis, quæ interiiciuntur inter occursum contingentium, & sectiones, ad quadratum contingentis, ita rectangulum contentum lineis inter sectiones, & linearum occursum interiectis, ad rectangulum, quod lineis similiter sumptis continetur.

Probl. XXII. *Prop.* XXII.

Si oppositas sectiones contingant duæ rectæ lineæ inter se æquidistantes: ducantur autem aliæ lineæ, quæ & sibi ipsis & sectionibus occurrant: vna quidem contingenti æquidistans, altera verò æquidistans ei, quæ tactus coniungit: erit vt transuersum latus ad rectum figuræ, quæ ad lineam tactus coniungentem constituitur, ita rectangulum contentum lineis inter sectionem & linearum occursum interiectis ad rectangulum, quod lineis similiter sumptis continetur.

Theor. XXIII. *Prop.* XXIII.

Si in oppositis sectionibus, quę coniugatę appellantur, duæ rectæ lineæ oppositas sectiones contngentes conueniant in quauis sectione: ducantur autem aliquę lineę contingentibus æquidi-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

stantes, quę & sibi ipsis, & aliis sectionibus oppositis occurrant: vt quadrata contingentium inter se se, ita erit rectangulum lineis, quæ inter sectiones, & occursum interiiciuntur, ad rectangulum, quod lineis similiter sumptis continetur. *Theor. XXIV. Prop. XXIV.*

Si in oppositis sectionibus, quas coniugatas appellamus, à centro ad sectiones ducantur duæ rectæ lineę, quarum vna quidem sit transuersa diameter, altera verò recta, & ducantur aliæ lineę his diametris ęquidistantes, quę & sibi ipsis & sectionibus occurrant, ita vt occursus sit in loco inter quatuor sectiones intermedio: rectangulum contentum portionibus lineę diametro transuersæ æquidistãtis, vnà cum eo ad quod rectangulum ex portionibus lineæ ęquidistantis rectę diametro proportionem habet eandem, quàm diametri rectę quadratum ad quadratum transuersæ: æquale erit duplo quadrati, quod à dimidia transuersę diametri constituitur.

Theor. XXV. Prop. XXV.

Iisdem positis, sit linearum ipsis AC, BD æquidistantium occursus in vna sectionum DB, atque in puncto X, vt positum est. Dico rectangulum contentum portionibus lineę, que transuersę diametro ęquidistat, videlicet OXN, maius esse quàm illud, ad quod rectangulum ex portionibus lineę æquidistantis rectæ diametro, hoc est BXM, eandem proportionem habet, quàm rectæ diametri quadratum ad quadratum transuersæ, duplo quadrati eius, quod à dimidia transuersæ diametri constituitur. *Theor. XXVI. Prop. XXVI.*

Quod si æquidistantium occursus ad punctum X sit in vna sectionum AC, vt positum est, rectangulum, quod continetur portionibus lineæ æquidistantis transuersæ diametro, hoc est LXF minus erit, quam illud, ad quod rectan gulum portionibus alterius lineæ contentum, hoc est RXG, eandem proportionem habet, quam rectę diametri quadratum ad quadratũ transuersæ: duplo quadrati eius, quod à dimidia transuersæ diametri constituitur.

Theor. XXVII. *Prop.* XXVII.

Si in ellipsi, vel circuli circumferentia coniugatæ diametri ducantur, quarum altera quidem sit recta, altera verò transuersa; & ducantur duę rectę lineę diametris æquidistantes, quæ & sibi & sectioni occurrant; quadrata ex portionibus lineæ æquidistantis transuersæ dametro, quæ inter sectionem, & linearum occursum interiiciuntur: assumentia figuras ex portionibus lineę, quæ rectæ diametro ęquidistat, inter linearum occursum, & sectionem interiectis, similes & similiter descriptas ei, quæ ad rectam diametrum constituitur, quadrato transuersę diametri ęqualia erunt.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Th. XXVIII. *Prop.* XXVIII.

Si in oppoſitis ſectionibus, quas coniugatas appellamus; coniugatæ diametri ducantur, vt earum altera recta ſit, altera tranſuerſa: & ducãtur duæ rectæ lineæ diametris æquidiſtantes, quæ & ſibi ipſis & ſectionibus occurrant: quadrata ex portionibus lineæ æquidiſtantis rectę diametro, quæ inter linearum occurſum, & ſectiones interiiciuntur, ad quadrata ex portionibus alterius lineæ, quæ tranſuerſæ diametros æquidiſtat, interſectionem & occurſum linearum interiectis: eandem proportionem habent, quam rectæ diametri quadratum ad quadratum taanſuerſæ.

Th. XXIX. *Prop.* XXIX.

Iiſdem poſitis, ſi linea rectæ diametro æquidiſtans ſecet aſymptotos: quadrata ex portionibus ipſius, quæ inter linearum occurſum, & aſymptotos interiiciuntur, aſſumentia dimidium quadrati facti à recta diametro, ad quadrata ex portionibus lineę quę tranſuerſæ diametro æquidiſtat, inter occurſum linearum, & aſymptotos interiectis eandem proportionem habent, quàm rectæ diametri quadratum ad quadratum tranſuerſæ.

Th. XXX. *Prop.* XXX.

Si hyperbolem contingentes duæ rectæ lineæ ſibi ipſis occurrant; & per tactus linea producatur; per occurſum verò ducatur linea vni aſymptoton æquidiſtans: ſectionemque & lineam contingentem tactus ſecans: quæ interiicitur inter occurſum, & lineam tactus coniungentem à ſectione bifariam diuidetur.

Th. XXXI. *Prop.* XXXI.

Si oppoſitas ſectiones duæ rectæ lineæ contingentes ſibi ipſis occurrant: & per tactus linea producatur: per occurſum verò ducatur linea aſymptoto æquidiſtans, quæ ſectionem & lineam tactus coniungentem ſecet: linea inter occurſum, & eam quæ tactus coniungit, interiecta à ſectione bifariam diuidetur.

Theor. XXXII. *Prop.* XXXII.

Si hyperbolæ duæ rectæ lineæ contingentes ſibi ipſis occurrant: & per tactus linea producatur: & per occurſum verò contingentium ducatur linea tactus coniungenti æquidiſtans; & per punctum quod coniungentes tactns bifariam ſecat ducatur linea æquidiſtans alteri aſymptoton: quæ inter dictum punctum, & lineam æquidiſtantem interiicitur, à ſectione bifariam diuidetur.

Theor. XXXIII. *Prop.* XXXIII.

Si oppoſitas ſectiones duæ rectæ lineæ cõtingentes ſibi ipſis occurrant; & per tactus linea producatur: per occurſum verò contingẽtiũ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ducatur linea tactus contingenti æquidistans: & per punctum, quod coniungentem tactus bifariam secat, ducatur linea æquidistans alteri asymptoton, conueniensque cum sectione, & cum linea æquidistante per occursum ducta, quæ inter dictum punctum, & lineam æquidistantem interiicitur; à sectione bifariam diuidetur.

Theor. XXXIV. *Prop.* XXXIV.

Si in vna asymptoton hyperbolæ aliquod punctum sumatur: ab eóque recta linea sectionem contingat: & per tactum ducatur æquidistans asymptoto: quæ per dictum punctum transit, alteri asymptoton æquidistans, à sectione bifariam diuidetur.

Theor. XXXV. *Prop.* XXXV.

Iisdem positis, si à sumpto puncto recta linea ducatur, sectionem in duobus punctis secans: erit vt tota ad eam, quæ extra sumitur, ita inter se se portiones illius, quæ intra sectionem continetur.

Theor. XXXVI. *Prop.* XXXVI.

Iisdem positis, si à puncto ducta linea, neque sectionem in duobus punctis secet, neque æquidistans, sit asymptoto, sed cum opposita sectione conueniat: erit vt tota ad lineã, quæ inter sectionem, & asymptoton ad eam, quæ inter asymptoton & alteram sectionem.

Theor. XXXVII. *Prop.* XXXVII.

Si coni sectionem, vel circuli circumferentiam, vel sectiones oppositas, contingentes duæ rectæ lineæ sibi ipsis occurrant. & per tactus linea producatur: ab occursu verò contingentium ducatur linea sectionem in duobus punctis secans: erit vt tota ad eam, quæ extra sumitur, ita portiones inter se se, quæ à linea tactus coniungente fiunt.

Theor. XXXVIII. *Prop.* XXXVIII.

Iisdem positis, si per contingentium occursum ducatur recta linea, tactus coniungenti æquidistans: & per punctum, quod coniũgentem tactus bifariam diuidit, ducatur linea secans, & sectionem ipsam in duobus punctis, & lineam æquidistantem per occursum ductam: erit vt tota ad eam, quæ extra sumitur inter sectionem, & lineam æquidistantem, ita portiones inter se se, quæ à linea tactus coniungente efficiuntur.

Theor. XXXIX. *Prop.* XXXIX.

Si oppositas sectiones duæ rectæ lineæ contingentes sibi ipsis occurrant: & per tactus linea producatur: ab occursu verò contingentium ducta linea, & vtramque sectionem, & lineam tactus coniũgentem secet: erit vt tota ad eam, quæ extra sumitur, inter sectionem & coniungentem tactus, ita portiones inter se se, quæ inter sectiones & contingentium occursum interiiciuntur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. XL. *Prop.* XL.

Iisdem positis, si per occursum contingentium ducatur recta linea, tactus coniungenti æquidistans: & à puncto quod coniungentem tactus bifariam diuidit, ducatur linea secans vtramque sectionem, & æquidistantem ei, quæ tactus coniungit: erit vt tota ad eam, quæ extra sumitur inter æquidistantem & sectionē, ita portiones inter se se, quæ inter sectiones, & coniungentem tactus interiiciuntur.

Theor. XLI. *Prop.* XLI.

Si parabolem contingentes tres rectæ lineæ inter se conueniant, in eandem proportionem secabuntur.

Theor. XLII. *Prop.* XLII.

Si in hyperbola, vel ellipsi, vel circuli circumferentia, vel oppositis sectionibus ab extremo diametri ducantur lineæ æquidistantes ei, quæ ordinatim applicata est; & alia quæpiam linea quomodocumque contingens ducatur: abscindet ex ipsis lineas continentes rectangulum æquale quartæ parti figuræ, quæ ad eandem diametrum constituitur.

Theor. XLIII. *Prop.* XLIII.

Si hyperbolem recta linea contingat, abscindet ex asymptotis ad sectionis centrum lineas continentes rectangulum æquale ei, quod continetur lineis ab altera contingente abscissis ad verticem sectionis, qui est ad axem.

Theor. XLIV. *Prop.* XLIV.

Si hyperbolem, vel oppositas sectiones contingentes duæ rectæ lineæ asymptotis occurrant: quæ ad occursus ducuntur, lineæ tactus coniungenti æquidistantes erunt.

Theor. XLV. *Prop.* XLV.

Si in hyperbola, vel ellipsi, vel circuli circumferentia, vel oppositis sectionibus ab extremo axis lineæ ad rectos angulos ducātur, & quartæ parti figuræ æquale rectangulum comparetur ad axem ex vtraque parte: quod in hyperbola quidem, & sectionibus oppositis excedat figurā quadratā: in ellipsi verò deficiat: & ducatur linea sectionem cōtingens, occurrénsque eis, quæ sunt ad rectos angulos: lineæ, quæ ab occursibus ducuntur ad puncta ex comparatione facta, angulos rectos ad ea efficient.

Theor. XLVI. *Prop.* XLVI.

Iisdem positis, lineæ coniunctæ æquales facient angulos ad contingentes.

Theor. XLVII. *Prop.* XLVII.

Iisdem positis, linea ab occursu coniunctarum ad tactum ducta, perpendicularis est ad contingentem.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. XLVIII. *Prop.* XLVIII.

Iisdem positis, ostendendum est lineas, quæ à tactu ducũtur, ad pũcta ex comparatione facta, æquales cõtinere angulos ad contingentem.

Theor. XLIX. *Prop.* XLIX.

Iisdem positis, si ab aliquo punctorum ad contingentem perpendicularis agatur, quæ à facto puncto ducuntur ad axis extrema, rectos angulos continebunt.

Theor. L. *Prop.* L.

Iisdem positis, si à sectionis centro ducatur linea contingenti occurrens: æquidistansque lineæ per tactum, & per vnum punctorum ductæ dimidio axis æqualis erit.

Theor. LI. *Prop.* LI.

Si in hyperbola, vel oppositis sectionibus ad axem comparetur rectãgulum æquale quartæ parti figuræ: excedensque figura quadrata: & à punctis ex comparatione factis ad quamlibet sectionem rectæ lineæ inclinentur: maior minorem quantitate axis superabit.

Theor. LII. *Prop.* LII.

Si in ellipsi ad maiorem axem ex vtraque parte comparetur rectãgulum æquale quartæ parti figurę, defaciensque figura quadrata: & à punctis ex comparatione factis ad sectionem rectę lineæ inclinentur: ipsi axi æquales erunt.

Theor. LIII. *Prop.* LIII.

Si in hyperbola, vel ellipsi, vel circuli circumferentia, vel sectionibus oppositis ab extremo diametri ducãtur lineæ ordinatim applicatis æquidistantes: & à dictis terminis ad idem sectionis punctum lineæ ductę secent ęquidistantes: rectangulum ex abscissis factum æquale erit figuræ, quæ ad eandem diametrum constituitur.

Theor. LIV. *Prop.* LIV.

Si coni sectionem, vel circuli circumferentiam contingentes duæ rectæ lineæ sibi ipsis occurrant: & per tactus ducantur contingentibus æquidistantes: à tactibus verò ad idem sectionis punctum ductæ lineæ æquidistantes secent rectangulum ex abscissis cõstans ad quadratum lineæ tactus coniungentis, proportionem habebit compositam ex proportione, quam habet quadratum portionis lineæ ab occursu contingentium ad punctum medium coniungentis tactus ductæ, quæ est intra sectionem, ad reliquæ portionis quadratum: & ex proportione, quam habet rectangulum ex contingentibus factum ad quartam partem quadrati lineæ tactus coniungentis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. LV. Prop. LV.

Si oppositas sectiones duæ rectæ lineæ contingentes sibi ipsis occurrant: & per occursum ducantur linea coniungenti tactus æquidistans: per tactus verò ducantur æquidistantes contingentibus: & à tactibus ad idem alterius sectionis punctum ducantur lineę, quæ ęquidistantes secent: rectangulum ex abscissis constans ad quadratum lineæ tactus coniungentis eãdem proportionem habebit, quam rectãgulum ex contingentibus factum ad quadratum lineæ ab occursu ad sectionem ductæ, quæ quidem coniungenti tactus æquidistet.

Theor. LVI. Prop. LVI.

Si vnam oppositarum sectionum duæ rectæ lineæ cõtingentes sibi ipsis occurrant: & per tactus ducantur contingentibus æquidistãtes: à tactibus verò ad idem alterius sectionis punctum ducantur lineæ, æquidistantes secent: rectangulum ex abscissis constãs ad quadratũ lineæ tactus coniungẽtis proportionem habebit compositam ex proportione, quam habet quadratum portionis lineæ ad punctum medium coniungentis tactus ductæ, quæ est inter dictum punctum, & alteram sectionem, ad quadratum eius, quæ inter sectionem, & occursum interiicitur; & ex proportione, quam habet rectangulum ex contingentibus factum ad quartam partem quadrati lineæ tactus coniungentis.

APOLLONII

PERGÆI

CONICORVM

LIBER QVARTVS.

Ad Attalum Præfatio.

EVDEMO Pergameno ad quẽ 3. priores libros miserat mortuo, 4. mittit Attalo, quem docet hoc libro cõtineri ad quot puncta plurima conorum sectiones inter se se, & circuli circumferentiæ occurrere possint, nisi totæ totis congruant. Præterea coni sectio, & circuli circumferentia; & oppositæ sectiones oppositis sectionibus ad quot puncta plurima occurrant: ad hæc non pauca his similia. Ex his quod primo loco dictum est, Conon Samius

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ad Trasidem scribens explicauit, non rectè in demonstrationibus versatus. Itaque Nicoteles Cyrenæus eum leniter reprehendit. De secũdo Nicoteles in libro contra Cononem mẽtionem sic fecit, tanquam quod facilè demonstrari posset. Sed tamen nos, inquit Apollonius, neque ab ipso, neque ab alio quopiam demõstratum inuenimus. Tertium verò, & eiusdem generis alia, ne in mẽtem quidem alicui vnquam venisse comperimus. At quæ diximus ab alijs demonstrata non fuisse, omnia multis, ac variis, nouisque theorematibus indigent, quorum plurima in tribus primis libris, reliqua in hoc exposuimus. Horũ igitur contemplatio non paruam vtilitatem affert, & ad compositiones problematum, & ad determinationes. Nicoteles quidem ob dissensionem, quæ illi cum Conone erat, scribit nihil eorum, quæ à Conone inuenta sunt, ad determinationes pertinere. Quod ille falso affirmat, nam & si omnino absque his determinationes reddere possimus, tamen ex his ipsis nonnulla faciliùs percipiuntur: vel hoc, quòd aliquid multipliciter fiat, vel quotupliciter, vel rursus quod nullo modo fiat: quæ quidem cognitio si antecesserit, ad quæstiones magnam præstat facultatem. Præterea ad definitionũ resolutiones theoremata hæc valde vtilia sunt: quæ etiam si absit vtilitas propter ipsas demonstrationes digna sunt vt recipiantur: multa enim alia in mathematicis disciplinis ob hoc ipsum & non ob aliquod aliud recipere consueuimus.

Theor. I. *Prop.* I.

Si in coni sectione, vel circuli circumferentia aliquod pũctum extra sumatur: atque ab eo ad sectionem ducãtur duæ rectæ lineæ, vna quidẽ contingens, altera verò in duobus pũctis secans: & quam proportionem habet tota linea secãs ad partem sui ipsius, quæ extra sumitur inter pũctum & sectionẽ interiecta in eandem diuidatur, quæ est intra, ita vt rectæ lineæ eiusdẽ rationis ad vnum punctum conueniãt: quæ à tactu ad diuisionem ducitur, occurret sectioni: & quæ ab occursu ducitur ad punctum extra sumptum sectionem continget.

Theor. II. *Prop.* II.

Hæc quidem communiter in omnibus sectionibus demonstrata sunt, at in sola hyperbola, si linea DB sectionem contingat; & DC in punctis E C secet: puncta verò E C contineant tactum ad B: & punctum D sit intra angulum asymptotis comprehensum: similiter fiet demonstratio: possumus enim à puncto D aliam ducere contingentem *DA*, & quæ reliqua sunt ad demonstrationem perficere.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. III. Prop. III.

Iisdem existentibus, puncta E C tactum ad B non contineant: sitque punctum *D* intra angulum asymptotis comprehensum, poterimus à puncto *D* alteram contingentem ducere, quæ sit *D A*, & reliqua similiter demonstrare.

Theor. IV. Prop. IV.

Iisdem positis, si occursus E C cōtineant tactum ad B: & punctum *D* sit in angulo, qui deinceps angulo asymptotis comprehenso: linea quæ à tactu ad diuisionem ducitur, occurret oppositæ sectioni: & quæ ab occursu ducitur, eandem sectionem continget.

Theor. V. Prop. V.

Iisdem positis, si punctum *D* sit in vna asymptoton: quæ à puncto B ad F ducitur, eidem asymptoto æquidistabit.

Theor. VI. Prrop. VI.

Si in hyperbola aliquod punctum extra sumatur, à quo ad sectionem ducantur duæ rectæ lineæ: altera quidem contingens, altera verò æquidistās vni asymptoton: & portio æquidistātis inter sectionē, & punctum interiecta, æqualis sit ei, quæ intra sectionem continetur: linea, quæ à tactu ad factum pūctum ducitur, occurrit sectioni: & quæ ab occursu ducitur ad punctum extra sumptum sectionem cōtinget.

Theor. VII. Prop. VII.

Iisdem positis, sit punctum *D* in angulo deinceps ei, qui asymptotis continetur. *D*ico etiam sic casum euenire.

Theor. VIII. Prop. VIII.

Iisdem positis, sit punctum *D* in vna asymptoton: & reliqua eadem fiant. *D*ico lineam, quæ à tactu ad externam partem sumptæ ducitur, æquidistantem esse asymptoto, in qua est punctum *D*.

Theor. IX. Prop. IX.

Si ab eodem puncto duæ rectæ lineæ ducantur, quarum vtraque coni sectionem, vel circuli circumferentiam in duobus punctis secet: & quam proportionem habent totæ lineæ ad portiones, quæ extra sumuntur, in eam diuidantur, quæ sunt intra, ita vt partes eiusdem rationis ad idem punctum conueniant: quæ per diuisiones ducitur linea, sectioni in duobus punctis occurret: & quæ ab occursu ad punctum extra sumptum ducuntur, sectionem contingent.

Theor. X. Prop. X.

Hæc quidem communiter in omnibus, at in sola hyperbola; si alia quidem eadem sint, vnius autem rectę lineæ occursus contineāt occursus alterius: & punctum *D* sit intra angulum asymptotis comprehensum: eadem prorsus euenient, quæ dicta sunt, vt in secundo theoremate tradidimus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. XI. Prop. XI.

Iisdem positis, si vnius lineæ occursus alterius non contineant, & punctum D sit intra angulum asymptotis comprehensum: & figura, & demonstratio eadem erit, quæ in tertio theoremate.

Theor. XII. Prop. XII.

Iisdem positis, si occursus vnius lineæ, alterius occursus contineăt: & punctum sumptum sit in angulo deinceps ei, qui asymptotis comprehenditur: linea per diuisiones ducta, si producatur, occurret oppositæ sectioni: & quæ ab occursibus ducuntur ad punctum D, oppositas sectiones contingent.

Theor. XIII. Prop. XIII.

Iisdem positis, si punctum D sit in vna asymptoton, & reliqua eadem existant: quæ per diuisiones transit linea asymptoto, in qua est punctum, æquidistabit: & producta occurret sectioni: quæ verò ab occursu ad punctum ducitur, sectionem continget.

Theor. XIV. Prop. XIV.

Iisdem positis, si punctum D sit in vna asymptoton: & linea quidem DE sectionem in duobus punctis secet: D G verò alteri asymptoto æquidistans secet in vno tantùm; quod sit G; fiatque, vt E D ad DH, ita EK ad KH: & ipsi D G ponatur æqualis G L; quæ per puncta KL transit linea, asymptoto ęquidistabit, & sectioni occurret: quæ verò ab occursu ducitur ad D, sectionem continget.

Theor. XV. Prop. XV.

Si in sectionibus oppositis inter duas sectiones sumatur aliquod punctum, & ab ipso duæ lineæ ducantur; altera quidem contingens vnam oppositarum: altera verò vtramque secans: & quam proportionem habet linea inter sectionem, quam non contingit, & punctum interiecta ad lineam; quæ est inter punctum, & alteram sectionem, eandem habeat linea quædam maior ea, quæ inter sectiones interiicitur ad excessum ipsius in eadem recta, & ad eundem terminum cum linea eiusdem rationis: quæ à termino maioris lineæ ad tactum ducitur, occurret sectioni, & quæ ab occursu ducitur ad sumptum punctum, sectionem continget.

Theor. XVI. Prop. XVI.

Iisdem positis, sit punctum D in angulo deinceps ei, qui asymptotis continetur: & reliqua eadem fiant. Dico lineam à puncto F ad C productam occurrere oppositæ sectioni: & quæ ab occursu ducitur ad D, eandem sectionem contingere.

Theor. XVII. Prop. XVII.

Iisdem positis, sit punctum D in vna asymptoton. Dico lineam, quæ ab F ad C ducitur, asymptoto, in qua est punctum, æquidistare.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. XVIII. Prop. XVIII.

Si in sectionibus oppositis aliquod punctum sumatur inter duas sectiones: & ab ipso duæ lineæ ducantur, vtrámque sectionem secantes: & quam proportionem habent interiectæ inter vnam sectionem & punctum ad eas, quæ inter idem punctum, & alteram sectionem interiiciuntur, eandem habeant lineæ maiores iis, quæ sunt inter sectiones oppositas ad excessus ipsarum: quæ per terminos maiorum linearum transeunt, occurrent sectionibus: & quæ ab occursibus ad sumptum punctum ducuntur, sectiones contingent.

Theor. XIX. Prop. XIX.

Sumatur punctum D in angulo deinceps ei, qui asymptotis continetur: ducantúrque rectæ lineæ sectiones secantes: & vt dictum est, diuidantur. Dico eam, quæ per KG producitur, occurrere vtrique sectionum: & quæ ab occursibus ducuntur ad D sectiones cōtingere.

Theor. XX. Prop. XX.

Si sumptum punctum sit in vna asymptoton, & reliqua eadem fiant: linea, quæ transit per terminos excessuum, asymptoto, in qua est punctum, æquidistabit: & quæ à puncto ducitur ad occursum sectionis, & lineæ per terminos transeuntis, sectionem continget.

Theor. XXI. Prop. XXI.

Sint rursus oppositæ sectiones AB: sítque punctum D in vna asymptoton: & linea quidem DBK in vno tantùm puncto occurrat sectioni B, alteri asymptoto æquidistans: linea verò CDHG vtrique sectioni occurrat: & vt CD ad DH, ita CG ad GH: & ipsi DB æqualis sit BK. Dico lineam, quæ per puncta KG transit, occurrere sectioni: asymptotóque, in qua est punctum D. æquidistare: & quæ ab occursu ad punctum D ducitur sectionem contingere.

Theor. XXII. Prop. XXII.

Sint similiter oppositæ sectiones, asymptotíque: & punctum D sumatur in angulo deinceps ei, qui asymptotis continetur: linea verò CDH secet vtrásque sectiones: & DB alteri asymptoto æquidistet: sítque vt CD ad DH, ita CG ad GH: & ipsi D B æqualis ponatur BK. Dico lineam, quæ per puncta KG transit, occurrre vtrique oppositarum sectionum: & quæ ab occursibus ducuntur ad D sectiones easdem contingere.

Theor. XXIII. Prop. XXIII.

Sint itidem oppositæ sectiones AB: punctúmque D sit in angulo deinceps ei, qui asymptotis continetur: & linea quidem BD sectionē B in vno puncto tantùm secet, alteri asymptoto æquidistans: linea verò DA similiter sectionem A: sítque DB ipsi BG æqualis: & DA

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ipsi AK. Dico lineam, quæ transit per KG, occurrere sectionibus, & quæ ab occursibus ad D ducuntur, sectiones contingere.

Theor. XXIV. *Prop.* XXIV.

Coni sectio coni sectioni, vel circuli circumferentiæ non occurrit ita vt pars quidem eadem sit: pars verò non sit communis.

Theor. XXV. *Prop.* XXV.

Coni sectio coni sectionem vel circuli circumferentiam in pluribus punctis, quàm quatuor non secat.

Theor. XXVI. *Prop.* XXVI.

Si dictarum linearum aliquæ in vno puncto sese contingant, non occurrent sibi ipsis ad alia puncta plura quàm duo.

Th. XXVII. *Prop.* XXVII.

Si prædictarum linearum aliquæ in duobus punctis sese contingant, in alio puncto sibi ipsis non occurrent.

Theor. XXVIII. *Prop.* XXVIII.

Parabole parabolem non contingit, præterquàm in vno puncto.

Theor. XXIX. *Prop.* XXIX.

Parabole hyperbolem non contingit in duobus punctis extra ipsam cadens.

Theor. XXX. *Prop.* XXX.

Parabole ellipsim, vel circuli circumferentiam non contingit in duobus punctis intra ipsam cadens.

Theor. XXXI. *Prop.* XXXI.

Hyperbole hyperbolem idem centrum habens in duobus punctis non continget.

Theor. XXXII. *Prop.* XXXII.

Si ellipsis ellipsim, vel circuli circumferentiam, idem centrum habens in duobus punctis contingat: linea coniungens tactus per centrum transibit.

Theor. XXXIII. *Prop.* XXXIII.

Coni sectio, vel circuli circumferentia, coni sectioni, vel circuli circumferentiæ, quæ non ad easdem partes conuexa habeat, ad plura puncta, quàm duo non occurret.

Theor. XXXIV. *Prop.* XXXIV.

Si coni sectio, vel circuli circumferentia occurrat vni oppositarum sectionum in duobus punctis: & lineæ, quæ inter occursus interiiciuntur, ad easdem partes concaua habeant: producta linea ad occursus alteri oppositarum sectionum non occurret.

Theor. XXXV. *Prop.* XXXV.

Si coni sectio, vel circuli circumferentia vni oppositarum sectionũ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

occurrat: reliquæ ipsarum non occurret ad plura puncta, quàm duo.

Theor. XXXVI. *Prop.* XXXVI.

Coni sectio, vel circuli circumferentia oppositis sectionibus ad plura puncta, quàm quatuor non occurret.

Theor. XXXVII. *Prop.* XXXVII.

Si coni sectio, vel circuli circumferentia vtramque oppositarum sectionum concaua sui parte contingat, alteri oppositarum non occurret.

Theor. XXXVIII. *Prop.* XXXVIII.

Si coni sectio, vel circuli circumferentia vtramque oppositarum sectionum contingat in vno puncto; oppositis sectionibus in alio puncto non occurret.

Theor. XXXIX. *Prop.* XXXIX.

Si hyperbole vni oppositarum sectionum in duobus punctis occurrat, conuexa habens è regione sita: quæ sibi opponitur sectio, alteri oppositarum non occurret.

Theor. XL. *Prop.* XL.

Si hyperbole occurrat vtrique oppositarum sectionum: quæ ipsi opponitur sectio, nulli oppositarum in duobus punctis occurret.

Theor. XLI. *Prop.* XLI.

Si hyperbole vtramque oppositarum sectionum in duobus punctis secet, conuexa habens è regione sita: quæ ipsi opponitur sectio, nulli oppositarum occurret.

Theor. XLII. *Prop.* XLII.

Si hyperbole vnam oppositarum sectionum in quatuor punctis secet, quæ ipsi opponitur sectio, non occurret alteri oppositarum.

Theor. XLIII. *Prop.* XLIII.

Si hyperbole alteri oppositarum in duobus punctis occurrat, concaua habens ad easdem partes: quę ipsi opponitur sectio nulli oppositarum occurret.

Theor. XLIV. *Prop.* XLIV.

Si hyperbole vni oppositarū sectionum occurrat in tribus punctis, quæ ipsi opponitur alteri oppositarum!, præterquam in vno puncto, non occurret.

Theor. XLV. *Prop.* XLV.

Si hyperbole vnam oppositarum sectionum contingat, alteram verò secet in duobus punctis: quæ ipsi opponitur sectio, nulli oppositarum occcurret.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. XLVI. *Prop.* XLVI.

Si hyperbole vnam oppoſitarum ſectionum in vno puncto contingat; & ſecet in duobus punctis: quæ ipſi opponitur ſectio, alteri oppoſitarum non occurret.

Theor. XLVII. *Prop.* XLVII.

Si hyperbole vnam oppoſitarum ſectionum contingens in alio puncto ſecet: quæ ipſi opponitur ſectio alteri oppoſitarum non occurret præterquam in vno puncto.

Theor. XLVIII. *Prop.* XLVIII.

Si hyperbole vnam oppoſitarum ſectionum in vno puncto contingat; quæ ipſi opponitur ſectio, alteri oppoſitarum non occurret ad plura puncta, quam duo.

Theor. XLIX. *Prop.* XLIX.

Si hyperbole contingat vtramque oppoſitarum ſectionum: quæ ipſi opponitur ſectio nulli oppoſitarum occurret.

Theor. L. *Prop.* L.

Si vtraque oppoſitarum ſectionum in vno puncto contingat, ad eaſdem partes concaua habens: in alio puncto non occurret.

Theor. LI. *Prop.* LI.

Si hyperbole vnam oppoſitarum ſectionum contingat in duobus punctis: quæ ipſi opponitur ſectio, alteri oppoſitarum non occurret.

Theor. LII. *Prop.* LII.

Si hyperbole vnam oppoſitarum ſectionum contingat, conuexa habens è regione ſita: quæ ipſi opponitur ſectio, alteri oppoſitarum non occurret.

Theor. LIII. *Prop.* LIII.

Oppoſitæ ſectiones oppoſitas non ſecant in pluribus punctis, quàm quatuor.

Theor. LIIII. *Prop.* LIIII

Si oppoſitæ ſectiones oppoſitas in vno puncto contingant: non occurrent ſibi ipſis ad alia puncta plura, quàm duo.

Theor. LV. *Prop.* LV.

Si ſectiones oppoſitæ oppoſitas contingant in duobus punctis: in alio puncto ſibi ipſis non occurrent.

PRÆFATIO SEREI ANTISNENSIS PHILOSOPHI,

in librum de sectione cylindri.

Serenus Cyro S. D.

CVm videam quamplurimos (amice Cyre) eorum qui in Geometria versantur, arbitrari transuersam cylindri sectionem longè diuersam esse ab ea sectione coni, quæ ellipsis appellatur: non committendum putaui, vt ab errore non auerterē tum eos ipsos, qui ita arbitrantur, tum eos, qui ab his illud ita esse persuaderi possent. Quamquam absurdum omnino videatur Geometras ipsos de problemate geometrico sine demonstratione quicquam affirmare: oratio enim probabilis, & sine vllo artificio à Geometria alienissima est. Itaque quoniam ita sentiunt, nos autem non assentimur, libuit geometricè demonstrare vnam, atque eandem specie sectionem necessariò fieri in vtrisque figuris, in cono, inquam, & cylindro, si modò ratione quadam & non simpliciter secentur. Quemadmodum autem veteres, qui conica tractarunt, non contenti communi intelligentia coni, nempè quod à triangulo rectangulo constitueretur: vniuersaliùs, & artificiosiùs de ipso conscripserunt, non tantùm rectos, sed etiam scalenos conos statuentes: ita & nobis faciendum erit. Nam cùm cylindri sectionem nobis tractandam proposuerimus, non solùm rectum cylindrum, sed etiam scalenum ponentes, quæ ad hanc contemplationem pertinent, latiùs, fusiùsque explicabimus. Et quamquam certò sciam neminem fore, qui facilè admittat non omnem conum rectum esse, communi notione id suadente: tamen contemplationis gratiâ melius esse iudicaui vniuersaliori definitione ipsum comprehendere: etenim cylindri recti sectio eadem est, quæ ellipsis recti coni: sed cylindro vniuersaliùs accepto, sectionem eius omni pariter ellipsi eandem esse necessariò continget: id quod nos in hoc libro probare instituimus. Attendenda autem priùs hæc sunt quæ ad propositam materiam definire oportet.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

DEFINITIONES.

I. SI igitur duorum circulorum æqualium, & æquidistantium diametri semper inter se æquidistantes, & ipsæ in circulorum planis circa manens centrum circumferanur: & vna circumferatur recta linea diametrorum terminos ex eadem parte coniungens, quovsque rursus in eum locum restituatur, à quo moueri cœpit; superficies, quæ à circumlata linea describitur, cylindrica superficies vocetur: quæ quidem & in infinitum augeri potest: lineâ ipsa describente in infinitum producta.

II. Cylindrus, figura, quæ circulis æquidistantibus, & cylindrica superficie inter ipsos interiecta continetur.

III. Cylindri basis, circuli ipsi.

IV. Axis, recta linea, quę per circulorum centra ducitur.

V. Latus autem cylindri linea, quæ cum recta sit, & in superficie ipsius cylindri: bases vtrasque contingit: quam & circumlatam cylindri superficiem describere antea diximus.

VI. Cylindrorum, recti quidem dicantur, qui axem habent ad rectos angulos existentem ipsis basibus.

VII. Scaleni autem, qui non ad rectos angulos existentem ipsis basibus axem habent. Sed & hæc ex Apollonio scire oportet.

VIII. Omnis lineæ curuæ in vno plano existentis diameter vocetur recta linea, quæ quidem ducta à linea curua, omnes, quę in ipsa ducuntur, rectæ cuipiam æquidistantes bifariam diuidit.

IX. Vertex lineæ, terminus ipsius rectæ, qui est ad lineam.

X. Ordinatim ad diametrum applicari dicitur vnaquæque linearũ æquidistantium.

XI. Coniugatæ diametri dicantur, quæ quidem à linea ordinatim ductæ ad coniugatas diametros, ipsas similiter diuidunt.

XII. His igitur positis, & transuersis sectionibus cylindri punctum quod diametrum bifariam diuidit, centrum sectionis vocetur.

XIII. Quæ à centro ad lineam perducitur, dicatur ea, quæ ex centro.

XIV. Quæ verò per centrum sectionis transit, ęquidistans ei, quæ ordinatim applicata est, & terminatur ab ipsa linea, secunda diameter dicatur. Demonstrabitur enim lineas omnes in sectione ductas, quæ quem diametro ęquidistant, bifariam secare.

XV. Illud etiam determinandum est, similes ellipses esse quarũ cõ-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

iugatæ diametri se se ad angulos æquales secantes eandem habent proportionem.

Theorema I. Propositio I.

SI duæ rectæ lineæ se se tangentes, duabus rectis lineis se se tangentibus ęquidistent, & sint vtræque vtrisque æquales: quę terminos earũ coniungũt rectæ lineæ, & ipsæ æquales, & æquidistantes erunt.

Theorema II. *Propositio* II.

Si cylindrus plano secetur per axem, sectio parallelogrammum erit.

Theor. III. *Prop.* III.

Si cylindrus plano secetur æquidistante ei parallelogrammo, quod fit per axem, sectio parallelogrammum erit, æquales ipsi angulos habens.

Theor. IV. *Prop.* IV.

Si curuæ lineæ recta subtendatur: & quæ ad lineam ad subtensam perpendiculares ducuntur, possint æquale, ei quod ipsius subtensæ partibus continetur: dicta linea circuli circumferentia erit.

Theor. V. *Prop.* V.

Si cylindrus plano basibus æquidistante secetur, sectio circulus erit, centrum habens in axe.

Theor. VI. *Prop.* VI.

✠ Si cylindrus scalenus plano per axem secetur, ad rectos angulos ipsi basi: secetur autem & altero plano, recto ad parallelogrammum per axem, quod faciat communem sectionem in parallelogrammo rectam lineam, æquales angulos continentem iis, qui sunt parallelogrammi, non autem ipsius basibus æquidistantem: sectio circulus erit. Vocetur autem talis sectio subcontrariæ.

Theor. VII. *Prop.* VII.

Cylindro dato, & puncto in superficie eius: per dictum punctum latus cylindri ducere.

Theor. VIII. *Prop.* VIII.

Si in superficie cylindri duo puncta sumantur non existentia in latere parallelogrammi per axem: quæ dicta puncta coniungit recta linea intra cylindri superficiem cadet.

Theor. IX. *Prop.* IX.

Si cylindrus plano secetur, neque basibus æquidistante, neque subcontrariè posito, neque per axem, neque æquidistante ei, quod per axem fit parallelogrammo; sectio neque circulus, neque parallelogrammum erit.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Simul verò & illud demonstratum est rectam lineam, quæ in sectione ipsi FG æquidistans ducta bifariam diuidit CD, diametro basis æqualem esse.

Theor. X. Prop. X.

Si cylindrus plano per axem secetur: sumatur autem aliquod punctum in eius superficie, quod non sit in latere parallelogrammi per axem: & ab ipso ducatur recta linea æquidistans rectæ cuipiam, quæ in eodem plano existit, in quo cylindri basis, & ad rectos incidit basi parallelogrammi per axem: cadet ea inter parallelogrammũ, & producta vsque ad alteram partem superficiei ab ipso parallelogrammo bifariam secabitur.

Theor. XI. Prop. XI.

Si cylindrus secetur plano, basis planum extra circulum secante: communis autem sectio perpendicularis sit ad basim parallelogrãmi per axem; vel ad eam, quæ in rectum ipsi cõstituitur: rectæ lineæ, quæ à sectione in superficie cylindri à secante plano facta ducuntur; æquidistantes lineę perpendiculari ad basim parallelogrammi per axem, vel ad eam, quę in rectum ipsi constituitur, in communem sectionem planorum cadent: & productæ vsque ad alteram sectionis partem, à communi planorum superficie bifariam diuidentur: quæ verò perpendicularis est ad basim parallelogrammi per axem, vel ad eam, quæ ipsi in rectum constituitur, cylindro recto existente, etiam ad communem planorum sectionem, parallelogrammi scilicet per axem, & secantis plani perpendicularis erit: scaleno autem existente cylindro non item, præterquam cum parallelogrammum per axem ad ipsam basim cylindri rectum fuerit.

Theor. XII. Prop. XII.

✠ Si duæ rectæ lineæ similiter secentur, erit vt quadratum primæ ad quadratum secundæ: ita quod fit ex primæ partibus rectangulum ad rectangulum ex partibus secundæ.

Theor. XIII. Prop. XIII.

✠ Si cylindrus plano secetur per axem, & seceturaltero plano basis planum secante, ita vt communis sectio basis, & secantis plani perpendicularis sit ad basim parallelogrammi per axem, vel ad eam, quæ in rectum ipsi constituitur: à sectione autem ad diametrum ducatur linea communi planorum sectioni æquidistans: poterit dicta linea spatium quoddam, ad quod rectangulum diametri sectionis partibus contentum eam proportionem habet, quam diametri sectionis quadratum ad quadratum diametri basis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. XIV. *Prop.* XIV.

Recta linea, quæ punctum, quod diametrum sectionis bifariam diuidit ordinatim in sectione applicatur, secunda diameter erit.

Theor. XV. *Prop.* XV.

Si cylindrus plano secetur basis planum secante: communis autem sectio plani basis, & secantis plani perpendicularis sit ad basim parallelogrammi per axem, vel ad eam quæ ipsi in rectum constituitur: quæ à sectione ad diametrum ducitur linea, æquidistans communi planorum sectioni iam dictæ, poterit spatium quoddam, ad quod rectangulum diametri partibus contentum eam proportionem habet, quam diametri sectionis quadratum ad quadratum secundæ diametri: quæ verò à sectione ad secundam diametrum ducitur, æquidistans diametro, poterit spatium, ad quod rectangulum ex secundæ diametri partibus eam habet proportionem, quam quadratum secundæ diametri ad ipsum diametri quadratum.

Theor. XVI. *Prop.* XVI.

Si in cylindri sectione coniugatæ diametri sint, & fiat, vt diameter sectionis ad secundam diametrum, ita secunda diameter aliam quampiam: quę à sectione ad diametrum ordinatim applicata est, poterit spatium, quod adiacet tertiæ proportionali, latitudinem habens eam, quę inter ordinatim applicatam, & sectionem interiicitur: & deficiens figura simili ei, quæ diametro ipsa & tertia proportionali continetur

Th. XVII. *Prop.* XVII.

Si in cylindri sectione coniugatæ diametri sint: & fiat vt secunda diameter ad diametrũ, ita diameter ad aliam lineam: quæ à sectione ad secundam diametrum ordinatim applicatur, poterit spatium, quod adiacet tertiæ proportionali, latitudinem habens eam, quæ inter ordinatim applicatam, & sectionem interiicitur: & deficiens figura simili ei, quæ secunda diametro, & tertia proportonali inuenta continetur.

Th. XVIII. *Prop.* XVIII.

Si in sectione cylindri rectæ lineæ ad diametrum ordinatim applicentur, erunt quadrata earum ad spatia contenta lineis, quæ inter ipsas, & terminos transuersi lateris figuræ interiiciuntur vt rectum figuræ latus ad transuersum: inter se se verò, vt spatia, quæ lineis similiter sumptis continentur.

Th. XIX. *Prop.* XIX.

Itaque dico fieri posse, vt conum simul & cylindrum vna eademque ellipsi sectos ostendamus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Probl. I. *Prop.* XX.

Cono dato & ellipsi, in eo cylindrum eadem ellipsi coni sectum inuenire.

Probl. II. *Prop.* XXI.

Cylindro dato & ellipsi, in eo conum eadem ellipsi cylindri sectum inuenire.

Probl. III. *Prop.* XXII.

Cono dato inuenire cylindrum, & vtrosque eodem plano secare, quod sectiones in vtrisque similes ellipses efficiat.

Probl. IIII. *Prop.* XXIII.

Cylindro dato inuenire conum, & vtrosque secare eodem plano, quod sectiones faciat in vtrisque ellipses similes.

Theor. XX. *Prop.* XXIV.

Sit recta linea A B, quæ secetur in punctis *C D*, & non sit A C maior quam *D B*. *D*ico si ad *A C* comparetur spatium æquale quadrato C B, excedens figura quadrata: latus excessus maius quidem esse, quam *C D*: minus verò, quàm C B.

Probl. V. *Prop.* XXV.

*D*ato cylindro ellipsi secto, conum constituere in eadem basi cylindri, eadémque altitudine: & sectum eodem plano, quod sectionem faciat ellipsim cylindri ellipsi similem.

Probl. VI. *Prop.* XXVI.

*D*atum cylindrum, vel conum scalenum possumus ex eadem parte infinitè secare duobus planis, non æquidistanter positis, quæ ellipses similes efficiant.

Probl. VII. *Prop.* XXVII.

*D*atum cylindrum scalenum, vel conum possumus ex oppositis partibus infinitè secare duobus planis, quæ ellipses similes efficiant.

Theor. XXI. *Prop.* XXVIII.

Ex his manifestum est coniugationi similium ellipsium, quæ ex eadem parte sit, similem esse coniugationem quandam similium ellipsium ex oppositis partibus; quippe quæ diametros habet ex contraria parte diametris respondentes.

Theor. XXII. *Prop.* XXIX.

Rectæ lineæ, quæ ab eodem puncto cylindricam superficiem contingunt ex vtraque parte: omnes in vnius parallelogrammi lateribus tactiones fiunt.

Theor. XXIII. *Prop.* XXX.

Hoc demonstrato. Sit parallelogrammum A B C *D*: & eius basi *A B* æquidistantes ducantur E F, G H: sumpto autem aliquo puncto

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

k, non existente in plano parallelogrammi, iungantur, k*E*, k*F*, k*G*, k*H*: quæ productæ occurrant plano cuipiam æquidistanti ipsi A B *C D* in punctis L M N X: & iungantur L N M X. *D*ico lineam M X ipsi L N æquidistantem esse.

Theor. XXIV. *Prop.* XXXI.

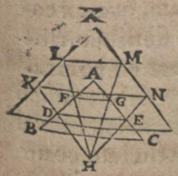
Si extra triangulum punctum sumatur: & ab eo ducatur quædam recta linea triangulum secans: à vertice autem ad basim alia agatur, quæ secet lineam ductam, ita vt quam proportionẽ habet tota ad partem extra triangulum assumptam, eãdem habeat eius, quæ intra triãgulum continetur, maior portio ad minorẽ quælibet recta linea, quæ ex eodem puncto ducta triangulum secat, ab ea, quæ à vertice ad basim ducitur, in eandem proportionem secatur. Quod si lineæ ab eo puncto in triangulum ductæ secentur in eandem proportionem: recta linea, quæ ipsas secat in triangulo, per trianguli verticem necessariò transibit.

Theor. XXV. *Prop.* XXXII.

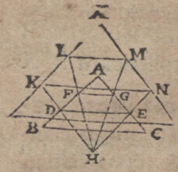
Rectæ lineæ, quæ ab eodem puncto conicam superficiem contingunt ex vtraque parte: omnes in vnius trianguli lateribus tactiones faciunt.

Theor. XXVI. *Prop.* XXXIII.

Hoc demonstrato, sit triangulum ABC, cuius basi DC æquidistãtes ducantur DEFG, & sumpto aliquo pũcto H, quod non sit in triãguli plano, iungantur HD, HE, HG, HE; & productæ occurrãt plano alicui, quod plano ABC æquidistet, in punctis KLMN: planum igitur per lineas DEKH ductum secabit etiam planum KLMN: & in eo communem sectionem faciet rectam lineam KN, ipsi DE æquidistãtem. Eodem modo & planum ductum per lineas FG, LH faciet rectã lineam LM æquidistantem ipsi FG. Quoniam igitur planum k*HL* æquidistantibus planis ABC, k*LMN* secatur, communes ipsorum sectiones KL, DF æquidistantes sunt, & eadem ratione æquidistantes MN, GE, ergo productæ KL, MM conuenient inter se se: conueniant in X: & cum duæ lineæ KX, XN duabus DA, AE æquidistent, angulus ad X, angulo ad A æqualis erit. Rursum cum duæ XK, KN æquidistent duabus AD, DE, erit angulus XKN angulo A D E æqualis: triangula igitur XKN, ABC inter se se similia erunt.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205



Quod si punctum *H* fingamus esse corpus illuminãs, & triangulum ABC eius radiis oppositum, siue per se se, siue in cono, continget radios, qui ab ipso *H* emittuntur, per triangulum ABC facere triangulum vmbræ *XKN* ipsi ABC simile; & quamquam hæc ad opticam contẽplationem pertineant, & ob id à proposita tractatione aliena videantur, tamen perspicuè constat sine iis, quæ hoc loco de coni & cylindri sectione, hoc est de elipsi, & rectis lineis cum contingentibus demonstrata sunt, problema eiusmodi absolui non posse: quare non temerè, sed necessario de his sermonem instituimus.

SERENI LIBER SECVNDVS DE SECTIONE CONI.

Serenus Cyro S. D.

CVM sectio conorum, optime Cyre, quæ per verticem efficitur, triangula quidem in conis constituat, variam autem, & perpulchram habeat contemplationem: & à nullo eorum, qui ante nos fuerunt, quod sciam, pertractata sit: optimè me facturum existimauir, si locum hunc non inexplicatum relinquerẽ, perscriberemque de his, quæcumque mihi in mentem venerunt: maiorem autem ferè partem eorum, quæ profundiore geometria indigere videntur, arbitror me hoc libro complexum esse: neque enim mirum videri debet, si aliquid quod scribi oporteret, prætermiserim, vtpote qui primus hanc contemplationem aggressus: quamobrem par est, vel te, cum in horum studium incubueris, vel posteriorum aliquem, qui in hæc inciderit, à me impulsum, ea, quæ prætermissa sunt, supplere: sunt tamen nonnulla, quæ consultò præterierim, vel quòd manifesta essent, vel quod ab aliis tractata: siquidem in omni cono sectionem triangulum esse, quando per verticem secatur, cum aliis demonstratum sit nos omisimus ne aliena nostris inuentis insererentur. Quæ autem in prõptu essent, & quæ vnusquisque per se nullo negotio intelligere posset, non existimaui me scribere oportere, ne legentium animos parum attentos facerem. Sed iam ad id quod propositum est accedamus.

Theor.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theorema I. *Propositio* I.

SI quatuor rectarum linearum prima ad secundam maiorem proportionem habeat, quàm tertia ad quartam: rectangulum contentum prima & quarta maius est eo, quod secunda & tertia continetur.

Theor. II. *Prop.* II.

Si in triangulo orthogonio ab altero angulorum ad vnum latus, quod est circa rectum angulum linea ducatur: habebit ducta linea ad eam, quæ inter ipsam & perpendicularem interiicitur, maiorem proportionem, quàm quæ à principio subtenditur recto angulo ad iam dictum latus.

Theor. III. *Prop.* III.

Si conus rectus planis per verticem secetur, eorum, quæ in sectionibus fiunt trangulorũ, æquales habentia bases inter se æqualia erũt.

Theor. IV. *Prop.* IV.

In conis rectis similia triangula inter se æqualia erunt.

Theor. V. *Prop.* V.

Si conus rectus planus per verticem secetur, & per axem, & extra axem: sitque axis non minor semidiametro basis: eorum, quæ fiunt, triangulorum maximum est illud, quod per axem constituitur.

Theor. VI. *Prop.* VI.

Licet idem & aliter vniuersaliùs demonstrare, ex omnibus simpliciter triangulis, quod maiorem basim habet, illud maius esse.

Theor. VII. *Prop.* VII.

Si in cono recto triangulum per axem maximum sit triangulorum omnium, quæ extra axem constituuntur: axis coni minor erit semidiametro basis.

Probl. I. *Prop.* VIII.

Conum rectum, cuius axis non sit minor semidiametro basis, plano per verticem ducto ita secare, vt faciat triangulum, quod ad triangulum per axem proportionem habeat datam. Oportet autem datam proporionem esse minoris ad maius.

Theor. VIII. *Prop.* IX.

Si planis conus rectus per verticem secetur, & per axem, & extra axem: triangulorũ autem, quæ fiunt extra axem vnum aliquod æquale sit triangulo per axem: axis coni semidiametro basis minor erit.

Theor. IX. *Prop.* X.

Iisdem manentibus demonstrandum est, si rursus planum ducatur

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

per verticem conum ſecans, faciénſque in baſi rectam lineam, cuius magnitudo inter baſes æqualium triangulorum contineatur: triangulum illud vtriſque triangulis æqualibus maius eſſe.

Probl. II. *Prop.* XI.

Datum conum rectum, cuius axis ſit minor ſemidiametro baſis, plano per verticem ita ſecare, vt faciat triangulum æquale ei, quod per axem conſtituitur.

Theor. X. *Prop.* XII.

Si conus rectus planis per verticem ſecetur: & in vno eorum triangulorum, quæ fiunt, linea à vertice ad baſim perpendicularis ducta æqualis ſit dimidiæ baſis: erit illud triangulum maius omnibus triangulis diſſimilibus, quæ in cono conſtituuntur.

Probl. III. *Prop.* XIII.

Datum conum rectũ, cuius axis ſit minor ſemidiametro baſis, plano per verticem ita ſecare, vt faciat triangulum maius omnibus triãgulis diſſimilibus, quæ in cono conſtituuntur.

Probl. IV. *Prop.* XIV.

Datum conum plano per axem ad rectos angulos ipſi baſi ſecare.

Theor. XI. *Prop.* XV.

Si conus ſcalenus plano per axem ſecetur ad rectos angulos ipſi baſi, triangulum in cono factum ſcalenum erit, cuius maius latus maxima erit linearum omnium, quæ à vertice coni ad baſis circumferentiam ducuntur: & minus latus linearum omnium ſimiliter dictarum minima erit: aliarum verò, quæ maximè propinquior eſt, maior erit, quàm quæ ab ipſa magis diſtat.

Theor. XII. *Prop.* XVI.

Si in triangulo à vertice ad punctum, quod baſim bifariam diuidit, recta linea ducatur: quadrata ex lateribus facta æqualia erunt quadratis, quæ fiunt ex baſis partibus, & duplo quadrati eius lineæ, quæ à vertice ad baſim ducta fuerit.

Theor. XIII. *Prop.* XVII.

Si quatuor linearum prima ad ſecundam maiorem proportionem habeat, quàm tertia ad quartam: & quadratum primæ ad quadratũ ſecundæ maiorem habebit proportionem, quàm tertiæ quadratũ ad quadratum quartæ. Quod ſi quadratum primæ ad quadratum ſecundæ maiorem proportionem habeat, quàm tertiæ quadratum ad quadratum quartæ: & prima ad ſecundam maiorem proportionem habebit, quàm tertia ad quartam.

Theor. XIV. *Prop.* XVIII.

Si duæ magnitudines æquales inæqualiter diuidantur: & alterius

partium maior ad minorem proportionẽ maiorem habeat, quàm partium alterius maior ad minorẽ, vel æqualis ad æqualem: prædictarũ partium maior omniũ maxima, minor verò omnium minima erit.

Theor. XV. *Prop.* XIX.

Si duo triangula & bases æquales habeant, & lineas, quæ à vertice ad punctũ, quod basim bifariam secat ducuntur: alterius autẽ maius latus ad minus maiorẽ proportionem habeat, quàm reliqui maius latus ad minus, vel æquale ad æquale: triangulũ illud, cuius maius latus ad minus maiorem habet proportionem, altero minus erit

Theor. XVI. *Prop.* XX.

Si duo triangula inæqualium laterum & bases æquales habeant, & lineas, quæ à vertice ad punctum basim bifariam secans ducuntur: minoris trianguli maius latus ad minus maiorem proportionem habebit quàm maioris maius latus ad minus.

Probl. V. *Prop.* XXI.

Datum conum scalenum plano per verticem ita secare, vt in cono triangulum æquicrure efficiat.

Theor. XVII. *Prop.* XXII.

Triangulorum, quæ in cono scaleno per axem constituuntur, maximum est æquicrure: & minimum, quod est ad rectos angulos basi coni: reliquorum verò maximo propinquius maius est eo, quod plus distat.

Probl. VI. *Prop.* XXIII.

In dato cono scaleno à vertice ad circumferentiam basis lineã ducere, ad quam maxima proportionem datã habeat: oportet autem datam proportionem esse maioris ad minus, & minorem esse ea quã habet maxima linearum, quæ in cono ducuntur, ad minimam.

Probl. VII. *Prop.* XXIV.

Sit datum triangulum scalenum ABC, cuius latus BA maius sit latere AC, & basis BC bifariam in D secetur, ducatúrque AD: sit autẽ ED perpendicularis ad BC: & æqualis ipsi DA: & sit AF ad eandem BC perpendicularis: oporteátque aliud triangulum constituere maius triangulo ABC, quod habeat lineã ductam à vertice ad punctũ basim bifariã secans, vtrique ipsarũ DE, DA æqualem: & ad triangulum ABC proportionem eandem habeat, quàm H maior ad G minorem: habeat autem H ad G non maiorem proportionem, quàm DE ad AF.

Probl. VIII. *Prop.* XXV.

Datum conum scalenum secare per axem plano faciente in eo triangulum, quod ad minimum triangulorum per axem proportionem datam habeat: oportet autem datam proportionẽ esse maioris

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

ad minus, neque maiorem ea, quam maximum triangulorum per axem habet ad minimum.

Theor. XVIII. *Prop.* XXVI.

Si conus ſcalenus plano per axem ſecetur ad rectos angulos ipſi baſi, & linea, quę à vertice facti ttianguli ad baſim perpendicularis ducitur, non minor ſit baſis ſemidiametro: erit triangulum ad rectos angulos baſi maximum omnium, quæ extra axem in cono conſtituuntur, & baſes habent dicti trianguli baſi æquidiſtantes.

Th. XIX. *Prop.* XXVII.

At ſi à puncto A ad C D perpendicularis ducta minor ſit ſemidiametro baſis: non erit triangulum ACD maximum omnium, quæ baſes ipſi CD ęquidiſtantes habent: demonſtratio autem & figura eadem eſt.

Theor. XX. *Prop.* XXVIII.

Si cono ſcaleno planis per verticem ſecto, in baſibus æqu idiſtantibus triangula æqui crura fiant: ſitque axis coni non minor ſemidiametro baſis triangulum æqnicrure per axem tranſiens maximum erit omnium ęquicrurium, quæ ex ea parte, ad quam axis inclinat, conſtituuntur.

Theor. XXI. *Prop.* XXIX.

Si in triangulo orthogonio ab angulo recto ad ſubtenſam quædam linea ducatur: habebit ducta ad partem, quę inter ipſam, & vnam continentium angulum rectum interiicitur, maiorem proportionē, quàm reliqua rectum angulum continens ad lineam ſubtenſam.

Theor. XXII. *Prop.* XXX.

Si cono ſcaleno planis per verticem ſecto, in baſibus ęquidiſtantibus æquicruria triangula conſtituantur ex ea parte, ad quam axis inclinat: & dictorum triangulorum vnum aliquod ęquale ſit triangulo æquicruri per axem: recta linea, quæ à vertice ad baſim trianguli perpendicularis ducitur, ipſo axe minor erit.

Theor. XXIII. *Prop.* XXXI.

Si cono ſcaleno per verticem planis ſecto in baſibus æquidiſtantibus æquicruria triangula conſtituantur ex ea parte, ad quam axis inclinat: & dictorum triangulorum vnum aliquod æquale ſit triangulo æquicruri per axem: axis coni ſemidiametro minor erit.

Theor. XXIIII. *Prop* XXXII.

Si cono ſcaleno planis per verticem ſecto, in baſibus æquidiſtantibus triangula ęquicruria conſtituantur ex ea parte, à qua axis declinat: triangulum æquicrure per axem tranſiens non erit omnium eiuſmodi triangulorum minimum.

Theor. xxv. Prop. xxxiii.

Si in eadem basi duo triangula constituãtur: & alterius quidem latus sit ad rectos angulos basi: alterius verò ad angulos obtusos: sítque ambligonij trianguli altitudo non minor altitudine orthogonij: angulus, qui ad orthogonij verticem angulo, qui ad verticem ambligonij maior erit.

Theor. xxvi. Prop. xxxiv.

Iisdem positis, si trianguli orthogonij angulus ad verticem non maior sit eo, qui continetur linea vertices triangulorum coniungente, & latere ambligonij, quod obtusum angulum cum basi efficit: linea in triangulo orthogonio subtensa angulo recto ad eam, quæ est ad rectos angulos basi, minorem habet proportionem, quàm subtensa angulo obtuso in ambligonio ad eam, quæ est ad angulos obtusos.

Theor. xxvii. Prop. xxxv.

Iisdem positis, si in triangulo orthogonio subtensa angulo recto ad eam, quæ est ad rectos angulos basi maiorem proportionem habeat, quàm angulo obtuso subtensa in ambligonio ad eam, quæ est ad angulos obtusos: angulus ad verticem orthogonij maior est angulo, qui linea vertices triangulorum coniungente, & ea, quæ est ad angulos obtusos basi continetur.

Theor. xxviii. Prop. xxxvi.

Si cono scaleno per verticem planis secto, in basibus æquidistantibus triangula æquicruria constituantur ex ea parte, à qua axis declinat: angulum æquicrure per axem transiens omnium eiusmodi triangulorum neque maximum, neque minimum erit.

Theor. xxix. Prop. xxxvii.

In omni cono scaleno, cum triangula per axem potestate infinita sint: lineæ, quæ à vertice coni ad bases dictorum triangulorum perpendiculares ducuntur, omnes in vnius circuli circumferentiam cadunt: quiquidẽ est in eodẽ plano, in quo basis coni, & circa diametrũ interiectam inter centrum basis, & perpendicularem, quæ à vertice coni ad dictum planum ducitur.

Quare constat dictas perpendiculares à puncto sublimi ad circuli circumferentiam cadentes in coni superficie ferri: cuius quidem basis est circulus à casu perpendicularium descriptus, & vertex idem, qui est primi coni vertex.

Probl. ix. Prop. xxxviii.

In cono scaleno dato aliquo triangulo per axem, quod neque maximum sit, neque minimum: inuenire aliud triangulum per axem, quod vnà cum dato, vtrisque maximo & minimo per axem sit æquale.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. XXX. *Prop.* XXXIX.

Si duorum triangulorum per axem bases abſcindant æquales circumferentias ad diametrum, quæ per lineam perpendicularem ducitur: triangula inter ſe æqualia erunt. Vocentur autem eiuſdẽ ordinis.

Theor. XXXI. *Prop.* XL.

Triangulorum per axem, quæ eiuſdem ſunt ordinis, & æqualia & inter ſe ſimilia erunt.

Theor. XXXII. *Prop.* XLI.

Si coni ſcaleni axis æqualis ſit baſis diametro: erit vt maximum triangulorum, quæ per axem conſtituuntur ad minimum, ita minimum ad æquicrure, quod eſt ad rectos angulos baſi.

Theor. XXXIII. *Prop.* XLII.

Rurſus ſit vt triangulum EAE ad CAD, ita CAD ad HAK. Dico axem BA ſemidiametro baſis æqualem eſſe.

Theor. XXXIV. *Prop.* XLIII.

Si circulus circulum ſecet per centrum ipſius deſcriptus: & ab altera eorum ſectione ducantur lineæ ſecantes circumferentiam, quæ per centrum trãſit, & ad alterius circuli circumferentiam protrahantur: recta linea inter conuexam alterius circuli circumferentiam, & inter concauam alterius interiecta æqualis eſt lineæ, quæ à communi ſectione lineæ ductæ, & circumferentiæ per centrum, ad alteram communem circulorum ſectionem perducitur.

Theor. XXXV. *Prop.* XLIV.

Si in porttone circuli inflectantur rectæ lineæ: maxima quidem erit, quæ ad punctum medium inflectitur: aliarum verò ſemper ipſi propinquior remotiore maior erit.

Theor. XXXVI. *Prop.* XLV.

Si quatuor rectis lineis inæqualibus exiſtentibus quadrata maximæ, & minimæ æqualia ſint quadratis reliquorum: recta linea conſtans ex maxima & minima minor erit ea, quæ ex reliquis conſtat.

Theor. XXXVII. *Prop.* XLVI.

Si duæ rectæ inæquales diuidantur: & partium minoris quadrata æqualia ſiut quadratis partium maioris: earum omnium maxima quidem erit maior maioris pars, minor verò minima.

Theor. XXXVIII. *Prop.* XLVII.

Si duæ rectæ lineæ æquales ita diuidantur, vt rectangulum contentum partibus vnius ęquale ſit ei, quod alterius partibus continetur: erunt vnius partes partibus alterius æquales.

Theor. XXXIX. *Prop.* XLVIII.

Si conus ſcalenus per axem ſecetur; eorum, quæ fiunt triangulorum

quod maius est, maiorem perimetrum habet: & cuius trianguli maior perimeter, illud maius est.

Ex quibus perspicuum est in conis scalenis, maximi quidem triangulorum, quæ fiunt per axem, hoc est æquicruris perimetrum esse maximam, minimi verò, hoc est eius, quod est ad rectos angulos basi coni, perimetrum minimam esse; & aliorum semper quod maius est maiorem perimetrum habere, quàm quod minus.

Theor. XL. *Prop.* XLIX.

Rectorum conorum æqualium, & dissimilium triangula per axem ex contraria parte respondent suis basibus.

Theor. XLI. *Prop.* L.

Quorum conorum rectorum triangula per axem ex contraria parte respondent suis basibus, ij inter se sunt æquales.

Theor. XLII. *Prop.* LI.

Si conorum basis ad basim duplam proportionem habeat eius, quam conus ad conum: triangula per axem inter se æqualia erunt.

Th. XLIII. *Prop.* LII.

Si triangula per axem inter se æqualia sint: & basis ad basim duplam proportionem habebit eius, quam conus habet ad conum.

Theor. XLIV. *Prop.* LIII.

Recti coni æquealti duplam inter se proportionem habent eius, quàm triangula per axem.

Theor. XLV. *Prop.* LIV.

Si coni inter se se duplam proportionem habeant eius, quam triangula per axem: ipsi æquealti erunt.

Theor. XLVI. *Prop.* LV.

Si recti coni ex contraria parte respondeant suis axibus: triangula per axem inter se æqualia erunt.

Theor. XLVII. *Prop.* LVI.

Si triangula per axem inter se æqualia sint: & coni ex contraria parte suis axibus respondebunt.

Theor. XLVIII. *Prop.* LVII.

Si coni recti ex contraria parte suis basibus respondeant: triangula per axem inter se triplam proportionem habebunt eius quam basis habet ad basim ex contraria parte.

Theor. XLIX. *Prop.* LVIII.

Quorum conorum rectorum triangula per axem inter se triplam proportionem habent eius, quam basis ad basim ex contraria parte coni suis basibus ex contraria parte respondebunt.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Theor. L. Prop. LIX.

✠ Si rectus conus ad conum rectū duplam proportionem habeat eius, quam basis ad basim: triangulum per axem ad triangulum per axem triplam proportionem habebit, quam trianguli basis ad basim.

Theor. LI. Prop. LX.

Si triangulum per axem ad triangulum per axem triplam proportionem habeat eius, quam trianguli basis ad basim; conus ad conum duplam proportionem habebit, quam coni basis ad basim.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

IN CLARISSIMI VIRI

CLAVDII MYDORGII

CONICA.

PRÆFATIO.

ELEMENTA Conica quæ ſequuntur non pendent à præcedentibus Apollonianis, quibus ſimpliciora ſunt, fontéſque detegunt ex quibus occultè hauſit. Primus liber directè probat, quæ Pergæus ſolùm indirectè, & ex abſurdo demonſtrarat: neque ſolùm ad ſolidorum problematum determinationes, & compoſitiones, vt libri Apolloniani, ſed etiam ad experimenta Phyſica collineat; vt hocce primo libro 4. Pergæi libros habeas.

Secundus agit de Conicarum linearum deſcriptione Geometrica in plano, per puncta; dum ad totius operis calcem methodi mechanicæ & organicæ reijciuntur. Tertius & quartus de eiuſdem nominis coni ſectionum inuicem comparatione: quos hactenus editos legimus; reliquos fruſtra ſperaturi, niſi precibus ab autore poſſit eos aliquis extorquere.

Quintus igitur de coni ſectionum portionibus, & de coni portionum ſectionibus. Sextus de datis Conicis, ſiue problematibus coni ſectiones determinantibus. Septimus de adſcriptis, & inſcriptis conicis, ſiue de maximis & minimis ad ſpecularia, & dioptricem ſpectantibus. Octauus denique lineas conicas, & conoideas ſuperficies è propria cuiuſque naturæ, & habitudine ad radium ſiue in opaco, ſiue in diaphano ad inuicem comparat: tandémque præcipua circa reflexum, & refractum myſteria non vulgo cognita deteget; quorum nouâ luce conſtanter ad cuiuſuis propoſiti ſpeculi, aut optatæ lentis diaphanæ fabricam accingaris.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

De nominibus autem sectionum, vnde ortæ sint, facilè iudices ex 11, 12 & 13 prop. l. 1. Apollonij, vbi rectas à singulis sectionibus ad principales diametros ordinatim applicatas expendens, demonstrauit in parabola quidem, ipsarum quadratis æqualia rectangula, latitudines habentia contiguis interceptis diametri portionibus æquales, ad aliquam rectam (quam vocat rectã sectionis diametrũ, vel rectum latus, Mydorgius verò parametrum) applicata nec eam excedit, nec ab ea deficit, sed ei conuenit; quod sequente 10 prop. l. 1. demonstratur: ille itaque propter istam applicationem conuenientem, ei parabolæ, vel applicationis nomen indidit.

Cumque vidisset in aliis duabus sectionibus, ordinatim applicatarum quadratis æqualia istiusmodi rectangula ad sectionis parametrum applicata, in hyperbola quidem ipsam excedere; in ellipsi verò ab eadem deficere figura simili, similiterque posita ei quæ à transuersa diametro, & contigua parametro continetur; quæ est 13. prop. l. seq. illis excessus, & defectus nomina fecit. Sed poterat etiam circulo, vt pote coni sectioni, nomen ellipsis vniformis tribuere, cùm suas transuersas diametros, & parametros, & figuras ab ipsis constantes habeat; & instar ellipseos, ordinatarum quadratis æqualia rectangula, latitudines habentia interceptis diametri portionibus æquales, ad contiguas parametros applicata, semper deficiant figura simili, similiterque posita ei quæ à transuersa diametro, & eadem parametro constituitur: de quibus vid. 4. & 5. prop. l. p. Ap. & 2, 3 & 13 Myd. qui tamen à proprijs coni sectionibus circulum reijcit, in quibus si cum triangulo numeretur, futuræ sint 5 sectiones: neque Eutocij rationem de sectionum nominibus adprobat.

Sunt & alia plurima in illis sectionibus consideranda, verbi gratiâ, in parabola diametros omnes principali diametro, siue ex generatione, & idcirco inuicem æquidistare; in hyperbola, ellipsi, & circuli circumferentia ad inuicem inclinari, & coire, pérque commune sectionis centrum transire: quamobrem in parabola quamcunque rectam diametro æquidistantem, eiusdem parabolæ diametrum esse: in aliis tribus prædictis, quamcunque rectam per sectionis centrum ductam, aut ei occurrentem, & intra sectionem perductam, eiusdem etiam sectionis esse diametrum, vt ad prop. 27. Myd. monet.

Porrò Vieteæ analysis praxis nostros Geometras eò perduxit, vt

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

iam ostendant nullum esse problema quod non soluant; quale, verbi causâ fuerit istud à Girardo des Argues propositum, & à viro illustri, cuius nomine hi Conicorum libri gaudent, vt etiam à nostro Geometra, & ab alijs solutum.

Datâ in plano sectione coni, non circulo, datoque extra idem planum puncto, per quod transiens recta linea infinitè producta circumducatur circa coni sectionem datã, donec eò restituatur vnde moueri cœpit; describatque hoc motu superficiem quandam. Quæritur an superficies illa sit conica, & vtrum planum eam ita secare possit, vt sectio sit circuli circumferentia. Quòd si ita sit, quæritur ipsius plani secantis positio.

Operæ verò fuerit pretium, si quisque propriâ manu diagrammata è cuiuslibet propositionis regione pingat, præsertim verò ad 2. librum, in quo plurimæ propositiones capitalibus litteris significant ad illarum intellectum requiri figuras.

Nota verò sequentes conicorum libros ita conceptos & editos, vt nullâ ratione Conicis Apollonianis egeant, solosque sex primos Euclidis libros supponant: hinc fit vt ab istorum possis incipere lectione, eósque postea cum præcedentibus Apollonij comparare.

CLAVDII MYDORGII PATRICII PARISINI CONICORVM, LIBER PRIMVS.

De Elementis Conicis, siue de Coni sectionum ortu & generatione, ac propria cuiusque natura.

DEFINITIONES.

1. SVPERFICIES Conica dicitur, ea quam ducta à manente sublimi puncto per circuli circumferentiam in eodem non existentem plano recta linea interminata, & circa eandem circumferentiam circumducta donec ad idem eiusdem punctum redeat à quo cœpit moueri, describit.

2. Vertex superficiei Conicæ dicitur, manens punctum à quo educta recta linea superficiem conicam describit.

3. Axis superficiei conicæ dicitur, recta linea à vertice conicæ superficiei ad centrum circuli, circa cuius circumferentiam circumducta recta linea eandem superficiem descripsit perducta.

4. Conicæ superficies oppositæ, siue ad verticem existentes, dicuntur, quæ simul eadem recta linea vltra verticem producta, & circa eandem circuli circumferentiam circumducta describit. Ideóque & communem verticem, & axes in directum habent.

5. Conus autem dicitur, solida figura contenta circulo, & conicâ superficie à vertice ad eiusdem circuli circumferentiam interceptâ.

6. Vertex coni idem est qui & superficiei conicæ ipsum conum continentis.

7. Basis coni dicitur, circulus ad cuius circumferentiam educta, & circumducta recta linea superficiem conicam descripsit.

8. Axis coni dicitur idem, qui superficiei conicæ, conum continentis. Recta nempe à vertice coni ad centrum circuli, qui eiusdem est basis, perducta.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

9. Oppositi coni, siue ad verticem existentes, dicuntur, qui oppositis superficiebus conicis continentur, ideóque & verticem communem, & axes in directum habet.

10. Conus rectus dicitur, cuius axis ad rectos ipsius basi angulos insistit.

11. Conus scalenus dicitur, cuius axis non ad rectos ipsius basi angulos insistit.

12. Coni sectionem cum Apollonio intelligimus, lineam in coni superficie, quæ est communis plani cuiuspiam conum diuidentis & eiusdem superficiei sectio interminata, aut vbique sibi ipsi continua. Ideóque & in eodem etiam plano existit.

13. Conicam lineam intelligimus, cuiuscunque coni sectionis portionem.

14. Rectas lineas in sectione, aut portione, ductas dicimus, quæ vtrinque in ipsa sectione, aut portione terminatur.

15. Diametrum cuiuscunque coni sectionis, aut portionis, dicimus, quamcunque rectam lineam intra sectionē ductam, quæ binas quascunque rectas lineas in ipsa sectione, aut portione ductas inuicem æquidistantes bifariam diuidit. Quæ & intercepta diameter etiam dicitur.

16. Ordinatam autem ad diametrum, siue ordinatim applicatam intelligimus, vnamquamque linearum in coni sectione, aut portione, ductarum ab eadem diametro bifariam sectarum, aut cuipiam bifariam sectæ æquidistantium.

17. Axem cuiuscunque coni sectionis, aut portionis dicimus, diametrum quæ ordinatim ad ipsam applicatas bifariam, & ad angulos rectos, diuidit. Qui & intra sectionem interceptus axis etiam dicetur.

18. Verticem coni sectionis, aut portionis, dicimus, terminum cuiuscunque diametri qui in ipsa est sectione, aut portione, dicetúrque in axe vertex supremus.

19. Parametrum coni sectionis dicimus, rectam lineam à cuiuslibet coni sectionis, aut portionis, vertice eductam ordinatim ad contiguam diametrum applicatis æquidistantem: cui comparantur, & secundum quam æstimantur, & possunt omnes quæcunque à coni sectione, aut portione, ad eandem diametrum ordinatim applicantur. Quæ & recta iuxta quam possunt ad diametrum à coni sectione, aut portione, ordinatim ductæ dicetur. Quæ, si ab axis termino sit educta, recta parameter: sin autem, parameter simpliciter dicetur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

PROPOSITIONES 59.

1. SI conus plano per verticem ſecetur, ſectio erit triangulũ, *idemque contingit ſi per axem ſecetur, cùm axis coni per eius verticem tranſeat.*

2. Si conus plano ſecetur æquidiſtante baſi, erit facta in ſuperficie coni ſectio circuli circumferentia.

DEFINITIONES SECVNDÆ.

1. SVbcontrariam poſitionem dicimus, quando bina triangula ſimilia ad communem verticem angulum poſita baſes habent non parallelas. Ideoque & ipſa triangula dicentur ſubcontrariè poſita. Ideoque etiam baſes ſubcontrariè inuicem poſitæ.

2. Subcontrariam coni ſectionem dicimus, ſiue conus ſecetur duobus planis ad idem per axem triangulum rectis, & ab ipſo ad verticem abſcindentibus bina triangula ſimilia, ſed ſubcontrariè poſita, ſiue conus per axem iam ſectus plano ad baſim recto, rurſus ſecetur plano ad triangulum per axem recto, & ab ipſo ad verticem abſcindente triangulum ſimile, ſed ſubcontrariè poſitum.

PROPOSITIO III.

SI conus ſcalenus plano ſecetur ſubcontrariè baſi, erit facta in ſuperficie coni ſectio circuli circumferentia.

DEFINITIONES TERTIÆ.

1. PArabolam dicimus, quamcunque coni ſectionem, cuius diameter alterutri crurum trianguli per axem ſecti coni æquidiſtat.

2. Hyperbolam dicimus, quamcunque coni ſectionem cuius diameter producta alterutri crurum trianguli per axem ſecti coni infra verticem occurrit.

3. Ellipſim dicimus, quamcunque coni ſectionem, cuius diameter vtrique crurum trianguli per axem ſecti coni infra verticem occurrit, eiuſdem baſi neque æquidiſtans neque ſubcontrariè poſita.

4. Oppoſitas ſectiones dicimus, binas hyperbolas in oppoſitis ſuperficiebus ab vno eodémque plano non per verticem ſectis factas.

5. Transuersam diametrum dicimus, rectam lineam quæ in hyperbola interceptæ cuilibet diametro in directũ est posita, vel in ellipsi ipsa est intercepta diameter continuata, & vtrobique vtroque trianguli per axem secti coni crure intercipitur. Quæ & in oppositis sectionibus, vel ellipsi, veluti & in circuli circumferentia, cùm sit diameter, vtrinque etiam à sectione terminatur. Quæ si intercepto axi sit in directum, aut sit ipse axis continuatur, transuersus etiam axis dicetur.

6. Centrum coni sectionis dicimus, pũctum in quod diametri omnes concurrunt. Quodque transuersam quamcunque diametrum bifariam diuidit.

7. Figuras hyperbolarũ, vel ellipsium, veluti & circuli circunferentiarum, dicimus, parallelogramma sub earumdem sectionum transuersis diametris, & contiguis parametris contenta. Quarum illæ transuersa dicentur latera, hæ coefficientia.

8. Secundam diametrum dicimus, rectam lineam quæ in ellipsi, vel in oppositis sectionibus, veluti & in circuli circumferentia, ordinatim ad aliquam diametrum applicatis æquidistans per centrum ducta, & ab ipso bifariam secta, media proportionalis est inter latera figuræ ad eandem diametrum factæ.

9. Coniugatas diametros dicimus, binas rectas lineas in ellipsi, vel in oppositis sectionibus, veluti & in circuli circumferentia, per centrum ductas, quarũ vtraque diameter est, & rectas lineas alteri æquidistantes vtrinque sectione terminatas bifariam diuidit. Quare si etiam ad angulos rectos, coniugati axes dicentur: & in ellipsi, etiam extremæ diametri.

10. Principalem coni sectionis diametrum, siue diametrum ex generatione, aut ex coni sectione, dicimus, rectam lineam quæ plani trianguli per axem secti cuiuslibet coni & plani secantis, ipsámque in superficie coni sectionem generantis, communis est sectio ipso cono facta. Vnde & ipsi respondens, siue contigua, parameter etiam principalis: & ex ipsis constantes figuræ etiam principales; & coniugatæ diametri principales.

11. Assumptas coni sectionum diametros, aut parametros, dicimus diametros omnes & parametros quæcũque ad principales primò positas, aut ad axes sectionum comparantur. Ideoque & assumptæ figuræ etiam, & assumpta eorumdem latera, & assumptæ coniugatæ diametri nonnunquam occurrent.

12. Vmbilicum parabolæ dicimus, punctum in eiusdem axe intersectionem signatum, à supremo vertice distans spatio quadrantis rectæ parametri.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

13. Vmbilicos hyperbolarum & ellipsium dicimus, puncta in earumdem vniuscuiusque axe signata, ab vnoquoque transuersi axis termino distantia spatio rectæ, cuius quadrato rectangulum æquale quartæ parti figuræ, sub eodem axe transuerso & recta parametro factæ, ipso transuerso axi applicatum in hyperbola quidem excedit, & in ellipsi deficit.

PROPOSITIONES.

4. SI conus plano per axem secetur, secetúrque & alter plano quod basim coni secet secundum rectam lineam quæ ad basin trianguli per axem sit perpendicularis: communis autem plani secantis, & trianguli per axem sectio sit alterutri crurum eiusdem trianguli æquidistans, erit facta in superficie coni sectio parabola: eiusque diameter communis plani secantis & trianguli per axem sectio.

5. Si conus plano per axem secetur, seceturque & altero plano quod basim coni secet secundum lineam rectam quæ sit ad basim trianguli per axem perpendicularis: communis autem placio secantis, & trianguli per axem sectio alterutri crurum eiusdem trianguli vltra verticẽ producto occurrat, erit facta in superficie coni sectio hyperbola, cuius erit diameter communis plani secantis & trianguli per axem sectio.

6. Si conus plano per axem secetur, secetúrque & altero plano quod basim coni, aut eius planum productum, secet secundum rectam lineã quæ ad basim trianguli per axem, aut ad eam quæ ipsi in directum est, sit perpendicularis: communis autem plani secantis, & trianguli per axem sectio vtrique crurum eiusdem trianguli infra verticem occurrat, basi non æquidistans, neque subcontrariè posita: conusque, si opus est, produci intelligatur; erit facta in superficie coni sectio ellipsis, cuius erit diameter communis plani secantis & trianguli per axem sectio.

7. In omni parabola, si à sectione ad diametrum binæ rectæ lineæ sint ordinatim applicatæ, erunt quadrata ipsarum ad inuicem, vt contiguæ ab ipsis interceptæ ad verticem diametri portiones.

8. In omni hyperbola, vel ellipsi, vt & in circuli circumferentia, si à sectione ad interceptam diametrũ binæ rectæ lineæ ordinatim sint applicatæ; erunt quadrata ipsarum ad inuicem, vt rectangula sub contiguis diametri portionibus ab vtroque transuersæ termino sumptis ad inuicem.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Lemma I. 9. Si sit quadratum quodlibet, & rhombus quadrato æquilaterus, atque etiam rectangulum quodcumque, & parallelogrã-mum ipsi æquilaterum, rhombóque æquiangulum; vt quadratum ad rectangulum, ita erit rhombus ad parallelogrammum, & conuersim.

10. In omni parabola, si à vertice sectionis recta sit ordinatim ad diametrum applicatis ducta æquidistans, quæ se habeat ad quamlibet interceptam eiusdem diametri portionem, vt quadratum contiguæ ordinatim applicatæ ad eiusdem interceptę diametri portionis quadratum, erunt singularum omnium ab eadem sectione ad eandem diametrum ordinatam applicatarum quadratis, vel rhombis, æqualia singula rectangula, vel parallelogramma, eidem rectæ à vertice ductæ adiacentia, latitudinésque aut latera habentia interceptas diametri portiones à vertice.

11. Si in coni sectione diameter quampiam rectam lineam bifariam secet, & omnes ipsi æquidistantes in eadem sectione ductas bifariam quoque secabit. *Bifariam autem secta erit ad diametrum ordinatim applicata.*

12. Si conus plano per axem sectus, rursus alio plano secetur secundum lineam quæ ad basim trianguli per axem sit perpendicularis: & sit formata in superficie coni sectio parabola: quæ erit ratio rectanguli sub trianguli per axem cruribus ad basis eiusdem quadratum, eadem erit & rectæ vtroque sectionis & coni vertice interceptæ ad contiguam sectionis parametrum.

13. In omni hyperbola, vel ellipsi, veluti & in circuli circumferentia, si à vertice sectionis recta sit ordinatim ad diametrum applicatis ducta æquidistans, quæ se habeat ad transuersam diametrum, vt cuiuslibet ordinatim applicatæ quadratum ad rectangulum sub contiguis diametri portionibus ab vtroque trãsuersæ termino sũptis, erũt singularum omniũ ab eadẽ sectione ad eãdem diametrũ ordinatim ductarũ quadratis vel rhombis æqualia singula rectangula vel parallelogramma eidem rectæ à vertice ductæ adiacentia, latitudinésque aut latera habentia interceptas à vertice diametri portiones, & in hyperbola quidem excedentia, in ellipsi autem, veluti & in circuli circumferentia, deficientia figuris similibus similitérque positis ei quæ à transuersa diametro, & eadem recta à vertice ducta formatur. *Vide 2. Corollaria.*

15. Si conus plano per axem sectus rursus alio plano secetur secundum lineam quæ ad basim trianguli per axem, aut ipsi æquidistãtem, sit perpendicularis: & sit formata in superficie coni sectio hyperbola, siue ellipsis, cuius diametro parallela acta sit à vertice coni ad basim

eiusdem, vbi opus, productam: quæ erit ratio quadrati ductæ parallelæ ad rectangulum sub contiguis basis partibus ab vtroqne eiusdem termino sumptis, eadem erit & transuersæ sectionis diametri ad eiusdem contiguam parametrum.

15. Si circulum qui basis est coni recta contingat linea in eodem existens plano, & à vertice coni per contactum recta agatur; planum per vtramque productum superficiem coni continget: eritque contactus in eadem linea à vertice coni ducta.

16. Si conus plano per axem sectus rursus plano quod neque basi æquidistet, aut subcontrariè sit, positum, neque per verticem transeat, secetur secundum lineam quæ ad basim trianguli per axem, aut ipsi æquidistantem, sit perpendicularis, faciátque in superficie sectionem quamcunque; & sumpto quolibet in facta sectione puncto, per ipsum recta agatur, circuli, qui basis est coni, aut ipsi æquidistat, circumferentiam contingens, & in eodem existens plano, siquidem ducta cõtingens basi trianguli per axem æquidistat: quæ à vertice trianguli ducetur contingenti æquidistans productæ sectionis diametro occurret in puncto, à quo ad assumptum in eadem sectione punctum ducta recta linea ipsam sectionem in eodem præassumpto puncto continget.

17. Si à vertice cuiuscunque coni sectionis recta ducatur ordinatim ad diametrum applicatis æquidistans; ipsa sectionem in eodem verticis puncto continget. Quare cuiuscunque sectionis parameter sectionem in vertice contingit, cùm ordinatis æquidistet.

18. Si parabolem recta contingat linea productæ diametro occurrens, & à tactu ad diametrum recta sit ordinatim applicata, erunt interceptæ vtrinque à vertice diametri portiones æquales.

19. Si hyperbolem, aut ellipsim, vt & circuli circumferentiam recta contingat productæ diametro occurrens, & à contactu ad diametrum recta sit ordinatim applicata: erunt diametri portiones ab vtroque transuersæ termino ad contingentem sumptæ inuicem, vt eiusdem diametri portiones vtroque eodem respondente termino & ordinatim ducta interceptæ inuicem.

20. Si in parabola à sumpto quolibet in sectione puncto recta ad diametrum ordinatim sit applicata; & interceptæ diametri portioni à vertice æqualis in directum apponatur, recta quæ à facto in producta diametro termino ad assumptum in sectione punctum ducetur, sectionem in eodem assumpto puncto continget.

21. Si parabolem recta contingat productæ diametro occurrens,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

quæ à vertice ad ipsam recta ducetur ordinatis æquidistans poterit quadrato, vel rhombo spatium æquale quadranti rectanguli, vel parallelogrammi, sub producta diametro, & contigua parametro.

22. Si in hyperbole, aut ellipsi, vt & in circuli circumferentia à sumpto quolibet in sectione puncto recta ad diametrum ordinatim sit applicata; & quæ fuerit diametri portionum applicata, & vtroque transuersæ termino interceptarum ratio inuicem, eadem sit eiusdem diametri partium ab eodem vtroque respondente termino ad punctum in ea signatum sumptarum inuicem, recta quæ à signato in diametro puncto ad assumptum in sectione punctum ducetur, sectionem in eodem præassumpto puncto continget.

23. Si hyperbolem, aut ellipsim, vt & circuli circumferentiam recta contingat cum diametro conueniens, & à tactu ad diametrum recta ordinetur: erit quadrato dimidiæ transuersæ diametri æquale rectangulum sub interceptis ordinatim ducta & contingente diametri portionibus à centro sumptis, vel subinterceptis, tum ordinatim ducta, & contingente diametri portionibus.

24. Iisdem positis; erit, in dictis sectionibus, rectangulo sub diametri partibus vtroque transuersæ termino & contingente interceptis æquale rectangulum sub eiusdem diametri partibus contingenti contiguis à centro & ordinatim applicata sumptis.

25. Iisdem adhuc positis; erit, in dictis sectionibus, rectangulo sub diametri partibus vtroque transuersæ termino & ordinatim applicata interceptis æquale rectangulum sub eiusdem diametri partibus applicatæ contiguis à centro & contingente sumptis.

26. Si hyperbolem, aut ellipsim, veluti & circuli circumferentiam, recta contingat linea & ab vtroque transuersæ diametri termino rectæ ordinatim applicatis æquidistantes eidem occurrant: quæ ex ipsis à contingente abscindentur portiones, quadranti figuræ ad diametrum factæ æquale continebunt rectangulum, aut parallelogrammum figuræ æquiangulum.

27. Si hyperbolem, aut ellipsim, velut & circuli circumferentiam, recta contingat occurrens ei quæ per centrum sectionis ordinatim applicatis ducetur æquidistans, & à tactu recta diametro parallela eidem per centrũ ductæ occurrat: erit quadranti figuræ ad diametrũ factæ æquale rectang. aut parallelogr. figuræ æquiangulum, sub interceptis per centrum ductæ partibus à diametro factis contentum. *Vide monitum vtilissimum ad sequentium propositionum intellectum.*

28. Si parabolam recta contingat, quæ per tactum diametro, aut

axi, æquidiſtans intra ſectionem ducetur, rectas omnes in ſectione ductas contingenti æquidiſtantes bifariam ſecabit. *Vide Coroll.*

29. Si hyperbolem, vel ellipſim, vt & circuli circumferentiam recta contingat; quæ per tactum & centrum recta intra ſectionem ducetur, rectas omnes in eadem ſectione ductas contingenti æquidiſtantes bifariam ſecabit. *Vide Coroll.*

30. Si in parabola binæ quælibet rectæ à ſectione ad aſſumptam quamcunque rectam diametro, aut axi parallelam ducantur æquidiſtantes ei quæ ſectionem in eiuſdem aſſumptæ termino contingit, erunt æquidiſtantium quadrata inuicem, vt contiguæ eiuſdem aſſumptæ portiones, à contactu ad inuicem.

Iiſdem poſitis, ſi in contingente ſumatur recta quæ ſe habeat ad interceptam à contactu quamcunque rectæ diametro, aut axi, æquidiſtantis portionem, vt quadratum contiguæ contingenti æquidiſtantis à ſectione ductæ ad ipſius interceptæ quadratum: erunt ſingulis contingenti æquidiſtantium rhombis æqualia ſingula ipſis æquiangula parallelogramma eidem contingenti adiacentia, lateráque habentia interceptas à contactu contiguas æquidiſtantis diametro portiones. *Vide Coroll.*

32. Si in hyperbola, aut ellipſi, binæ quælibet rectæ à ſectione ad aſſumptam quamcunque rectam per centrum ductam agantur æquidiſtantes ei quæ ſectionem in communi aſſumptæ rectæ termino contingat: erunt æquidiſtantium quadrata inuicem, vt rectangula ſub contiguis eiuſdem aſſumptæ partibus à dicto termino, & ab altero æqualiter à centro diſtante ſumptis inuicem.

33. Iiſdem poſitis, ſi vt DI quadratum ad rectangulum ZIE, ita ſit ſumpta in contingente recta GE ad rectam EZ, erunt contingenti æquidiſtantium à ſectione ad aſſumptam rectam per centrum ductam applicatarum rhombis ſingulis æqualia ſingula æquiangula parallelogramma eidem contingenti adiacentia, lateráque habentia contiguas interceptas à contactu eiuſdem aſſumptæ portiones, & in hyperbola quidem excedentia, at in ellipſi deficientia figuris ſimilibus ſimiliterque poſitis ei quæ ab aſſumpta per centrum ducta & contingente formatur. *Vide Coroll.*

34. Si in ellipſi recta diametrum quampiam bifariam diuidens, eiuſque contiguæ parametro æquidiſtans ducatur vtrinque ſectione terminata; ſectionis erit diameter media inter præaſſumptas proportione. Et quæ in ipſius alterutro termino contiguæ ſectionis parameter ſumetur, in continua omnium erit proportione. *Vide Coroll.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205

Lemma II. 35. Si communes binorum planorum ſe inuicem ſecantium cum aliquo plano ſectiones æquidiſtantes fuerint inuicem; erit & ijſdem æquidiſtans communis amborum eorumdem planorum ſectio.

36. Si circulum qui baſis eſt coni recta contingat in eodem exiſtens plano, & per tactum & coni verticem bina agantur plana, quorum alterum coni ſuperficiem ſecet ſecundum lineam à tactu ad baſis diametrum perpendicularem, alterum eandem contingat: & ſit à quocumque alio ſecanti æquidiſtantes plano facta quæcumque in eiuſdem coni ſuperficie hyperbola; contingens planum productũ eiuſdem hyperbolæ diametro trãſuerſæ occurret in ſectionis centro.

37. Si circulum qui baſis eſt coni recta cõtingat linea in eodem exiſtens plano: & à tactu ad baſis diametrum recta ducatur perpendicularis, per quam & coni verticem planum producatur: & à quolibet alio ipſi æquidiſtante plano ſit facta quæcumque in eiuſdem coni ſuperficie hyperbola: communiſque ęquidiſtantis plani & baſis coni ſectio ad rectam contingentem producatur, quæ à centro hyperbolæ per communem earundem occurſum recta quantumcunque producitur linea cum ſectione, etiam quantumlibet producta, non coincidet. Vocabiturque ſectionis aſymptotos.

38. Iiſdem poſitis; quæ à vertice ſectionis ad vtramlibet aſymptoton recta ducetur linea communi plani ſecantis & baſis coni ſectioni æquidiſtans poterit quadrato, vel rhombo, ſpatium ęquale quadranti figurę ſectionis ad tranſuerſam diametrum factę. *Vide Corollarium.*

39. Si in hyperbola ducta recta linea bifariam ſecetur, & vtrinque producta cum vtraque aſymptoto conueniat; erit quadranti figuræ ad diametrum per bifariæ ſectionis punctum ductam factę ęquale vnumquodque rectangulum, aut parallelogrammum figurę æquiangulum, ſub partibus ſectæ vtrinque à ſectione factis contentum. *Vide duo Coroll.*

40. Hyperbola & aſymptoti propiùs ſemper ad ſeipſas accedent quo longiùs producentur, & ad interuallum tandem peruenient dato quolibet interuallo minus.

41. Si angulum aſymptotis contentum quæpiam diuidat linea; producta interceptæ ſectioni tandem occurret. *Vide Corollarium & Monitum.*

42. Si coni ad verticem exiſtentes plano per axem ſecentur; erunt facta triangula ad verticem poſita ſimilia, & eorum baſes æquidiſtantes inuicem. *Vide Coroll.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.205